〈論 文〉

낮은 종횡비의 직각밀폐용기내의 자연대류 경계층 흐름영역에서의 코어형상에 관한 근사해석

이 진 호* · 김 무 현** · 전 주 명***

(1987년 9월 25일 접수)

Analysis of Natural Convection Core Configuration at Boundary Layer Flow Regime in a Low Aspect Ratio Rectangular Enclosure

Jinho Lee, Moo-Hyun Kim and Ju-Myong Jeon

Key Words: Natural Convection(자연대류), Rectangular Enclosure(직각밀폐용기), Boundary Layer Flow Regime(경계층흐름영역), Temperature and Velocity Profiles(온도 및 속도분포), Stagnant Flow(정체흐름)

Abstract

Natural convection velocity and temperature profiles are obtained approximately in the core at boundary layer flow regime for varying Prandtl number in a low aspect ratio rectangular Enclosure. Analysis is based on the formally obtained core flow equations using the multiple scales method. Results show good agreement with the existing works for $P_r \sim 1$. No comparison, however, is possible yet for $P_r \gg 1$ and $P_r < 1$ due to the lack of available data. It is shown here that boundayt layer flow regimes are governed by two parameters, $A\,Ra^{1/4}$ and $A\,(P_r Ra)^{1/4}$ for $P_r \gtrsim 1$ and $P_r < 1$ respectively.

기 호 설 명

A	: 종횡비(aspect ratio), H/L
A_T, B_T, C_T	: 상수
g	: 중력가속도
H	: 밀폐용기 높이
L	: 밀폐용기 길이
P_r	: Prandtl수, ν/α
Ra	: Rayleigh 수, $\beta g \Delta T H^3/\alpha\nu$
T	: 온도
T_C	: 냉각벽면 온도
T_H	: 가열벽면 온도
ΔT	: $T_H - T_C$
W	: 무차원 와도
X	: 수평좌표
x	: 무차원 수평좌표, X/L
Y	: 수직좌표
y	: 무차원 수직좌표, Y/H
$\tilde{y}$	: 무차원 stretched 수직좌표

그리이스 문자

α	: 열확산 계수
β	: 체적팽창 계수
δ_y	: 수평열경계층 두께
δ_x	: 양단영역
δ_t	: 무차원 수평열경계층 두께, δ_y/H

*정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과
**정회원, 울산대학교 공과대학 기계공학과
***대우자동차(주)

δ_v : 수평속도경계층 두께
ε_y : 수직방향 stretching parameter
ε_v : 수직방향 stretching parameter
ζ : 무차원 수평좌표, x
θ : 무차원 온도, $(T-T_C)/(T_H-T_C)$
θ_C : Mid-core 무차원 온도 함수
ν : 동점성계수
ψ : 무차원 흐름함수, Ψ/Ψ_R
ψ_C : 코어내부영역 무차원 흐름함수
Ψ_R : 특성 흐름함수

1. 序 論

밀폐용기내의 자연대류는 건물 및 태양집열판의 단열, 원자로 및 초전도자성체의 냉각, 축열장치, 환경공학, 지구물리학 및 천체물리학등에 광범위하게 관련되어 지금까지 많은 연구와 관심의 대상이 되어왔다.

밀폐용기내에서의 자연대류는 용기의 기하학적 형태나 경계조건에 매우 민감하며 또한 기본방정식이 비선형이고 운동량방정식과 에너지방정식이 서로 연관(coupling)되어 있기 때문에 이론적 및 실험적 연구가 상당히 어렵고 제한적이다. 특히 Grashof 수(혹은 Rayleigh수)가 충분히 커서 밀폐용기내의 흐름이 경계층흐름형태로 존재하는 경우 일반적인 가열수직평판이나 수평원관주위의 경우와는 달리 그 경계층흐름의 바깥 영역, 즉 밀폐용기내의 코어영역에서의 흐름이 경계층흐름과 서로 밀접히 연관되므로 코어형상(core configuration)을 주어진 물리적인 조건으로부터 미리(a priori) 예측하는 것이 매우 어렵다. 이론적인 해석에서는 언제나 경계조건으로서 코어형상에 관한 선지식(a priori knowledge)을 요구하며 실험에서는 코어형상을 정확히 관찰하는 것이 전체 흐름의 정성적인 이해를 얻는데 필수적이므로 밀폐용기내에 경계층흐름이 존재할 때 그 코어형상을 정확히 예측하는 것이 특히 중요하다.

밀폐용기내에서의 자연대류에 관한 초기의 연구는 주로 수평원관이나 큰 종횡비(aspect ratio)의 직각밀폐용기에 대해 이루어졌다. 이에 대한 결과들은 Ostrach[1]에 의해 정리되었으며 최근에 수평, 수직 및 경사진 직각밀폐용기내에서의 자연대류에 관해 Catton[2]에 의해 고찰되어졌다. Ostrach에 의해 지적되었듯이 수평원관이나 큰 종횡비의 직각밀폐용기내에서의 코어형상은 수학적으로 회전과 등온(rotational and isothermal) 그리고 정체와 성층화된(stagnant and stratified) 온도분포의 두 가지가 가능하다. 초기해석은 전자를 가능한 코어형상으로 보고 이루어졌으나 그후 실험에 의해 후자가 관찰된 후에 후자의 코어형상에 대한 이론적 및 많은 수치적 해석이 이루어졌다.

낮은 종횡비의 직각밀폐용기내의 자연대류에 관한 연구는 지난 10여년 전부터 시작되었지만 아직까지 그 흐름특성 및 물리적 현상에 대한 이해가 충분히 이루어지지 않고있다. 낮은 종횡비의 직각밀폐용기내에서의 코어흐름은 Cormack등[3]의 해석에 의해 유한 Grashof수에 대해 종횡비가 매우 작을때 항상 평행유동이라는 결과가 얻어졌으며 이에 근거하여 Bejan과 Tien[4]은 Rayleigh수의 크기에 따라 각 흐름영역에서의 코어속도 및 온도분포를 구하였다. 그러나 실험[5~7] 및 수치해석[8,9]에 의해서 코어흐름형태가 항상 평행하지 않다는 것이 밝혀졌다. 즉 어떤 조건하에서는 이차셀(secondary cell)이나 정체흐름(stagnant flow)과 같은 코어흐름형태가 나타났다. 밀폐용기내의 코어흐름형태에 대한 모호성은 이와같은 밀폐공간문제에 고유한 것이지만 이를 주어진 기하학적 및 경계조건으로부터 미리 예측할 수 있는 방법이 아직 제시되지 않고 있다. 최근에 Rayleigh수가 충분히 커서 밀폐용기내에 경계층흐름이 존재하는 경우에 대해 Tichy 와 Gadgil[10] 그리고 Shiralkar등[11]은 해석적으로 코어에서의 속도 및 온도분포를 얻었다. 그러나 이들은 코어흐름에 평행하다는 가정하에서 각자 특정하게 얻어진 코어방정식으로부터 코어형상을 구하였다. 한편 Lee[12, 13]는 multiple scales method를 이용한 해석적인 모델에 근거한 scaling analysis를 통해 코어방정식을 공식적으로 도출하였으며 이를 근거로 포괄적으로 물리적 조건에 따른 코어형상을 정성적으로 예측, 기존 몇몇 연구결과와 좋은 일치를 보이고 있지만 아직 이에 대한 연구가 미흡한 상태이므로 충분한 비교, 검토가 이루어지지 못하고 있다.

