

<論 文>

# CFRP 적층 원통셸의 진동해석

이 영 신\* · 문 흥 기\*\*

(1988년 2월 2일 접수)

## Vibration Analysis of Laminated Graphite-Epoxy Circular Cylindrical Shells

Young-Shin Lee and Hong-Key Moon

**Key Words :** Graphite-Epoxy, Laminated Circular Cylindrical Shell(적층 원형 원통셸), Free Vibration(자유진동), Orthotropic(직교 이방성), Composite Material(복합재료)

### Abstract

Vibration characteristics of laminated circular cylindrical shells are investigated using a theoretical procedure developed in the previous papers. Numerical results are presented for a family of graphite-epoxy cylindrical shells with layers of angle-ply and cross-ply laminated either symmetrically or antisymmetrically about the shell middle surface. Effects of the different shell boundary conditions and geometries, as well as number and angle of orientation of the lamina, on the natural frequencies are also demonstrated.

### 1. 서 론

직교이방성 및 복합재료 원통셸의 진동에 관한 연구는 Dong<sup>(1)</sup>의 연구를 효시로 하여 국내외적으로 활발히 수행되고 있다<sup>(2~4)</sup>.

적층 원통셸의 경우 적층재의 적층방법 및 적층수의 변화에 따라 셸의 진동 특성은 매우 달라진다. Jones<sup>(5)</sup>, Rao<sup>(6)</sup> 및 Kobayashi<sup>(7)</sup> 등은 cross-ply 적층 원통셸의 진동특성에 관한 연구를 보여 주었으며, Greenberg<sup>(8)</sup> 및 Soldatos<sup>(9)</sup> 등은 angle-ply 적층 원통셸에서 적층재의 적층각도에 따른 영향을 고찰하였다.

본 연구에서는 저자들에 의해 제시된 직교이방성 적층 원통셸의 진동해법<sup>(3,4)</sup>을 이용하여, 국내외적으로 많은 분야에서 이용되고 있는 CFRP 적층 원

통셸에 대한 진동해석을 수행하였다. 본 연구에서는 원통셸의 경계조건, 기하학적 매개변수 및 적층방법에 따른 CFRP 원통셸의 진동특성을 고찰하였다.

### 2. 해석 모델

본 연구에서 고려한 원통셸은 Fig. 1에서와 같이 두께와 탄성특성이 각기 다른 직교이방성 재료의 적층판을 균일두께로 적층시킨 원통셸이다. 셸 중앙면위의 임의의 점의 위치는 좌표계  $(x, y)$ 로 표시하고 반경방향의 좌표는  $z$ 이다. 또한 중앙면위의 임의의 점에서의 축방향, 원주방향 그리고 반경방향의 변위성분을 각각  $u, v, w$ 로 표시한다. 원통셸의 반경은  $R$ , 두께  $H$  그리고 길이는  $L$ 이다.

본 연구에서는 저자들에 의해 이전에 제시된 직교이방성 적층 원통셸의 진동해법<sup>(3,4)</sup>을 이용하여 CFRP 적층 원통셸에 대한 진동해석을 수행하였으

\* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과  
\*\* 정회원, 충남대학교 대학원, 현 대전기계창

므로 이론적 해석과정은 생략하였다. 상세한 진동해법은 참고문헌 (3)과 (4)를 참고하길 바란다.

3. 수치예 및 고찰

본 연구에서는 사용된 CFRP 적층 원통셸의 물성은 다음과 같다.

CFRP T300/N5208 (Graphite-Epoxy)

$$E_{11} = 1.81 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

$$E_{22} = 1.03 \times 10^{10} \text{N/m}^2$$

$$E_{66} = 7.17 \times 10^9 \text{N/m}^2$$

$$\nu_{12} = 0.28$$

$$\rho = 1,579 \text{kg/m}^3$$

수치연산은 Sanders 이론에 기초하여 수행하였으며 급수들은 충분한 수렴성을 검토하여 급수  $m$ 을 50항까지 채택하였다.

