

<論 文>

유압 관로계에서 액주분리를 수반하는 유체과도현상에 관한 연구 — 2단압력 상승현상에 관하여 —

염만오* · 이진걸** · 이일영*** · 김현기****
(1988년 3월 26일 접수)

A Study on Fluid Transient Accompanying Column Separation in Oil Hydraulic Pipeline

— Investigation on Two-Step Pressure Rise —

M.O. Yum, J.K. Lee, I.Y. Lee and H.K. Kim

Key Words : Fluid Transient(流體 過渡現狀), Liquid Column Separation(液柱分離) Two-Step Pressure Rise Phenomenon(2段壓力上昇現狀), Characteristics(特性曲線法), Rigid Liquid Column Theory(剛體液柱理論)

Abstract

Liquid column separation occurs when the valve on the pipeline is closed rapidly in an oil hydraulic system. In this case two-step pressure rise is sometimes observed in a comparatively short pipeline. In this study the two-step pressure rise phenomenon was investigated experimentally and theoretically. The experiments showed that maximum pressure values during two-step pressure rise might exceed extremely the values computed by the theory of rigid-liquid-column separation. So the two-step pressure rise phenomenon appears one of important factors of pipe strength design. From the theoretical considerations based on the experimental and numerical results, the mechanism of two-step pressure rise phenomenon could be explained clearly.

記 號 說 明

A : 管路斷面積
 a : 壓力傳播速度
 B : $= a/gA$
 D : 管路內徑
 f : 管摩擦係數
 g : 重力加速度
 H : 壓力水頭

ΔH : 再結合 壓力水頭
 Δh : 定壓槽의 壓力水頭와 蒸氣壓의 壓力水頭差
 H_o, H_r : 上下類側의 定壓槽의 壓力水頭
 H_a : 空氣分離壓水頭
 L : 管路 全길이
 P : 絕對壓力
 P_{max} : 2段壓力上昇時의 最大壓力
 Q : 流量
 t : 時間
 Δt : 時間增分(= $\Delta x/a$)
 V_o, V : 初期定常流速과 平均流速
 V_o'' : 空洞의 成長速度

*正會員, 慶南大學校 工科大學 機械工學科

**正會員, 釜山大學校 工科大學 精密機械工學科

***正會員, 釜山水產大學 機械學科

****釜山大學校 大學院

- ΔV : 流速變化
- x : 管路上流端으로부터 管軸에 연한 거리
- Δx : 거리의 간격(= L/N)

첨 자

- P : 特性曲線에서 格子點
- R, L : 계산단면의 上下流側의 점

1. 序 論

流體 시스템에서 밸브를 급격히 操作하는 경우, 밸브 下流側에 負의 壓力波가 생기고 이로 인하여 管路內의 壓力이 流體의 포화 蒸氣壓 以下가 된 경우에는 그 部分에서 기포가 발생하여 液柱分離 (liquid column separation)가 발생한다. 이 때 液柱가 역류하여 再結合하면 空洞의 붕괴와 더불어 큰 壓力上昇이 일어나 管路의 破壞, 震動 및 騒音의 原因이 될 수 있음은 잘 알려져 있다. 따라서 液柱分離에서 再結合까지의 過程을 明確히 究明함은 工業上 重要한 問題이며, 여기에 대해서는 多數의 研究成果가 報告되어 있다⁽¹⁾.

그런데, 油壓 管路에서 管路의 길이가 비교적 짧은 경우, 分離한 液柱가 再結合 할 때 再結合 壓力波 波形에 때때로 2段的 壓力上昇現狀이 관측되는 경우가 있다. 이 경우 最高 서어지壓力은 剛體液柱理論^(2,3)에 의하여 계산되는 값 보다 매우 큰 값으로 될 수도 있어 管路設計時 強度計算에 고려해야 할 중요한 사항중의 하나이다. 그러나 종래의 液柱分離 研究에서는 이와 같은 2段的 壓力上昇現狀에 대한 研究는 거의 찾아보기 어려우며 出口⁽⁴⁾, Simpson⁽⁵⁾의 보고에 약간 언급되고 있는 정도이다.

따라서 本 研究는 油壓管路에서 液柱分離를 수반하는 流體 過渡現狀의 壓力波 波形에 때때로 관측되는 2段的 壓力上昇現狀의 발생기구를 實驗 및 理論의 인 추론, 特性曲線법을 사용한 數值解析을 통하여 명확히 究明함을 目的으로 한다.

