

<論 文>

근사직교 경계고정곡선좌표계를 사용한 수치적 격자생성

맹 주 성* · 신 종 균**

(1987년 12월 26일 접수)

The Numerical Grid Generation Using the Nearly Orthogonal Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems

Joo Sung Maeng and Jong Kyun Shin

Key Words ; Numerical Grid Generation(수치적 격자생성), Nearly Orthogonal Boundary-Fitted Coordinate System(근사직교 경계고정좌표계)

Abstract

In the present study, a new method of generating a nearly orthogonal boundary-fitted coordinate systems with automatic grid spacing control is introduced. Applications of the method to a two dimensional simply-connected region is then demonstrated. The nearly orthogonal boundary-fitted method has the following features, (a) Strong grid control in the η -direction can be made, (b) The generated boundary-fitted coordinates are nearly orthoronal, (c) Both the ξ -and η -direction control function are mathematically derived. Especially the η -direction control function is derived under the assumption that the η -direction grid spacing is by far smaller than the ξ -direction grid spacing when the η -direction grid line is strongly clustered. (d) The grid control functions are dynamically adjusted by the metric scale factors imposed on the boundary. The control function is fully automatic and eliminates the need of user manipulation of the control function.

기 호 설 명

- F_1, F_2 : 경계고정곡선좌표계에서 ξ, η 방향의 제어함수
- g : Jacobian의 제곱
- g_{22}, g_{11}, g_{12} : 좌표변환의 Geometric Tensor
- J : 좌표변환의 Jacobian
- X, Y : 직각좌표
- ξ, η : 경계고정곡선좌표
- $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$: 실제영역에서의 경계들
- $\Gamma_1^*, \Gamma_2^*, \Gamma_3^*, \Gamma_4^*$: 계산영역에서의 경계들
- ϵ, ν : ξ, η 좌표에 대한 미분

1. 서 론

일반적으로 임의의 영역에서 유동현상을 수치해석에 의해 규명하려고 할 때 우리는 그 영역을 미소요소로 나누어 이산화(discretization)한 후 유동현상을 지배하는 편미분방정식을 일련의 차분 방정식이나 국부해석해에 의해서 근사화하여 그 결과로써 생기는 대수연립방정식을 풀게 된다. 그리고 그 결과, 영역내의 각 격자점에서 종속 변수의 이산화된(discretized) 값들을 얻게 된다.

그런데 수치해석 대상영역을 격자로 나누어 이산화할 때 어떤 좌표계를 선택하는 것이 해를 정확하고 효과적으로 구할 수 있느냐 하는 것은 근본적으

*정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과
**한양대학교 대학원

로 문제의 기하학적 형상에 달려있다. 그래서 현재의 추세는 문제의 영역을 격자로 나눌 때 직각좌표계나 극좌표계 같은 기초적인 좌표계보다는 좌표선이 영역의 경계 또는 형상에 일치함으로써 경계 보간 등이 필요없고 보다 정확하고 효율적으로 수치해를 구할 수 있는 경계고정좌표계를 사용하는 것이다.

또한 일반적인 컴퓨터 코드(code)의 개발이라는 견지에서 볼 때 복잡하고 불규칙적인 경계를 가지는 영역에서는 해석대상영역을 이산화하고 지배방정식의 수치해를 구하는 것이 장황하고 지루한 과정이다. 그러나 경계고정좌표계를 사용하면 입의 형상의 경계를 가지는 영역에서 유동현상의 수치해를 구하는 것이 가능하며 물리적 형태와 경계만을 입력으로서 변화시켜주면 되는 일반적인 컴퓨터 코드를 개발할 수 있게 된다.

경계고정좌표계는 앞에서 설명한 이유로해서 많은 관심의 대상이 되어왔고 그 결과 경계고정좌표계를 생성하는 다양한 방법들이 연구 개발되어 있다. 그러나 가장 대표적인 방법중의 하나로서 Thompson 등⁽¹⁾에 의해 처음으로 제시되어 많은 발전을 거듭한 타원형 편미방에 의한 격자생성법만 보더라도 격자선의 직교성, 격자간격의 조정 등에서 많은 개선의 여지가 남아있는 형편이다.

따라서 본 연구에서는 제어함수를 수식으로부터 유도하여 자동적인 격자간격제어가 가능한 “근사직교 경계고정곡선좌표계”를 생성하는 새로운 방법을 제시하여 2차원영역에 대한 그 적용을 논의하고자 한다.

2. 경계고정곡선좌표계

근사직교 경계고정곡선좌표계의 생성방법을 논의하기에 앞서 경계고정곡선좌표계 전반에 걸쳐 간단히 고찰하는 것이 필요하다.

경계고정곡선좌표계는 수치해석대상영역을 규정하는 경계의 모든 부분들이 특정좌표선과 일치하는 곡선좌표계를 일컫는다. 수치해석대상영역을 실제영역(physical region), 계산을 수행하는 정규영역을 계산영역(computational region) 또는 변환영역(transformed region)이라 하며 두 영역의 격자점은 Fig. 1과 같이 일대일 사상에 의해 대응한다.