본 연구에서 고려한 셸의 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{SS3} ; N_x = v = w = M_x = 0 \text{ at } X = 0, L$$

$$\text{SS4} ; u = v = w = M_x = 0 \text{ at } X = 0, L$$

$$\text{CC4} ; u = v = w = \partial w / \partial x = 0 \text{ at } x = 0, L$$

$$\text{CF} ; u = v = w = \partial w / \partial x = 0 \text{ at } x = 0$$

$$N_x = N_{xy} = Q_x = M_x = 0 \text{ at } x = L$$

Fig. 2는 4개의 경계조건에서 섬유 의 권선방향 ( $\theta$ )에 따른 셸의 최저 고유진동수를 나타낸 것으로 ( )안의 숫자는 최저 고유진동수가 발생할때의 원주방향 모드수를 의미한다. SS4 및 CC4 셸의 경우  $\theta = 45^\circ$ 에서 정규 직교이방성 셸( $\theta = 0^\circ$ )에 비해 각각 58%와 53% 정도 높은 진동수를 갖는다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 길이 및 두께가 다른 CF 셸에서 섬유 의 권선방향( $\theta$ )에 따른 최저 고유진동수의 변화를 보여준다. 셸의 길이가 짧을수록 ( $L/R = 0.5$ ) 그리고 셸의 반경대 두께비가 작을수록 ( $R/H = 25$ ) 섬유 의 권선방향( $\theta$ )에 크게 영향을 받는다. 짧은 셸 ( $L/R < 5$ )에서는  $\theta = 30^\circ$  부근에서 가장 높은 값을 갖고, 긴 셸 ( $L/R \geq 5$ )의 경우에는  $\theta = 15^\circ$  부근에서 최대치를 갖는다. 모든 셸에서  $\theta$  값이 적을수록 최저 고유진동수가 발생하는 원주방향의 모드수는 점차 높은 값을 갖게됨을 알 수 있다.

Fig. 5와 Fig. 6은 각각 길이와 두께가 다른 SS3 셸에서 적층판을 대칭 angle-ply ( $\theta^\circ/0^\circ/-\theta^\circ$ )로 적층할때, 적층각도( $\theta^\circ$ )에 따른 셸의 진동특성을 보

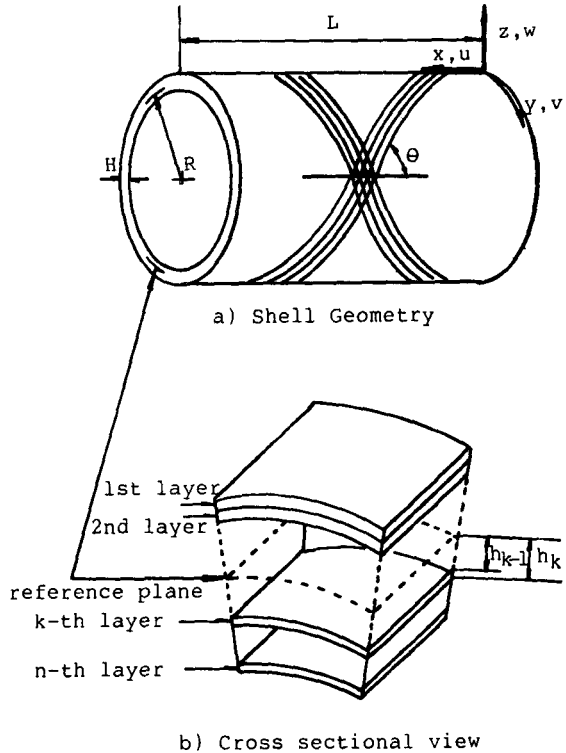


Fig. 1 Coordinate system and structure of laminated cylindrical shell

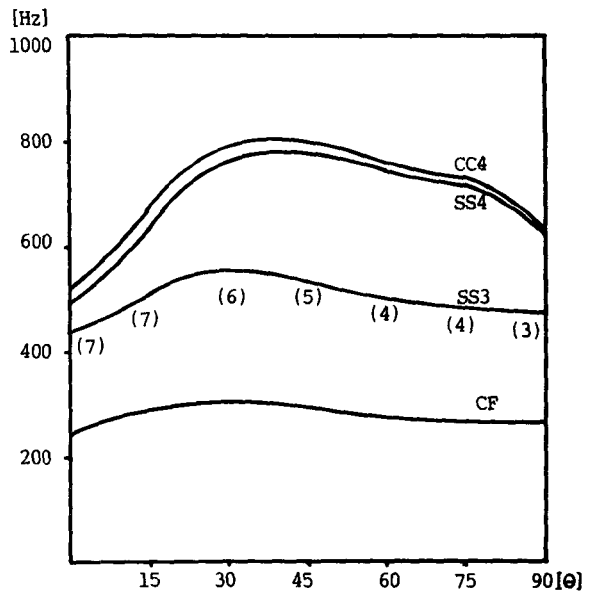


Fig. 2 Effect of fiber winding angle on frequencies of cylindrical shells with various boundary conditions ( $L/R = 2, R/H = 100$ )