본 연구에서는 낮은 종횡비의 직각밀폐용기의 경계층흐름영역에 대하여 Lee에 의해 공식적인 수학적 방법으로 얻어진 코어방정식을 기초로 코어흐름형상을 근사해석으로 구하였으며 그 결과를 다른 연구자들의 결과와 비교, 검토하였다.

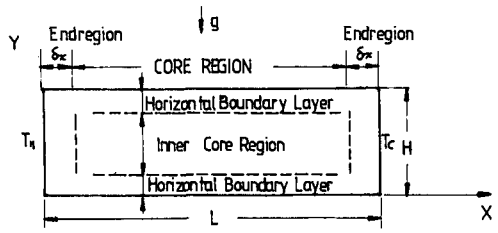

Fig. 1 Schematic diagram of the enclosure

2. 기본 방정식

Fig. 1은 종횡비가 낮은 직각밀폐용기내에 경계층흐름이 존재할때 흐름영역에 대한 계략도이다. 그림에서 보듯이 흐름영역은 크게 수직벽면 근처 경계층흐름이 존재하는 두 양단영역과 양단영역을 제외한 코어영역으로 나누어진다. 특히 코어영역은 경계층흐름이 존재하는 경우 수평경계면 근처의 수평경계층(horizontal boundary layer)영역과 그 바깥 영역, 즉 코어내부(inner core) 영역으로 나누어진다. 직각밀폐용기내의 코어방정식은 Lee의 scaling analysis를 이용하면 Prandtl수에 따라 다음과 같이 표시된다[13].

2.1 $P_r \gtrsim 1$인 경우($P_r \gg 1$ 포함)

$AR_a^{1/4} > 1$ 일 때 직각밀폐용기내에는 뚜렷한 경계층흐름이 존재하며 이때 코어방정식 및 경계조건은 다음과 같이 주어진다[13].

$$\frac{1}{P_r}\frac{2(\omega,\ \psi)}{2(\zeta,\ y)} = \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} + \frac{1}{AR_a^{1/4}} \times\left(A^2\frac{\partial^2\omega}{\partial\zeta^2} + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) \tag{1}$$

$$\omega = -\frac{1}{R_a^{1/2}}\left(A^2\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,y)} = \frac{1}{AR_a^{1/4}}\left(A^2\frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

$$\zeta = 0,\ 1\text{에서 } \psi = \frac{\partial\psi}{\partial\zeta} = 0\ ;\ \theta = 1,\ 0$$
$$y = 0,\ 1\text{에서 } \psi = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial\theta}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

여기서 $AR_a^{1/4} > 1$ 이면 식(1)과 (3)에서 점성 및 열 확산항(diffusion terms)이 무시 되어진다. 그러나 이들 확산항들은 각 식에서 최고차의 미분항이므로 $A^2 \ll 1$에 대해 수평확산항을 무시할때 각 방정식은 코어내에서 수직방향에 대하여 特異點(singular point)을 가지게 된다. 이는 물리적으로 수평벽면 근처에서 일종의 얇은 수평경계층이 존재함을 의미하며 수평경계층내에서는 수직확산항이 중요한 항이 된다. 따라서 이 경우 코어영역은 각 수직확산항들이 중요한 수평경계층영역과 그들 확산항들이 무시되는 수평경계층 바깥 영역, 즉 코어내부영역으로 나누어진다. 문제의 대칭성을 고려하여 밀폐용기 윗 부분 수평열경계층에 대해 stretching parameter, ε_y를 도입하여 y를 다음과 같이 stretching한다.

$$\tilde{y} = \frac{1-y}{\varepsilon_y} \tag{5}$$

여기서

$$\varepsilon_y = \frac{\delta_y}{H} \tag{6}$$

이며 δ_y는 수평열경계층두께를 나타낸다. 식(5)를 그 도함수를 고려하여 식(3)에 대입하여 수평열경계층내에서 대류항과 전도항을 같은 크기로 놓으면 ε_y 및 δ_y는 다음과 같이 주어진다[13].

$$\varepsilon_y \sim \frac{1}{A\,R_a^{1/4}} \tag{7}$$

$$\delta_y \sim \frac{L}{R_a^{1/4}} \tag{8}$$

마찬가지로 수평속도경계층에서 관성항과 점성항을 같은 크기로 놓으면

$$\varepsilon_v \sim \frac{P_r^{1/2}}{A\,R_a^{1/4}} \tag{9}$$

$$\delta_v \sim \frac{L\,P_r^{1/2}}{R_a^{1/4}} \sim \delta_y P_r^{1/2} \tag{10}$$

로서 주어지며 $P_r \sim 1$인 경우는 $\delta_v \sim \delta_y$이므로 수평열경계층과 수평속도경계층은 같은 크기의 정도가 되며 P_r수가 커서 $P_r^{1/2} \gtrsim A\,R_a^{1/4}$인 경우에는 $\varepsilon_v = \frac{\delta_v}{H} \gtrsim 1$ 이므로 이때는 코어내에서 수평속도경계층은 존재하지 않게 된다. 본 절에서는 $P_r \sim 1$인 경우와 P_r수가 커서 $P_r^{1/2} \gtrsim A\,R_a^{1/4}$인 경우를 고려하였다. 식(5)를 식(7)과 함께 식(1)~(4)에 대입하면 코어영역내 수평열경계층에 대한 방정식 및 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$-\frac{1}{P_r}\frac{\partial(\omega,\ \psi)}{\partial(\zeta,\ \tilde{y})} = \frac{1}{A\,R_a^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta} + \frac{1}{A^2R_a^{1/2}} \left(A^2\frac{\partial^2\omega}{\partial\zeta^2} + A^2R_a^{1/2}\frac{\partial^2\omega}{\partial\tilde{y}^2}\right) \tag{11}$$

$$\omega = -\frac{1}{R_a^{1/2}}\left(A^2\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} + A^2R_a^{1/2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tilde{y}^2}\right) \tag{12}$$

$$-\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})} = \frac{1}{A^2R_a^{1/2}}\left(A^2\frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2}\right.$$

$$+A^2Ra^{1/2}\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2}\Big) \tag{13}$$