2. 2段壓力 上昇現狀

流體 過渡現狀에 수반하여 液柱가 分離한 후 再結合할 때 나타나는 壓力波 波形에 때때로 2段的인 壓力上昇現狀이 관측되는 경우가 있다. 이러한 2段的인 壓力波 波形의 발생기구를 理論적으로 추론하기 위

하여, 管摩擦 損失을 무시한 Fig. 1과 같은 간단한 管路모델에 대하여 고찰한다. Fig. 1의 管路모델에서 편의상 上流側 油槽의 水頭 H_0 는 15m, 壓力傳播速度 a 는 980.6m/s, 管路길이 L m, 管內徑 D m, 大氣壓 水頭10.3m(絕對壓 水頭), 液柱의 蒸氣壓 水頭는 0.3m(絕對壓 水頭)로 한다. 初期定常狀態流速이 1.0m/s와 1.1m/s의 두 경우에 대하여 고찰한다.

먼저 初期流速 V_0 가 1.0m/s 일 때, 밸브로 管內 흐름을 급폐쇄하면, Fig. 2(a)에서 보는 바와 같이 流速은 1.0m/s로부터 0.25m/s씩 감소하여 어느 시기에 이르르면 逆流이 일어나며, -0.1m/s일 때 밸브에 존재하는 空洞이 붕괴하여 Fig. 3(a)와 같은 壓力上昇이 발생한다. 이 경우는 $8L/a$ s 동안 밸브에 空洞이 존재하여 空洞이 붕괴하는 시기와 管路內를 왕복하던 壓力波가 밸브에 도착하는 시기가 정확히 일치하고, 最高壓力水頭도 剛體液柱理論에 의한 計算値와 일치한다. 즉, $V_0/\Delta V$ 가 1.0/0.25로 整數이며, 따라서 이 때의 壓力波 波形에는 剛

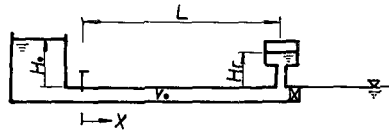
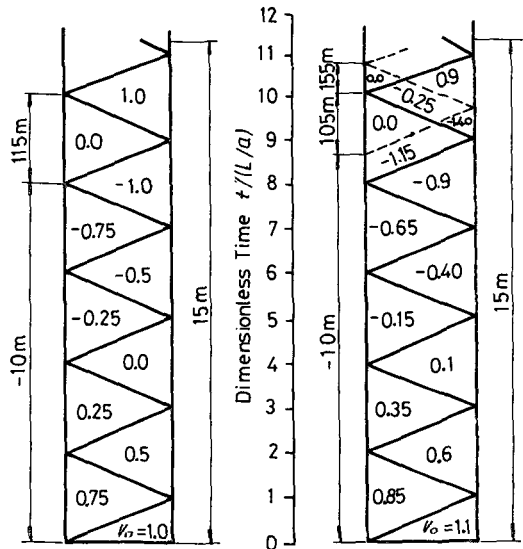


Fig. 1 Pipe model for experiment and calculation



(a) $V_0 = 1.0$ m/s (b) $V_0 = 1.1$ m/s

Fig. 2 Transient in the $x-t$ plane

體液柱理論에 의하여 계산되는 壓力水頭值인 115m 를 초과하는 2段壓力上昇은 없다.

한편, 初期流速이 1.1m/s일 때는 Fig. 2(b), Fig. 3(b)에서와 같이 空洞은 밸브에서 8.7L/a s 동안 존재한다. 즉 밸브 폐쇄후 8.7L/a s 경과했을 때 液柱의 逆流에 의하여 空洞이 붕괴하며, 이 시기($t=8.7L/a s$)에 管路內를 왕복하는 壓力波는 아직 管路 도중을 傳播하고 있으므로, 再結合時에 생성된 壓力波와 管路 도중을 왕복하고 있던 壓力波가 傳播함으로써 Fig. 3(b)와 같은 2段壓力上昇 波形이 발생함을 알 수 있다. 또 이 때의 最高 壓力水頭(155m)는 剛體液柱理論으로부터 계산한 값(125m)보다 상당히 큰 값이 됨을 알 수 있다.