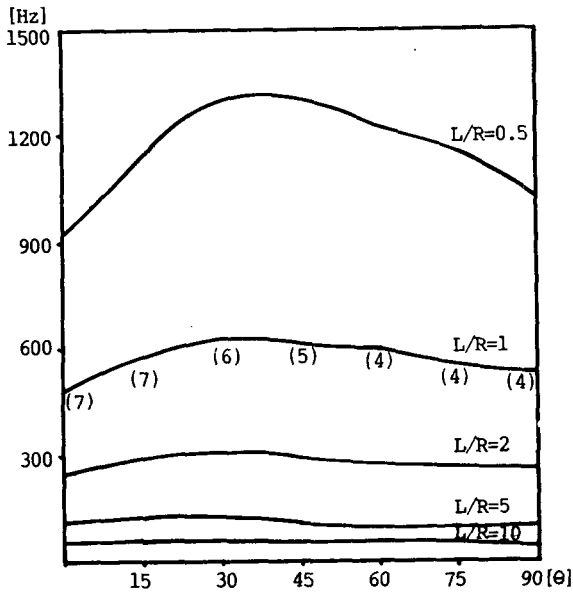


Fig. 3 Effect of fiber winding angle on frequencies of cylindrical shells with CF boundary condition ( $R/H = 100$ )

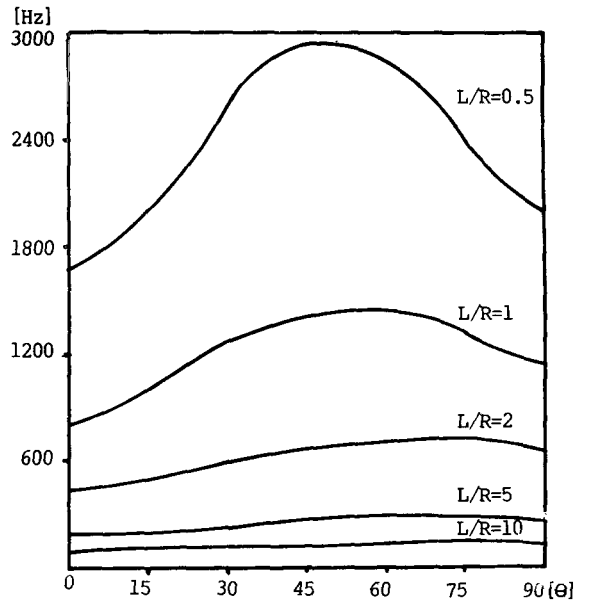


Fig. 5 Effect of lamination arrangement on frequencies for three layers  $\theta^\circ/0^\circ/-\theta^\circ$  angle-ply cylindrical shell with SS3 boundary condition ( $R/H = 100$ )

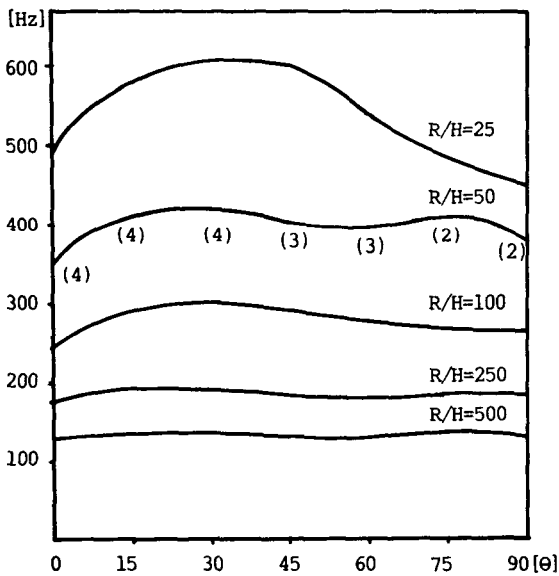


Fig. 4 Effect of fiber winding angle on frequencies of cylindrical shells with CF boundary condition ( $L/R = 2$ )