$\zeta=0,\ 1$에서 $\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}=0\ ;\ 1,0$

$\tilde{y}=0$ 혹은 $\tilde{y}=\frac{1}{\varepsilon_y}$에서 (14)

$$\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}=0,\quad \frac{\partial\theta}{\partial\tilde{y}}=0$$

2.2 $Pr<1$인 경우

$A(PrRa)^{1/4}>1$일 때 밀폐용기내에는 뚜렷한 경계층흐름이 존재하며 Pr수의 크기의 정도(order of magnitude)가 1보다 작은 경우 코어방정식 및 경계조건은 다음과 같이 주어진다[13].

$$\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}+\frac{Pr}{A(PrRa)^{1/4}}\times\Big(A^2\frac{\partial^2\omega}{\partial\zeta^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\Big) \tag{15}$$

$$\omega=-\frac{1}{(PrRa)^{1/2}}\Big(A^2\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\Big) \tag{16}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=\frac{1}{A(PrRa)^{1/4}}\times\Big(A^2\frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\Big) \tag{17}$$

$\zeta=0,1$에서 $\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}=0\ ;\ \theta=1,0$

$y=0,1$에서 $\psi=\frac{\partial\psi}{\partial y}=0,\frac{\partial\theta}{\partial y}=0$ (18)

여기서 $A(PrRa)^{1/4}>1$일 때 식(15)와 (17)에서 점성항 및 열확산항이 무시되므로 $A^2\ll1$ 일 때 각 방정식은 수직방향에 대해 特異點(singular point)을 가지게 된다. 앞절에서와 같이 식(5)에서 그 도함수를 고려하여 식(17)에 대입한 후 수평열경계층내에서 대류항과 전도항을 같은 크기의 정도로 놓으면

$$\varepsilon_y\sim\frac{1}{A(PrRa)^{1/4}} \tag{19}$$

$$\delta_y\sim\frac{L}{(PrRa)^{1/4}} \tag{20}$$

로서 주어진다. 마찬가지 방법으로 식(15)로부터 수평속도경계층내에서 관성항과 점성항을 같은 크기의 정도로 놓으면

$$\varepsilon_v\sim\frac{Pr}{A(PrRa)^{1/4}} \tag{21}$$

$$\delta_v\sim\frac{L\cdot Pr}{(PrRa)^{1/4}}\sim\delta_yPr \tag{22}$$

로서 주어지며 여기서 $Pr<1$ 이므로 $\delta_y>\delta_v$ 이다.

식(5)를 식(19)와 함께 식(15)~(17)에 대입하면 수평열경계층에 관한 방정식 및 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$-\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=\frac{1}{A(PrRa)^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}+\frac{Pr}{A^2(PrRa)^{1/2}}\times\Big(A^2\frac{\partial^2\omega}{\partial\zeta^2}+A^2(PrRa)^{1/2}\frac{\partial^2\omega}{\partial\tilde{y}^2}\Big) \tag{23}$$

$$\omega=-\frac{1}{(PrRa)^{1/2}}\Big(A^2\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2}+A^2(PrRa)^{1/2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tilde{y}^2}\Big) \tag{24}$$

$$-\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=\frac{1}{A^2(PrRa)^{1/4}}\Big(A^2\frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2}+A^2(PrRa)^{1/2}\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2}\Big) \tag{25}$$

$\zeta=0,1$에서 $\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}=0\ ;\ \theta=1,0$

$y=0,\ \frac{1}{\varepsilon_y}$에서 $\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}=0,\ \frac{\partial\theta}{\partial\tilde{y}}=0$ (26)

3. 코 어 해

$Pr\gtrsim1$인 경우 Rayleigh수가 충분히 커서 $ARa^{1/4}>1$이면 식(1)과 (3)으로부터 코어내부영역의 흐름에 관한 방정식은

$$\frac{1}{Pr}\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=\frac{\partial\theta}{\partial\zeta} \tag{27}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=0 \tag{28}$$

로서 나타내어진다. 한편 수평열경계층에 관한 방정식은 식(11) 및 (13)로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{1}{Pr}\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=-\frac{1}{ARa^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}+A^2\frac{\partial^4\psi}{\partial\tilde{y}^4} \tag{29}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=-\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2} \tag{30}$$

그런데 식(27)과 (29)에서 Prandtl수가 매개변수로 나타나므로 $Pr\gg1$, 즉 $Pr^{1/2}\gtrsim ARa^{1/4}$인 경우와 $Pr\sim1$인 경우로 나누어 고려한다.

3.1 $Pr\gg1$인 경우

(1) 코어내부영역

$Pr\gg1$일 때 식(27)과 (28)로부터 코어내부영역에서의 온도 및 유동함수는 다음과 같이 주어진다[13].

$$\theta_c=\theta(y) \tag{31}$$

$$\psi_c=\psi(y) \tag{32}$$

즉 코어내부영역에서 흐름은 평행하며 온도는 성층화된 분포를 나타낸다. 여기서 하첨자 c는 코어내부영역을 표시한다. 밀폐용기내의 중심점에 대한 대칭조건(centro-symmetric conditions),

$$\begin{aligned}\psi(x,\ y)&=\psi(1-x,\ 1-y)\\ \theta(x,\ y)&=1-\theta(1-x,\ 1-y)\end{aligned} \tag{33}$$

을 고려할 때 식(31)은 다음과 같이 나타내어질 수 있다[11].

$$\theta_c=A_T\left(y-\frac{1}{2}\right)^{2n-1}+\frac{1}{2} \tag{34}$$

여기서 A_T는 상수로서 코어내부에서의 온도구배를 나타내며 n은 양의 정수이다.

(2) 수평열경계층영역

$P_r\gg1$일 때 식(29)와 (30)으로부터

$$\frac{\partial^4\psi}{\partial\tilde{y}^4}=\frac{1}{A^3Ra^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta} \tag{35}$$

$$-\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}=\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2} \tag{36}$$

을 얻으며 여기서 수평방향으로의 온도구배, $\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}$ 대신 근사적으로 평균수평온도구배(average horizontal temperature gradient), $\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}\left(=\frac{1}{\delta_t}\int_{1-\delta_t}^{1}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}dy\right)$를 사용하고[10,11] 식(35)와 (36)을 $\tilde{y}$에 대해 적분하면 다음과 같은 유동함수 및 온도함수를 얻는다.

$$\psi=\frac{\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}}{A^3Ra^{1/4}}\left(\tilde{y}^4+C_1\tilde{y}^3+C_2\tilde{y}^2+C_3\tilde{y}+C_4\right) \tag{37}$$

$$\theta_H=\frac{\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}^2}{A^3Ra^{1/4}}\left(\frac{1}{5}\tilde{y}^5+\frac{C_1}{4}\tilde{y}^4+\frac{C_2}{3}\tilde{y}^3+\frac{C_3}{2}\tilde{y}^2+C_5\tilde{y}+C_6\right) \tag{38}$$