위의 예에서 2段壓力 上昇現狀이 발생하는 조건을 생각해 보면, 液柱가 再結合하는 시기와 管路內를 왕복하던 壓力波가 밸브위치(空洞의 위치)에 도달하는 시기가 일치하지 않는 경우에는 언제나 2段 壓力上昇이 발생해야 하므로 2端 壓力上昇現象이 발생하는 조건은 식 (1)과 같이 됨을 알 수 있다.

$$V_0/\Delta V \neq \text{integer} \quad (1)$$

여기서 初期流速變化 ΔV 는 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$\Delta V = \frac{\Delta h}{(a/g)} \quad (2)$$

3. 實驗裝置 및 實驗方法

實驗裝置의 개략도는 Fig. 4와 같다. 上流端의

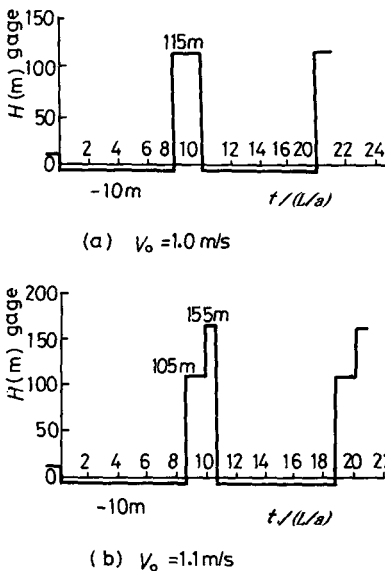


Fig. 3 Hydraulic grade line at the valve

定壓槽로는 油壓펌프, 릴리프밸브 및 어큐물레이터를, 下流端의 定壓槽로는 릴리프밸브와 어큐물레이터를 사용하며, 이들 두 어큐물레이터 사이에 實驗管路를 연결한다. 實驗管路는 길이가 20.58m, 內徑이 12.7mm, 두께가 1.5mm인 銅管이며, 流體는 市販의 石油系作動油로 動粘度는 40°C에서 46 cSt이며 密度는 25°C에서 866kg/m³이다. 壓力 측정지점은 밸브 직후($x=0m$)와 管路 중앙부($x=10.29m$)의 두 지점이다.

管路內를 初期定常流速 V_0 로 流動하는 流體를 上流端에 설치된 밸브를 급폐쇄하여 液柱分離를 발생시킨다. 이 때의 壓力變化를 壓力 측정지점에 설치한 스트레인게이지식 壓力變換機로 측정하여 스트레인증폭기, 메모리스코프를 거쳐 X-Y 플로터로 기록하며, 定常狀態의 初期流速은 重量式 유량계로 측정 하였다. 油溫은 實驗 1회마다 管路의 入出口의 온도차가 2°C 이내가 되도록 안정시킨 후에 實驗을 행하였으며 壓力傳播速度(wave speed) a 는 메모리스코프 화면상에 나타난 壓力波形으로부터 측정하였다.

4. 結果 및 考察

4.1 數值解析

Fig. 1과 같은 管路모델에서 管路內의 흐름을 1차원 흐름으로 가정한 경우의 運動方程式과 連續方

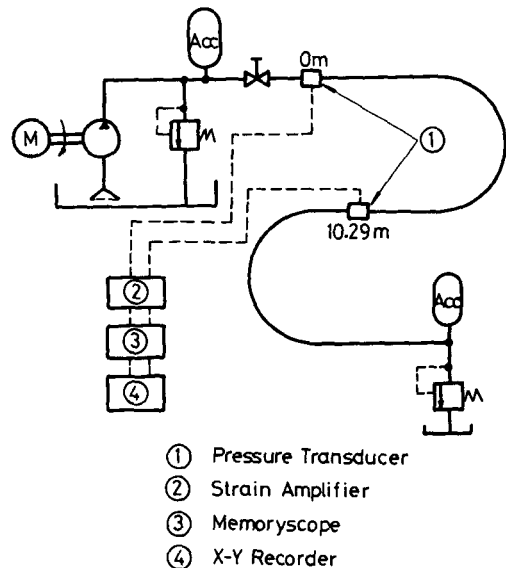


Fig. 4 Schematic diagram of experimental apparatus

程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + gh_f = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

상기의 두 식을 特性曲線法의 수법에 의하여 常微分方程式으로 變換하고, 特性曲線 C^+ , C^- 선상에서 차분화하면 다음 식으로 된다.

$$C^+ : H_P = C_P - BQ_P \quad (6)$$

$$C^- : H_P = C_M + BQ_P \quad (7)$$

여기서, $C_P = H_A + BQ_A - h_f$

$$C_M = H_B - BQ_B + h_f$$

$$B = a/gA,$$

a : wave velocity

h_f : 管路 단위길이당 管摩擦損失水頭

本 實驗에서는 對象 流體의 粘度가 상당히 높아 서 管路內 흐름이 완전히 層流領域이며, 저자등은 이미 液柱分離를 수반하는 層流領域에서의 過渡的인 壓力水頭 및 流速變化에 대하여 간편하고 엄밀한 計算法을 제시한 바 있다⁽⁶⁾.