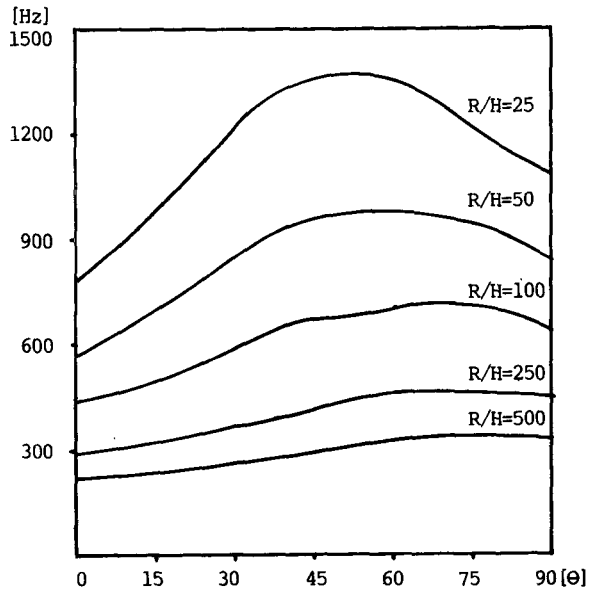


Fig. 6 Effect of lamination arrangement on frequencies for three layers  $\theta^\circ/0^\circ/-\theta^\circ$  angle-ply cylindrical shells with SS3 boundary condition ( $L/R = 2$ )

**Table 1** Fundamental natural frequencies of cross-ply laminated CFRP cylindrical shells with various boundary conditions ( $L/R=2$ ,  $R/H=100$ )

	B.C.	CF	SS3	SS4	CC4
<b>Antisymmetric Cross-ply</b>					
2ply [0°/90°]		304.44(4)	517.29(5)	575.88(5)	608.56(5)
4ply [0°/90°/0°/90°]		356.15(4)	594.30(5)	658.28(5)	682.40(5)
6ply [0°/90°/0°/90°/0°/90°]		364.79(4)	606.78(5)	672.97(5)	694.64(5)
8ply [0°/90°/0°/90°/0°/90°/0°/90°]		367.75(4)	610.91(5)	678.32(5)	698.76(5)
<b>Symmetric Cross-ply</b>					
3ply [0°/90°/0°]		271.66(5)	452.04(6)	522.14(6)	522.95(6)
[90°/0°/90°]		388.74(3)	644.01(4)	741.61(4)	746.45(4)
4ply [0°/90°/90°/0°]		297.55(4)	498.99(5)	584.92(6)	600.80(6)
[90°/0°/0°/90°]		406.28(3)	664.18(4)	743.28(4)	751.34(4)
6ply [0°/90°/0°]symm.		337.68(4)	621.93(4)	629.08(5)	652.51(5)
[90°/0°/90°]symm.		379.42(3)	621.61(4)	722.22(4)	734.16(4)
8ply [0°/90°/90°/0°]symm.		354.42(4)	588.26(5)	682.92(5)	681.93(5)
[90°/0°/0°/90°]symm.		387.69(4)	636.55(4)	709.94(5)	724.22(5)
Regular Orthotropic		242.23(5)	439.55(7)	491.41(7)	519.12(7)

여준다. 최대 고유진동수를 얻기 위한 최적 적층각도는 셀의 길이가 길어지고 두께가 얇을수록 점차 높은 값을 갖게 된다.  $L/R=2$ 이고  $R/H=100$ 인 셀에서 최적 적층각도는  $\theta=75^\circ$ 부근이며, 이때 고유진동수는 정규 직교이방성 셀( $\theta=0^\circ$ )에 비해 64%정도 높은 값을 갖는다.

Table 1은 cross-ply 적층셀( $L/R=2$ ,  $R/H=$

100)에서 각기 다른 경계조건에 대해 적층판의 적층방법 및 적층수의 변화에 따른 진동특성을 보여준다. 역대칭 cross-ply 적층셀의 경우 적층수를 증가시키에 따라 굽힘과 신장 사이의 결합효과가 제거되어 점차 높은 진동수를 갖게 되며, 대칭 cross-ply 적층셀에서는 셀의 중앙면으로부터 바깥층에 90° ply를 적층할 때 항상 높은 값을 얻게 된

**Table 2** Fundamental natural frequencies of cross-ply laminated CFRP cylindrical shells with clamped-free boundary condition ( $L/R=2$ )