여기서 하첨자 H는 수평경계층영역을 나타내며 $C_1,\ C_2,\cdots C_6$는 상수이다. 식(37)과 (38)은 경계조건(14)와 수평열경계층과 코어내부영역과의 접합조건(matching condition),

$$\tilde{y}=\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\text{에서}\quad\theta_H=\theta_C \tag{39}$$

로 부터

$$\psi=\frac{\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}}{A^3Ra^{1/4}}\tilde{y}^2\left(\tilde{y}-\frac{1}{\varepsilon_y}\right)^2 \tag{40}$$

$$\theta_H=-\frac{\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}^2}{A^3Ra^{1/4}}\left\{\frac{1}{5}\left(\tilde{y}^5-\frac{\delta_t^5}{\varepsilon_y^5}\right)-\frac{1}{2\varepsilon_y}\left(\tilde{y}^4-\frac{\delta_t^4}{\varepsilon_y^4}\right)+\frac{1}{3\varepsilon_y^2}\left(\tilde{y}^3-\frac{\delta_t^3}{\varepsilon_y^3}\right)\right\}+A_T\left(\frac{1}{2}-\delta_t\right)+\frac{1}{2} \tag{41}$$

를 얻으며 식(5)와 $\varepsilon_y=\left(ARa^{1/4}\right)^{-1}$임을 고려하면 다음과 같은 y에 관한 해가 얻어진다.

$$\psi=ARa^{1/4}\frac{\overline{\partial\theta}}{\partial\zeta}y^2(1-y)^2 \tag{42}$$

$$\theta_H=-A^2Ra\frac{\overline{\partial\theta}^2}{\partial\zeta}\left\{\frac{1}{5}(1-y)^5-\frac{1}{2}(1-y)^4+\frac{1}{3}(1-y)^3-\left(\frac{1}{5}\delta_t^5-\frac{1}{2}\delta_t^4+\frac{1}{3}\delta_t^3\right)\right\}+A_T\left(\frac{1}{2}-\delta_t\right)+\frac{1}{2} \tag{43}$$

식(42)와 (43)에서 평균수평온도구배, $\overline{\frac{\partial\theta}{\partial z}}$는 코어내부온도해와 수평열경계층온도해를 접합(matching)함으로서 구한다. 즉 접합조건,

$$\tilde{y}=\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\text{에서}\quad\frac{\partial\theta_C}{\partial y}=-\frac{1}{\varepsilon_y}\frac{\partial\theta_H}{\partial\tilde{y}} \tag{44}$$

로 부터

$$\overline{\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}}=-\frac{AA_T^{1/2}}{ARa^{1/4}-1}\quad(\text{단 } ARa^{1/4}>1) \tag{45}$$

를 얻는다.

3.2 $P_r\sim1$인 경우

(1) P_r수의 크기의 정도가 1일 때 식(10)에서 열경계층두께와 속도경계층두께는 거의 같으므로 양단 경계층에서부터 코어영역으로의 유체의 순환은 수평열경계층내에서 주로 이루어진다고 볼 수 있다. 따라서 수평열경계층 바깥 코어내부영역은 Bejan등[7]의 실험결과에서와 같이 거의 정체상태에 있게된다. 따라서

$$\psi_c=\text{constant} \tag{46}$$

로 두면 식(27)로부터 코어내부영역에서

$$\theta_c=\theta(y) \tag{47}$$

로서 이 경우 코어내부영역은 정체 및 성층화된 코어형상으로 나타난다. 중심점에 대한 대칭조건(33)을 고려할 때 θ_c는 식(34)와 마찬가지로 나타내어질 수 있다.

$$\theta_c=B_T\left(y-\frac{1}{2}\right)^{2n-1}+\frac{1}{2} \tag{48}$$

(2) 수평열경계층영역

$P_r\sim1$일 때 식(29) 및 (30)으로부터

$$\frac{1}{P_r}\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=-\frac{1}{ARa^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}+A^2\frac{\partial^4\psi}{\partial\tilde{y}^4} \tag{49}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=-\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2} \tag{50}$$

여기서 식(49)와 (50)의 엄밀해는 해석적으로 구하기가 불가능하므로 경계조건으로 부터 속도 및 온도해를 근사적으로 구한 후에 다시 식(49) 및 (50)에 대입하여 경계층구간에 대하여 적분한다. 우선 온도함수를

$$\theta_H=C_1\tilde{y}^2+C_2\tilde{y}+C_3 \tag{51}$$

라 하면 상부 수평열경계층영역$\left(0\le\tilde{y}\le\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\right)$에서의 경계조건(14), (39) 그리고 (44)로 부터

$$\theta_H=-\frac{B_T\varepsilon_y^2}{2\delta_t}\tilde{y}^2-\frac{B_T\delta_t}{2}+\frac{B_T}{2}+\frac{1}{2} \tag{52}$$

이 되고 이를 y에 대한 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\theta_H=-\frac{B_T}{2\delta_t}(1-y)^2-\frac{B_T\delta_t}{2}+\frac{B_T}{2}+\frac{1}{2} \tag{53}$$

한편 유동함수를

$$\psi_H=C_1\tilde{y}^4+C_2\tilde{y}^3+C_3\tilde{y}^2+C_4\tilde{y}+C_5 \tag{54}$$

로 두면 경계조건(14)와 접합부에서의 조건, 즉

$$\tilde{y}=\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\text{에서 }\frac{\partial\psi_H}{\partial\tilde{y}}=\frac{\partial^2\psi_H}{\partial\tilde{y}^2}=0 \tag{55}$$

으로부터 유동함수는

$$\psi_H=C_1\left\{\tilde{y}^4-\frac{8}{3}\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\tilde{y}^3+2\frac{\delta_t^2}{\varepsilon_y^2}\tilde{y}^2\right\} \tag{56}$$

또는

$$\psi_H=\frac{C_1}{\varepsilon_y^4}\left\{(1-y)^4-\frac{8}{3}(1-y)^3\delta_t+2(1-y)^2\delta_t^2\right\} \tag{57}$$

이 된다. 식(49) 및 (50)을 경계층구간, $0\le\tilde{y}\le\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}$, 에서 $\tilde{y}$에 대해 적분형으로 표시하면

$$\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}\frac{\partial^3\psi}{\partial\zeta\partial\tilde{y}^2}d\tilde{y}-\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\frac{\partial^3\psi}{\partial\tilde{y}^3}d\tilde{y}=-P_r\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial^4\psi}{\partial\tilde{y}^4}d\tilde{y}+\frac{P_r}{A^3R_a^{1/4}}\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}d\tilde{y} \tag{58}$$

$$\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}d\tilde{y}-\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial\theta}{\partial\tilde{y}}\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}d\tilde{y}=-\int_0^{\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}}\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2}d\tilde{y} \tag{59}$$