本 研究의 數值計算에는 上記의 計算法⁽⁶⁾을 사용하며, 그 때의 h_f 에 대하여 管路단면상의 流速分布를 고려한 非定常層流 壓力水頭損失式의 高速計算法⁽⁷⁾을 空洞體積의 計算에는 氣離散化모델⁽⁸⁾을 사용한다.

한편, 증래부터 水擊에 대비한 管路의 強度計算에 數式의 간편성 때문에 剛體液柱理論에 의한 계산식이 널리 사용되고 있으며, 이 중에서도 管摩擦損失(定常流動時의 損失)을 고려한 경우의 液柱分離後 再結合時의 壓力水頭 계산식을 아래에 나타낸다⁽³⁾.

$$\Delta H = \frac{a}{g} V_0 \delta \quad (8)$$

여기서 V_0 는 初期流速이며, δ 는 流速감쇠계수로,

$$\delta = \sqrt{\beta / (\alpha + \beta)}$$

단, $\alpha = gL/2D$, $\beta = g(H_r - H_g) V_0^2$

식 (8)에서 얻어지는 서어지壓力水頭的 계산치는 2段壓力上昇이 고려되지 않은 경우의 계산치이며, 本 研究에서는 2段壓力上昇時 進술한 엄밀한 計算式에 의한 계산결과와 식 (8)에 의한 계산결과를 비교 검토하기로 한다.

4.2 實驗結果 및 考察

Fig. 5는 Fig. 1과 같은 管路모델을 사용한 實驗에서 液柱가 分離한 후 再結合 할 때 발생하는 壓

力波形에 2段壓力 上昇現象이 일어날 경우의 전형적인 壓力波形을 나타낸 것이다. 밸브 급폐쇄로 인하여 발생하는 壓力降下는 理論的으로는 上流側 定壓槽 壓力 P_0 보다 $\rho V_0 a$ 만큼 낮아져야 하지만, 液柱分離가 발생하면 밸브 직후에 발생하는 空洞은 V_0 의 速度로 성장하므로 실제로 壓力센서는 P_0 보다 $\rho V_0' a (V_0' = V_0 - V_0'')$ 만큼 낮아진 壓力이 나타나게 된다. Fig. 1의 管路모델에서, 管路 및 流體의 물리적인 조건이 동일하다면 V_0 가 클수록 격심한 케비테이션(severe cavitation)으로 되어 2段壓力 上昇現象을 고려하지 않는 경우라면 再結合時의 最高壓力上昇值도 V_0 에 비례하여 큰 값으로 나타나게 될 것이다. 그러나 2段壓力 上昇現象이 발생하는 경우에는 위에서 언급한 경향(V_0 와 P_{max} 가 비례하는 경향)이 항상 성립하지는 않아서, V_0 가 상대적으로 작음에도 불구하고 P_{max} 가 오히려 커지는 결과도 나타날 수 있음이 本 研究의 豫備實驗過程에서 확인 되었다. 이러한 사실을 보다 구체적으로 究明하기 위하여 本 研究에서는 주로 V_0 변화에 따른 2段壓力 上昇現象에 관하여 조사하기로 하며, 먼저 V_0 변화에 따른 壓力波形 變化過程을 실험 및 計算結果의 예를 통하여 살펴보기로 한다.