	R/H	25	50	250	500
<b>Antisymmetric Cross-ply</b>					
2ply [0°/90°]		542.88(2)	414.25(3)	209.51(5)	152.82(7)
4ply [0°/90°/0°/90°]		634.94(2)	457.91(3)	241.09(5)	178.04(6)
6ply [0°/90°/0°/90°/0°/90°]		637.56(2)	465.25(3)	246.46(5)	181.94(6)
8ply [0°/90°/0°/90°/0°/90°/0°/90°]		638.30(2)	467.22(3)	248.31(5)	183.29(6)
<b>Symmetric Cross-ply</b>					
3ply [0°/90°/0°]		501.98(3)	365.06(4)	181.48(6)	133.16(8)
[90°/0°/90°]		617.78(2)	515.52(3)	268.30(4)	197.47(5)
4ply [0°/90°/90°/0°]		536.44(3)	413.58(3)	200.67(6)	144.94(7)
[90°/0°/0°/90°]		637.63(2)	520.81(3)	283.74(4)	210.00(5)
6ply [0°/90°/0°]symm.		610.66(3)	502.33(4)	233.33(5)	173.92(6)
[90°/0°/90°]symm.		618.90(2)	486.15(3)	259.40(4)	189.48(5)
8ply [0°/90°/90°/0°]symm.		638.25(2)	457.01(3)	240.06(5)	177.27(6)
[90°/0°/0°/90°]symm.		638.39(2)	483.69(3)	260.92(5)	192.53(6)
Regular Orthotropic		489.53(4)	350.83(4)	174.52(7)	128.37(7)

다. 현재의 적층방법중 대칭 cross-ply 4층 셀[90°/0°/0°/90°]이 모든 경계조건에서 가장 높은 고유진동수를 갖게 되며 CF셀에서는 정규 직교이방성 셀에 비해 68% 정도 높은 값을 보여준다.

Table 2는 반경대 두께비가 각기 다른 cross-ply 적층 CF 셀( $L/R=2$ )에서 적층판의 적층방법 및 적층수에 따른 영향을 보여준다.

#### 4. 결 론

저자들에 의해 이전에 제시되었던 직교이방성 적층 원통셀의 진동해법을 이용하여, 국내외적으로 많은 분야에서 이용되고 있는 CFRP 적층셀에 대한 진동해석을 수행하였다.

셀의 고유진동수는 셀의 길이가 짧고 두께가 두꺼울수록 적층판의 적층방향에 의해 크게 영향을 받으며, 적층각도가 적을수록 최저 고유진동수가 발생하는 원주방향의 모드수는 점차 높은 값을 갖게 됨을 알았다. 대칭 angle-ply 적층셀의 경우 최적 적층각도는 셀의 길이가 길고 두께가 얇을수록 점차 높은 값을 갖게 되며, 대칭 cross-ply 적층셀에서는 셀의 중앙면으로부터 바깥층에 90° ply를 적층할때 적층효과를 높일 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Dong, S. B., 1968, "Free Vibrations of Laminated Orthotropic Cylindrical Shells", Journal of Acoustical Society of America, Vol. 44. pp. 1628~1635.
- (2) Sheinman, I., and Grief, S., 1984, "Dynamic Analysis of Laminated Shells of Revolution", Journal of Composite Materials, Vol. 18, pp. 200~215.
- (3) 이영신, 문흥기, 1986, "직교이방성 복합재료 원통셀의 자유진동 해석", 대한기계학회논문집, 제10권, 제 5 호, pp. 758~769.
- (4) 이영신, 문흥기, 윤중호, 1986, "적층직교이방성 외팔 원통셀의 자유진동 해석", 대한기계학회논문집, 제10권, 제 6 호, pp. 929~936.
- (5) Jones, R. M., and Morgan, H. S., 1975, "Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells", AIAA Journal, Vol 13, No. 5, pp. 664~671.
- (6) Sadasiva Rao, Y.V.K., and Raju, P.C., 1977, "Vibrations of Antisymmetrically Laminated Cylindrical Shells", Development of Composite Materials-II, pp. 37~54.
- (7) Kobayashi, S., and Nagashima, T., 1986, "Vibration Characteristics of Laminated Graphite-Epoxy Circular Cylindrical Shells", 일본항공우주학회, Vol. 34, No. 389, pp. 332~339.
- (8) Greenberg, J. B., and Stavsky, Y., 1981, "Vibration of Laminated Filament-Wound Cylindrical Shells", AIAA Journal, Vol. 19, No. 8, pp. 1055~1062.
- (9) Kostas P. Soldatos, 1983, "On the Buckling and Vibration of Antisymmetric Angle-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells", Int. J. Engineering Sci., Vol. 21, No. 3. pp. 217~222.
- (10) Chung, H., 1981, "Free Vibration Analysis of Circular Cylindrical Shells", Journal of Sound and Vibration, Vol. 74, No. 3, pp. 331~350.