이 되며 여기에 식(52) 및 (56)의 미분항들을 구해서 대입하면 식(58) 및 (59)로부터 각각 다음 관계식,

$$C_1=-\frac{B_T}{72A^3R_a^{1/4}}\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta} \tag{60}$$

$$\frac{2}{15}\frac{\partial C_1}{\partial\zeta}\frac{\delta_t^5}{\varepsilon_y^5}+\frac{1}{3}C_1\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta}\frac{\delta_t^4}{\varepsilon_y^5}-1=0 \tag{61}$$

을 얻고 식(60)을 식(61)에 대입하면

$$\frac{\partial^2\delta_t}{\partial\zeta^2}\cdot\delta_t^5+\frac{5}{2}\left(\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta}\right)^2\cdot\delta_t^4+\frac{540A^3AR_a^{1/4}\varepsilon_y^5}{B_T}=0 \tag{62}$$

이 된다. 여기서 수평열경계층두께 δ_t는 수평평판 위 강제대류의 경우를 고려하여 근사적으로

$$\delta_t=a_2\zeta^t \tag{63}$$

라 놓고 식(63)을 그 미분함과 함께 식 (62)에 대입하면 다음 결과를 얻는다.

$$\delta_t=\left(9720A^3A^3R_a^{-1/4}B_T^{-1}\varepsilon_y^5\right)^{1/6}\cdot\zeta^{1/3} \tag{64}$$

3.3 $P_r<1$인 경우

(1) 코어내부영역

P_r수의 크기의 정도가 1보다 작은 경우 $A(P_rR_a)^{1/4}>1$이면 식(15) 및 (17)로부터 코어내부영역에 적합한 방정식은

$$\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=\frac{\partial\theta}{\partial z} \tag{65}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,y)}=0 \tag{66}$$

여기서 $P_r<1$일 때 식(22)로부터 수평속도경계층은 열경계층보다 두께가 얇으므로 유체의 흐름은 수평열경계층내부에서 이루어지며 코어내부영역은 $P_r\sim1$인 경우에서와 같이 거의 정체상태에 있게 된다. 따라서

$$\psi_c=\text{constant} \tag{67}$$

로 두면 온도함수는 앞의 경우에서와 같이

$$\theta_C=C_T\left(y-\frac{1}{2}\right)^{2n-1}+\frac{1}{2} \tag{68}$$

로 나타내어질 수 있다.

(2) 수평열경계층영역

$P_r<1$인 경우 식(23) 및 (25)는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=-\frac{1}{A(P_rR_a)^{1/4}}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}-P_r\frac{\partial^2\omega}{\partial\tilde{y}^2} \tag{69}$$

$$\frac{\partial(\theta,\psi)}{\partial(\zeta,\tilde{y})}=-\frac{\partial^2\theta}{\partial\tilde{y}^2} \tag{70}$$

$P_r\sim1$인 경우에서와 같은 방법으로 경계조건으로 부터 근사적인 온도해 및 유동함수를 구하면

$$\theta_H=-\frac{C_T\varepsilon_y^2}{2\delta_t}\tilde{y}^2-\frac{C_T\delta_t}{2}+\frac{C_T}{2}+\frac{1}{2} \tag{71}$$

$$\psi_H=C_1\left\{\tilde{y}^4-\frac{8}{3}\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\tilde{y}^2+2\left(\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}\right)^2\tilde{y}^2\right\} \tag{72}$$

또는

$$\theta_H=-\frac{C_T}{2\delta_t}(1-y)^2-\frac{C_T\delta_t}{2}+\frac{C_T}{2}+\frac{1}{2} \quad (73)$$

$$\psi_H=\frac{C_1}{\varepsilon_y^4}\left\{(1-y)^4-\frac{8}{3}(1-y)^3\delta_t+2(1-y)^2\delta_t^2\right\} \quad (74)$$

이 된다. 앞절에서와 같이 식(71) 및 (72)의 미분식들을 구한 후 식(69) 및 (70)에 대입하고 경계층 구간, $0\le\tilde{y}\le\frac{\delta_t}{\varepsilon_y}$, 에서 $\tilde{y}$에 대해 적분하면

$$C_1=-\frac{C_T}{72A^3Ra^{1/4}Pr^{5/4}}\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta} \quad (75)$$

$$\frac{2}{15}\frac{\partial C_1}{\partial\zeta}\frac{\delta_t^5}{\varepsilon_y^5}+\frac{1}{2}C_1\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta}\frac{\delta_t^5}{\varepsilon_y^5}-1=0 \quad (76)$$

이 되고 식(75) 및 그 미분항을 식(76)에 대입하면

$$\frac{\partial^2\delta_t}{\partial\zeta^2}\cdot\delta_t^5+\frac{5}{2}\left(\frac{\partial\delta_t}{\partial\zeta}\right)^2\cdot\delta_t^4+\frac{540A^3Ra^{1/4}Pr^{5/4}\varepsilon_y^5}{C_T}=0 \quad (77)$$

따라서 수평열경계층두께 δ_t를

$$\delta_t=a_3\zeta^m$$

로 놓으면 그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_t=(9720A^3Ra^{-1/4}Pr^{5/4}\varepsilon_y^5C_T^{-1}\varepsilon_y^5)^{1/6}\zeta^{1/3} \quad (79)$$

4. 결과 및 토의

본 연구에서 식(34), (48) 및 (68)에서의 상수 A_T, B_T 및 C_T는 앞에서 언급한 바와 같이 코어해와 양단영역해간의 접합으로 결정되나 본 코어영역의 근사해석에서는 제한된 경계조건으로 인하여 구할 수 없으므로 다른 연구자들[7,10,11]의 경우와 같이 처리하였다. 즉 본 연구에서는 이들 상수의 값을 0.75로 취하였으며 이들 상수값의 0.1 차이(예 ; 0.80~0.70)에 대해 온도 및 속도해의 오차는 5% 이내이다. Pr수에 따른 코어의 속도 및 온도분포는 다음과 같다.