Fig. 6은 管路 下流端 定壓槽의 壓力 P_r 를 0.58 MPa로 설정해 두고, 初期流速 V_0 를 變化시켰을 때의 實驗 및 數值計算에 의하여 얻어진 壓力波形의 예를 나타낸 것이다. Fig. 6(a)는 $V_0 = 1.25 \text{ m/s}$ 인 경우로 이 때는 2端壓力 上昇現象은 발생하지 않지만, V_0 가 0.95 m/s, 0.86 m/s인 Fig. 6(b), (c)에서는 液柱의 再結合에 따른 서어지 壓力波形에 2段壓力 上昇現象이 나타나고 있다. 이들 예에 대하여 實驗에서 측정된 最高壓力 上昇值와의 비를 k 라 하면 $k = P_{max} / \rho V_0 \delta a$ 로 표시되며, Fig. 6(a), (b), (c) 각각의 경우 $k = 1.48, 1.71, 1.84$ 로 나타

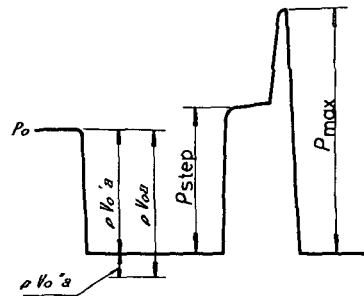


Fig. 5 Typical pattern of two-step pressure rise

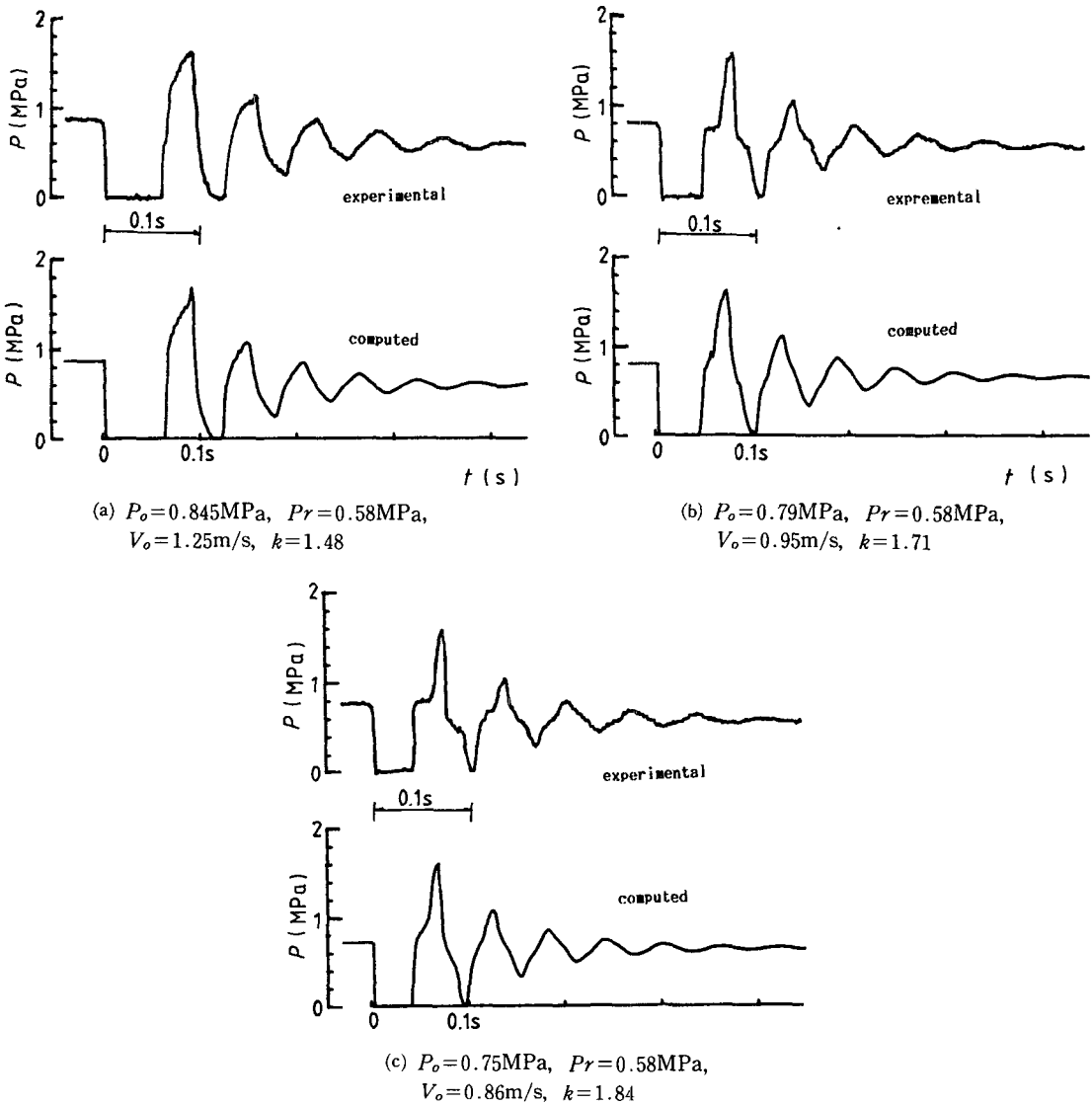


Fig. 6 Pressure fluctuation at various flow velocity

난다. 이 예에서 2段壓力上昇現象이 발생할 때 壓力波의 2端部分 지속시간이 짧을수록, 즉 液柱의 再結合에 의하여 발생한 壓力波와 管路內를 왕복하고 있던 壓力波가 중첩되는 위치가 管路 出口쪽에 가까울 수록 k 값이 커짐을 알 수 있다. 壓力波의 2段部分 지속시간이 상당히 짧은 경우에는 k 값이 3이상의 값으로 될 때도 있으며, 종래 管路計算時의 強度計算에 剛體液柱理論에 의한 計算値를 주로 사용해왔던 점을 감안하면 2段壓力上昇現象은 管路計算時에 유의하지 않으면 안될 중요한 요인중의 하나임을 알 수 있다.

한편 Fig. 6(a), (b), (c)에 나타낸 計算値는 4.1 절에서 언급한 特性曲線法을 사용하여 얻은 것으로, 그림에서 보는 바와 같이 2段壓力上昇現象의 實驗値는 數值計算에 의하여 비교적 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다.

이상에서 2段的인 壓力上昇現象이 존재함을 實驗 및 數值解析을 통하여 명확히 제시하였다. 그러나 종래의 문헌에서 볼 때 실제로 液柱가 再結合 할 때의 서어지 壓力波形에 상기와 같은 2段적인 壓力上昇이 발생하지 않는 경우가 많고, 실제 저자들이 행한 實驗에서도 實驗條件에 따라서 2段壓力上昇現

象이 발생하지 않는 경우가 많았다. 그런데 2장에서 2段壓力 上昇現象이 발생하는 조건으로 " $V_o/\Delta V \neq \text{정수}$ "라는 조건이 제시되었다. 실제로 $V_o/\Delta V$ 가 整數가 되는 조건이 만족되는 경우란 흔하지 않을 것이므로 대부분의 경우 마땅히 實驗적으로 2段壓力 上昇現象이 관측되어야 할 것이다. 여기서 2段壓力 上昇現象 발생조건은 비록 管摩擦損失을 무시하여 얻은 것이기는 하지만 定性的으로 그것이 가지는 물리적인 의미에는 변화가 없다. 이러한 2段壓力 上昇現象이 발생할 조건과 실제 實驗에서 관측되는 사실이 相反되는 이유를 논리적으로 설명하는 것은 매우 흥미있는 일임에 틀림없다.

2段的인 壓力 上昇現象이 발생하는 경우와 그렇지 않는 경우의 實驗條件들을 면밀히 검토한 결과, 2段的인 壓力 上昇現象은 管路內徑이 비교적 작고 管路 길이도 비교적 짧으며, 初期流速 V_o 가 그다지 크지않은 경우 즉, 그다지 격심하지 않는 캐비테이션인 경우에 많이 발생함을 알 수 있었다. 이러한 사실에 근거하여, 다음의 예를 통하여 2段壓力 上昇現象이 발생할 조건과 실제 實驗에서 관측되는 사실이 相反되는 이유를 설명하기로 한다. Fig. 6에서와 동일한 實驗管路를 대상으로하여, $P_o=2.5$ (MPa), 流速 (m/s)의 計算值를 0.0043s의 시간 간격(Δt)으로 Fig. 8에 나타내었다. 그림에서 화살표는 壓力波의 傳播經路를 나타낸 것이다.