4.1 $Pr\sim1$인 경우

$Pr\gtrsim1$인 경우 해석적 연구[13] 및 실험적 연구[7]에 의하면 낮은 종횡비의 직각밀폐용기내의 흐름이 평행흐름에서 경계층흐름으로의 천이는 매개변수 $AR_a^{1/4}$에 의해 결정된다. 즉 Rayleigh수가 커서 $AR_a^{1/4}>1$일 때 밀폐용기내의 흐름은 경계층흐름으로 나타난다. Fig. 2는 $Pr\sim1$인 경우에 대해 $AR_a^{1/4}$의 변화에 따른 온도 및 속도분포를 나타낸다. 그림에서 온도분포는 각각의 $AR_a^{1/4}$값에 대하여 식

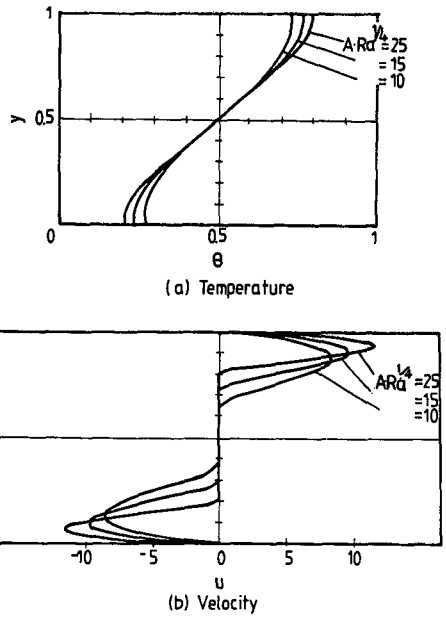

Fig. 2 Core temperature and velocity profiles for $Pr\sim1$
$A=0.1$, $B_T=0.75$, $\zeta=0.5$, $AR_a^{1/4}=10, 15, 25$

(48)의 코어내부해와 식(53)의 수평열경계층 영역해를 구해서 열경계층두께 지점에서 서로 접합하여 얻어진 결과이다. 여기서 코어내부 온도분포는 실험[7,14] 및 이론해석[10,11]의 결과를 근거로 선형적으로 성층화된(linearly stratified) 경우로 보아 $n=1$로 고려하였다. 본 연구의 온도분포는 centro-symmetric 조건에 의하여 중심점($\zeta=0.5$, $y=0.5$)에 대하여 대칭을 이루고 있다. 그림에서 $AR_a^{1/4}$의 값에 따른 수평열경계층영역내의 온도분포의 변화를 볼 수 있는데 $AR_a^{1/4}$값이 증가함에 따라 수평열경계층 밖, 코어내부영역에서의 선형적인 온도분포가확장되며 결과적으로 수평열경계층영역이 얇아진다. 수평속도분포는 각각의 $AR_a^{1/4}$ 값에 대하여 식(46)의 코어내부해와 식(57)의 수평속도경계층영역해를 $u=\partial\psi/\partial y$의 관계로 부터 구해서 속도경계층두께 지점에서 서로 접합하여 얻어진 결과이다. 그림에서 속도분포는 상·하 수평면 근처에서는 일종의 분사흐름(jet flow) 형태로서 존재하며 코어내부영역은 정체흐름으로 나타나고 있다. $AR_a^{1/4}$값의 변화에 따른 수평속도분포를 살펴보면 $AR_a^{1/4}$가 증가할수록 코어내부의 정체흐름영역이 증가하여 결과적으로 수평속도경계층영역이 얇아지고 분사흐름형태는 점점 뚜렷해져서 강한 분

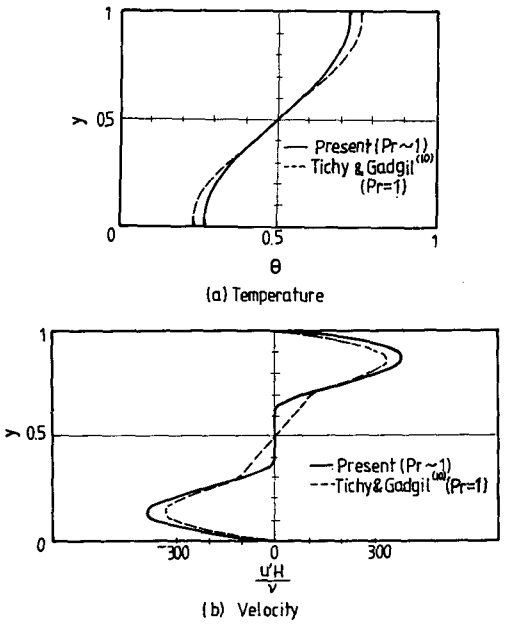

Fig. 3 Core temperature & velocity for $P_r \sim 1$
$A=0.1$, $B_T=0.75$, $\zeta=0.5$, $AR_a^{1/4}=10$

사흐름형태를 띠게된다. Fig. 3은 $P_r \sim 1$인 경우의 본 연구의 결과와 $P_r=1$인 경우의 Tichy와 Gadgil[10]의 해석결과와 비교한 것이다. Tichy와 Gadgil의 가정하에서와 같이 $B_T=0.75$일 때 온도분포는 수평열경계층영역에서 최대 6% 차이를 보였다. 그림에서 속도분포는 약간의 차이를 보이고 있다. 특히 코어내부영역에서의 차이는 후자의 경우 코어내부유동을, 낮은 종횡비라는 사실만으로 R_a수에 상관없이, 항상 1차적으로 변하는 평행유동으로 가정했기 때문이다. 그러나 이 결과는 기존 실험결과와 상반되며[실험적 연구[14,15]에 의하면 낮은 종횡비의 경우 R_a수가 비교적 낮으면($R_a \sim 10^5$) 코어영역에는 충분히 발달된 평행한 대향류(fully developed parallel counter flow)가 형성되나 R_a수가 차츰 높아지면($10^6 \lesssim R_a \lesssim 10^7$) 수평속도경계층영역의 주흐름(main flow)과 이와 반대 방향인 코어내부의 작은 2차셀이 존재하다가 R_a수가 더욱 높아지면($R_a \gtrsim 10^8$) 수평속도경계층에서의 강한 분사흐름과 더욱 넓어진 코어내부영역의 정체흐름이 뚜렷이 형성된다] 물리적 조건에 매우 민감함 내부유동의 문제에서 물리적 조건을 무시한채 공식적인 수학적 과정을 거치지않은 단순한 가정으로 인한 오류임을 보여준다. Fig. 4는 $P_r \sim 1$인 경우의 본 연구의 결과와 $P_r=6$인 경우의 Bejan등[7]의 실험결과와 비교한 것이다. 온도분포는 상부 수평면근처에서 6% 정도 차이를 보였고 속도분포는 $AR_a^{1/4}$값이 약 12일때 본 연구가 점대칭조건으로 상·하부에서 속도크기가 같으나 Bejan등의 실험결과는 약 20% 정도 차이를 보인 것은 상부와 하부의 온도차이로 인한 물성치의 변화에 기인된 것으로 판단된다. 한편 유동함수의 경우 본 연구의 결과에 비하여 Bejan등의 결과가 작은 값을 나타내는데 이는 실험의 경우 코어내부영역에서 발생한 반류(back flow)때문으로 판단된다.