Fig. 7 및 Fig. 8에서 液柱分離時 캐비테이션의 격심한 정도가 2段壓力 上昇의 발생여부에 직접적으로 관련됨을 알 수 있으며 또한, 캐비테이션의 격심한 정도는 流體의 初期流速, 初期壓力 勾配, 管路의 길이, 管路 出口側 壓力, 管路의 傾斜 등의 요인 MPa, $P_r=0.58$ MPa, V_o 를 8.8m/s로 한 경우의 計算值를 Fig. 7에 나타내었다. 이 경우는 初期流

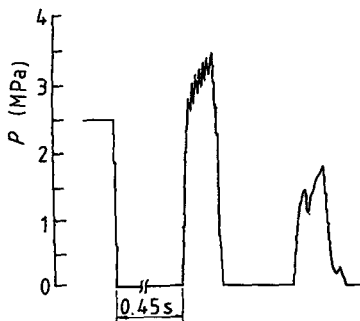


Fig. 7 Pressure fluctuation at high flow velocity ($P_o=2.5$ MPa, $P_r=0.58$ MPa, $V_o=8.8$ m/s)

速이 상당히 큰 값이기 때문에 밸브 직후에서의 캐비테이션도 상당히 격심한 것(severe cavitation)으로 되고 再結合에 소요되는 시간도 길어지며, 2段 壓力 上昇現象도 나타나지 않는다. 이와 같이 격심한 캐비테이션인 경우는 空洞이 팽창하는 도중, 즉 正方向의 흐름이 지속되는 동안 管路內에 壓力波의 왕복이 존재하나 空洞이 수축하기 시작하면 逆流가 시작되며 逆流 流速의 절대치가 어느 정도에 달하면 管路內를 傳播하는 壓力波 자체가 소멸된다. 그 이유는 격심한 캐비테이션인 경우 分離空洞의 體積이 상대적으로 커서 再結合에 소요되는 시간이 길므로 逆流 流速의 절대치가 상당히 커질 때까지 液柱가 再結合하지 않으므로 液柱가 再結合하기 직전의 管路軸上的 壓力 勾配는 거의 직선적으로 되기 때문이다. 따라서, 이미 管路內에는 壓力波가 거의 존재하지 않으므로 液柱의 再結合시에 발생하는 壓力波가 管路內를 傳播할 때 여기에 중첩될 다른 壓力波가 존재하지 않기 때문에 2段的인 壓力 上昇現象은 발생하지 않음을 알 수 있다. 이러한 사실을 도식적으로 나타내기 위하여 Fig. 7의 數值計算時의 管路上의 5지점($x/L=0, 1/4, 2/4, 3/4, 4/4$)

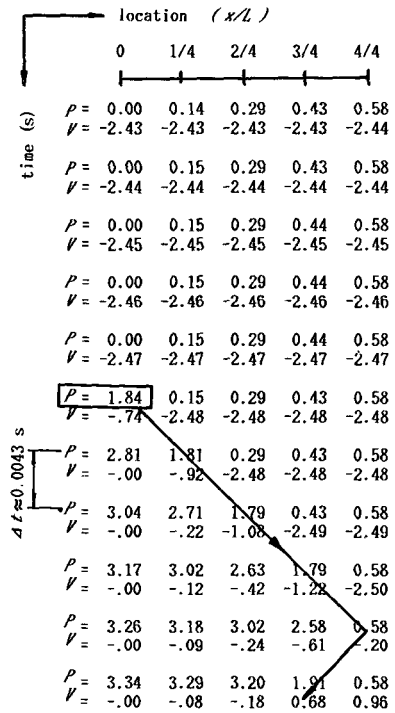


Fig. 8 Pressure propagation feature at Fig. 7 [first recombination time(□) : 0.45s]

에서 分離空洞의 第1再結合時刻 전후의 壓力에 따라서 결정되므로 이들 요인들이 복합적으로 2段壓力 上昇現象에 관련 됨을 알 수 있다.

5. 結 論

밸브, 管路, 定壓槽로 이루어진 油壓管路系에서 液柱分離를 수반하는 流體 過渡現象의 壓力波形에 2段的인 壓力上昇이 발생하는 現象을 實驗 및 數值解析을 통하여 명확히 究明하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 液柱가 分離한 후 再結合時에 발생하는 서어지壓力波形에 나타난 2段壓力 上昇現象은 液柱가 再結合하는 순간에 발생한 壓力波와 再結合이전에 管路內를 왕복하던 壓力波가 管路 도중에서 중첩되어 새로운 壓力波가 생성되고 이 壓力波가 管路上 流端의 밸브측에 傳播됨으로써 발생한다.

(2) 2段壓力 上昇現象이 발생할 때의 最高壓力 上昇値는 剛體液柱理論에 의한 計算値에 비하여 경우에 따라서는 매우 큰 값으로 될 수도 있다.

(3) 2段壓力 上昇을 수반하는 서어지壓力의 實驗値는 非定常層流 管摩擦損失式과 가스離散化모델에 의한 特性曲線法을 사용한 數值解析에 의하여 비교적 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다.