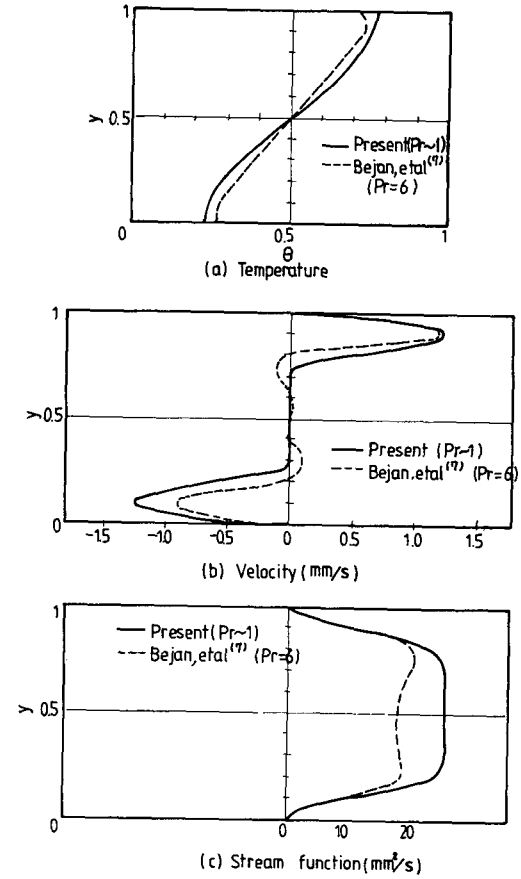

Fig. 4 Core temperature, velocity & stream function for $P_r \sim 1$
$A=0.0625$, $B_T=0.75$, $\zeta=0.5$, $AR_a^{1/4}=12.48$

4.2 $P_r \gg 1$인 경우

Fig. 5는 $P_r \gg 1$인 경우 $AR_a^{1/4}$의 변화에 따른 온도 및 속도분포를 나타낸다. 온도분포는 $P_r \sim 1$인 경우의 경향과 같이 $AR_a^{1/4}$값이 증가할수록 코어내부의 선형적인 온도분포영역이 넓어지고 수평열경

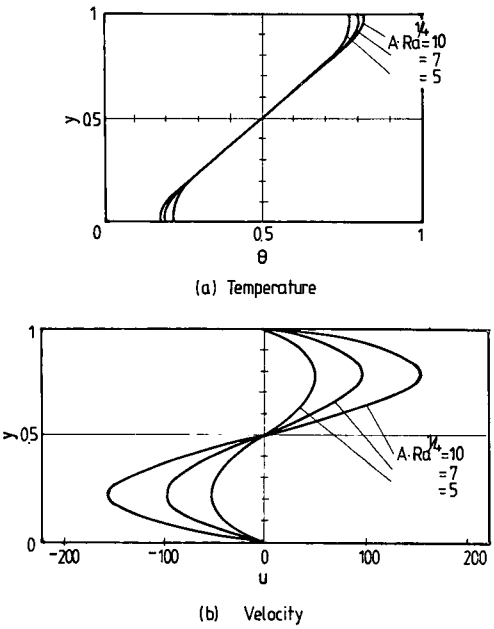

Fig. 5 Core temperature and velocity profiles for $P_r \gg 1$
$A=0.1,\ A_T=0.85,\ \zeta=0.5,\ AR_a^{1/4}=5,7,10$

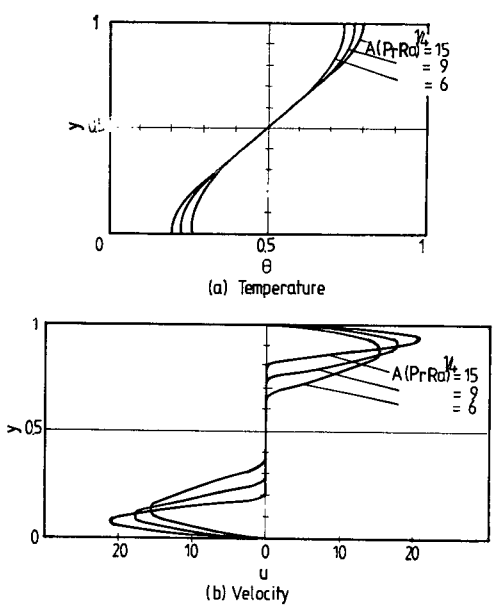

Fig. 6 Core temperature and velocity profiles for $P_r<1$
$A=0.1,\ C_T=0.75,\ \zeta=0.5,\ A(P_rR_a)^{1/4}=6,9,15$

계층영역에서의 온도값은 증가하고 있다. 또한 Fig. 5(a)와 Fig. 2(a)에서 동일한 $AR_a^{1/4}$값(예 ; $AR_a^{1/4}=10$)을 가질때 $P_r \gg 1$인 경우와 $P_r \sim 1$인 경우를 비교하면 $P_r \gg 1$일 경우가 수평열경계층두께는 얇으나 수평열경계층영역내의 온도분포는 더 큰 값을 가지는 것을 알 수 있다. 속도분포는 Ostrach등[6]의 결과에서와 같이 $AR_a^{1/4}$의 값에 따른 속도분포의 변화를 볼 수 있다. 본 연구에서는 속도분포가 충분히 발달된 평행한 대향류로서 중심점에 대하여 대칭으로 나타나고 있으나 실제 실험에서는 물성치의 변화로 인하여 비대칭의 속도분포가 예상된다.

4.3 $P_r<1$인 경우

Fig. 6은 $P_r<1$인 경우의 $A(P_rR_a)^{1/4}$의 변화에 따른 온도 및 속도분포를 나타낸다. $P_r<1$인 경우 Lee의 해석적 연구[13]에 의하면 직각밀폐용기내에서 경계층흐름영역은 매개변수, $A(P_rR_a)^{1/4}$가 1보다 큰 경우에 나타난다. 그림에서 $A(P_rR_a)^{1/4}$ 값에 따른 온도 및 속도분포의 변화를 볼 수 있으며 전체적인 모양은 $P_r \sim 1$인 경우와 비슷하였다.