(4) 液柱分離時의 空洞 存속시간이 비교적 긴 경우(격심한 캐비테이션인 경우)에는 2段壓力 上昇現象이 발생하지 않으며 그 이유를 壓力波의 傳播狀況으로부터 명확히 설명하였다.

參 考 文 獻

(1) Wylie, E.B. and Streeter, V.L., 1983, "Fluid Transients", FEB Press, Ann Arbor.
 (2) Kephart, J.T., 1961, "Pressure Surge Following Water Column Separation", Trans of ASME Journal of Basic Engineering, September, pp. 456~460.
 (3) 竹中, 北川, 1974, "石油パイプラインにおはる流れの過渡特性(壓力波形に現れる諸特性)", 日本機械學會論文集(B編), 第15卷, 第462號, pp. 536~544.
 (5) Simpson, A.R. and Wylie E.B., 1985, "Problems Encountered in Modelling Vapor Column Separation", ASME Paper.
 (6) 염단오外 3人, 1987, "油壓시스템에서 液柱分離를 수반하는 流體 過渡現象의 解析에 관한 研究", 韓國 船用機關學會 秋季 學術講演 論文集, pp. 76~80.

(7) 香川, 李一永, 北川, 竹中, 昭和 58, "特性曲線法における非定常層流壓力損失の高速 高精度計算法", 日本機械學會論文集(B編), 第49卷, 第447號, pp. 2638~2644.
 (8) Wylie, E.B., 1984, "Simulation of Vaporous and Gaseous Cavitation", Trans. ASME J. of Fluids Engineering, Vol. 106.

附 錄

特性曲線法에 의한 管路內 過渡現象 解析法

本 研究에서는 特性曲線法을 이용한 液柱分離 解析에서 管路內에 分布하는 가스가 計算斷面에 集中되어 있는 것으로 近似한 가스離散化모델을 사용한다. 管路內의 計算斷面에는 計算 始作時부터 微小氣泡(혹은 空洞)가 존재하여, 氣泡內에는 蒸氣와 가스가 混在하고 있다고 가정한다. 또한 가스는 等溫變化한다고 가정한다. 따라서 다음의 관계식들이 얻어진다.

$$PgW = N_B k T \tag{A-1}$$

$$I = (P_V + P_g) / \gamma \tag{A-2}$$

여기서 P_g 는 氣泡內 가스의 分壓, W 는 空洞의 體積, N_B 는 氣泡內 가스의 物數 k 는 氣體定數, T 는 絕對溫度, P 는 絕對壓力, P_V 는 作動流體의 蒸氣壓, γ 는 作動流體의 比重量을 나타낸다.

空洞의 體積變化는 計算斷面에서의 連續方程式인 式(A-3)으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dW}{dt} = Q_R - Q_L \tag{A-3}$$

여기서 t 는 時間, Q_R 및 Q_L 은 각각 計算斷面 上下流側의 流量을 나타낸다.

式(A-3)의 數值積分에는 Fig. 9에 나타난 特性格子上的 格子粘 P, D사이에서 內插에 의해 式(A-3)을 差分化한 式(A-4)를 사용한다.

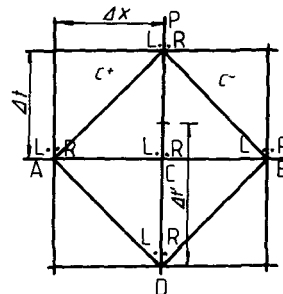


Fig. 9 Grid for gas discrete model

$$W_P = W_D + 2\Delta t \{ \psi(Q_{PR} - Q_{QL}) + (1 - \psi)(Q_{DR} - Q_{DL}) \}$$

$$0 < \psi \leq 1, \quad \psi = \Delta t' \cdot (2\Delta t) \quad (A-4)$$

여기서 W_P 및 W_D 는 각각 Fig. 9의 格子粘 P, D에서의 氣泡體積, ψ 는 內挿比, Q_{PR} , Q_{PL} , Q_{DR} ,

Q_{DL} 는 각각 格子粘 P, D에서의 上下流側 流量을 나타낸다.

이상의 式 (A-1), 式 (A-2) 式 (A-4)와 本文의 式 (6), 式 (7)을 연립으로 풀어 H_P , Q_{PR} , Q_{PL} , W_P 를 구한다.