본 근사해석에서는 온도 및 속도분포가 중심점 ($\zeta=0.5,\ y=0.5$)에 대하여 대칭으로 나타났으나 실제 실험적 연구[7,14]에 있어서는 반드시 대칭되지는 않고 있음이 증명되고 있다. 뿐만 아니라 $P_r \sim 1$ 및 $P_r<1$인 경우 경계층흐름영역이 존재할때 실험적 연구결과에서는 코어내부영역의 가장자리에 약한 반류가 관찰되나 본 연구에서는 2차흐름 또는 3차흐름과 같은 미세한 흐름영역까지의 예측은 불가능하다. 종횡비가 낮고 R_a수는 큰, 즉 $A^2 \ll 1$이고 $AR_a^{1/4}>1$및 $A(P_rR_a)^{1/4}>1$인 물리적 조건을 만족하는 경계층흐름영역에 관한 본 연구는 기존의 실험 및 수치적 연구결과들[8,14,16]과 폭넓게 비교, 검토하는데 한계가 있었다. 이는 실험적 연구에서는 낮은 종횡비의 경우 높은 R_a수를 얻기가 현실적으로 어렵고 수치적 연구에서는 종횡비가 낮고 R_a수가 높을 경우 수렴이 어려워 안정된 해를 얻는 것이 어렵기 때문이다. 앞으로 이와 같은 물리적 조건에 대한 충분한 연구가 절실히 요망된다.

5. 결 론

종횡비가 낮은 직각밀폐용기내의 양단의 온도차이로 인한 자연대류흐름이 R_a수가 충분히 커서 경계층흐름영역으로 나타날 때 R_a수에 따른 코어에서의 온도 및 속도분포를 공식적인 수학적 방법에

의해 유도된 코어방정식으로부터 근사적으로 구하였으며 그 결과를 기존의 연구결과와 비교, 검토하였다.

해석결과 밀폐용기내의 흐름이 평행흐름에서 경계층흐름영역으로의 천이는 $P_r \gtrsim 1$인 경우 $AR_a^{1/4} > 1$일 때, $P_r < 1$인 경우 $A(P_rR_a)^{1/4} > 1$일 때 이루어짐을 알 수 있었다. 이러한 흐름의 천이로부터 낮은 종횡비이에도 불구하고 단순히 R_a수가 크다는 사실만으로 말폐용기내의 흐름이 경계층흐름으로 나타나며 이때 코어흐름이 평행하다는 기존의 가정은 적절치 못함을 알 수 있으며 이 가정의 사용에는 매우 유의해야 할 것이다. 즉 밀폐용기내의 자연대류흐름과 같이 주어진 기하학적 및 물리적인 조건에 민감한 흐름현상을 단순한 가정에서 해석을 시도하기 보다는 이와같은 형태로의 공식적인 수학적 방법을 통해 접근하는 것이 효과적임을 알 수 있었다.

Prandtl수에 따른 코어내에서의 온도분포를 살펴보면 $P_r \gtrsim 1$인 경우 $AR_a^{1/4}$의 증가에 따라 수평열경계층영역은 얇아지며 안정되게 성층화된 코어내부영역이 확장되었고 수평열경계층영역내의 온도분포값의 증가가 잘 나타났다. $P_r < 1$인 경우도 임의의 P_r수에 대해 $A(P_rR_a)^{1/4}$의 증가에 따라 $P_r \gtrsim 1$인 경우와 비슷한 경향을 나타내었다. 코어속도분포는 $P_r \sim 1$ 및 $P_r < 1$인 경우 $AR_a^{1/4}$ 및 $A(P_rR_a)^{1/4}$값이 증가할수록 수평경계면을 따라 점점 더 강한 분사흐름형태로 나타나며 이에 따라 코어내부의 정체흐름영역이 넓어졌다. 그러나 $P_r \gg 1$인 경우는 R_a수의 증가에 상관없이 충분히 발달된 평행한 대향류형태로 나타나며 R_a값이 증가하여도 그 흐름형태는 바뀌지 않았다.

참 고 문 헌

(1) Ostrach, S., 1972, "Advances in Heat Transfer", Vol.8, Academic Press, New York, pp.161~226.

(2) Catton, I., 1978, "Natural Convection in Enclosures", Proc. 6th Heat Transfer Conference, Vol. 1, pp.13~31.

(3) Cormack, D.E., Leal, L.G. and Imberger, J., 1974, "Natural Convection in a Shallow Cavity with Differentially Heated End Walls. Part 1. Asymtotic Theory", J. Fluid Mech., Vol. 65, pp.209~229.

(4) Bejan, A. and Tien, C.L., 1978, "Laminar Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Cavity with Different End Temperature", J. Heat Transfer, Vol. 100, pp. 641~647.

(5) Imberger, J., 1974, "Natural Convection in a Sahallw Cavity with Differentially Heated End Walls. Part 3. Experimental Results", J. Fluid Mech., Vol. 65, pp.247~260.

(6) Ostrach, S., Loka, R.R. and Kumar, A., 1980, "Natural Convection in low Aspect Ratio Rectangular Enclosures", Heat Transfer Division of A.S.M.E., HTD-Vol. 18.

(7) Bejan, A., Al-Homoud, A.A. and Imberger, J., 1981, "Experimental Study of High Rayleigh Number Convection in a horizontal Cavity with Different End Temperatures", J. Fluid Mech., Vol.109, pp. 283~299.

(8) Shiralkar, G.S. and Tien, C.L., 1981, "A Numerical Study of Laminar Natural Convection in Shallow Cavities", J. Heat Transfer, Vol. 103, pp.226~231.

(9) Cormack, D.E., Leal, L.G. and Seinfeld, J.H., 1974, "Natural Convection in a Shallow Cavity with Differentially Heated End Walls. Part 2. Numerical Solutions", J. Fluid Mech., Vol.65, pp.231~246.

(10) Tichy, J. and Gadgil, A., 1982, "High Rayleigh Number Laminar Convection in Low Aspect ratio Enclosures with Adiabatic Horizontal Walls and Differentially Heated Vertical Walls", J. Heat Transfer, Vol.104, pp.103~110.

(11) Shiralkar, G.S., Gadgil, A. and Tien, C.L., 1981, "High Rayleigh Number Convection in Shallow Enclosures with Different End Temperatures", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp.1621~1629.

(12) Lee, J., 1984, "Scaling Analysis of Core Flow Pattern in a Low-Aspect Ratio Rectangular Enclosure. (Ⅰ) Core-Driven Flow Regime", Trans. KSME, Vol. 8, pp.274~282.

(13) Lee, J., 1984, "Scaling Analysis of Core Flow Pattern in a Low-Aspect Ratio Rectangular Enclosure. (Ⅱ) End Driven Flow Regime", Trans. KSME, Vol.8, pp.375~384.

(14) 황규석, 1984, "종횡비가 낮은 밀폐용기내의 Prandtl수가 큰 유체의 자연대류에 관한 실험적 연구", 석사학위논문, 연세대학교 대학원.

(15) Kirdyashkin, A.G., 1984, "Thermogravitational and Thermocapillary Flows in a Horizontal Liquid Layer under the Conditions of Horizontal Temperature Gradient", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, pp.1205~1218.

(16) 황기영, 1986, "종횡비가 낮은 직각밀폐용기내의 자연대류에 관한 유한차분해석", 석사학위논문, 연세대학교 대학원.