경계고정좌표계의 생성은 실제영역에서의 경계값 문제(boundary value problem)에 의한 경우와 변

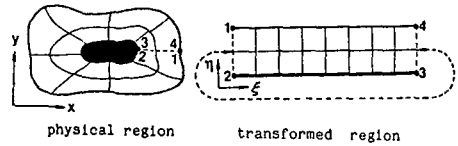


Fig. 1 One to one mapping between physical space and transformed space

환영역에서의 경계값문제에 의한 경우가 있는데 문제의 간편성 때문에 보통 후자를 사용한다.

변환영역의 좌표를 ξ 와 η , 실제영역의 좌표를 X 와 Y 라 할 때 변환영역에서의 경계값문제에 의한 경계고정좌표계의 생성은 변환영역의 직사각형 경계 위에서 규정된 경계값 $X(\xi, \eta)$ 와 $Y(\xi, \eta)$ 로부터 (ξ, η) 좌표로 정의된 변환영역의 격자점에 대응하는 실제영역상의 격자점 (x, y) 를 계산하는 것이다.

경계값으로부터 경계고정곡선좌표계를 생성하는 방법에는 여러가지가 있다. 즉 (a) 대수적 관계를 사용한 경계값 사이의 보간에 의해 생성하는 방법⁽²⁻⁴⁾과 (b) 편미분방정식의 수치해에 의해 생성하는 방법⁽⁵⁻⁹⁾ 등이 있다. 경계고정좌표계를 편미분방정식에 의해 생성할 때 사용되는 편미분방정식의 형은 경계조건에 따라 타원형(elliptic)이 되기도 하며 쌍곡선형(hyperbolic)이 되기도 한다.

대수적 방법은 간단하고 단순하나 일대일 사상, 격자선의 평활성, 격자선의 직교성 등 경계고정곡선좌표계가 만족하면 좋은 성질을 충족시키기가 어려운 단점이 있다.

3. 근사직교 경계고정곡선좌표계

3.1 격자생성 타원형 방정식의 유도

2차원영역에 대하여 격자생성방정식을 계산영역 (ξ, η) 에서의 Laplace방정식으로 식(1)와 같이 가정하고

$$\nabla^2 X = 0 \quad (1a)$$

$$\nabla^2 Y = 0 \quad (1b)$$

여기서 $\nabla^2 = \text{Div} \cdot \text{Grad}$

식(1)를 일반적인 곡선좌표계 (ξ, η) 에서 전개하면 식(2)와 같다.

$$g_{22}X_{\xi\xi} - 2g_{12}X_{\xi\eta} + g_{11}X_{\eta\eta} + g\nabla^2\xi X_{\xi} + g\nabla^2\eta X_{\eta} = 0 \quad (2a)$$

$$g_{22}Y_{\xi\xi} - 2g_{12}Y_{\xi\eta} + g_{11}Y_{\eta\eta} + g\nabla^2\xi Y_{\xi} + g\nabla^2\eta Y_{\eta} = 0 \quad (2b)$$

여기서

$$g_{11} = X_\xi^2 + Y_\xi^2 \quad (3a)$$

$$g_{12} = X_\xi X_\eta + Y_\xi Y_\eta \quad (3b)$$

$$g_{22} = X_\eta^2 + Y_\eta^2 \quad (3c)$$

$$g = J^2 \quad (J = \text{Jacobian}) \quad (3d)$$

일반적으로 g_{ij} 는 Metric Tensor의 성분이며 다음 관계에 따라 임의 선소의 길이를 정의한다.

$$ds^2 = g_{ij} d\xi^i d\xi^j \quad (4)$$

영역내에서 격자들이 직교한다면, 즉 직교곡선좌표계의 경우,

$$g_{12} = 0$$

$$g = g_{11}g_{22}$$

$$g \nabla^2 \xi = \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \right) = \sqrt{g_{11}g_{22}} \left(\sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \right)_\xi \quad (5a)$$

$$g \nabla^2 \eta = \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sqrt{\frac{g_{11}}{g_{22}}} \right) = \sqrt{g_{11}g_{22}} \left(\sqrt{\frac{g_{11}}{g_{22}}} \right)_\eta \quad (5b)$$

따라서 ξ, η 가 직교곡선좌표계라면 식(2)는 다음과 같이 된다.

$$g_{22} X_{\xi\xi} + g_{11} X_{\eta\eta} + F_1 X_\xi + F_2 X_\eta = 0 \quad (6a)$$

$$g_{22} Y_{\xi\xi} + g_{11} Y_{\eta\eta} + F_1 Y_\xi + F_2 Y_\eta = 0 \quad (6b)$$

여기서

$$F_1 = \sqrt{g_{11}g_{22}} \left(\sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \right)_\xi \quad (7a)$$

$$F_2 = \sqrt{g_{11}g_{22}} \left(\sqrt{\frac{g_{11}}{g_{22}}} \right)_\eta \quad (7b)$$

식 (6)의 해는 F_1, F_2 의 선택과 규정된 경계조건에 따라 다양한 좌표계를 생성하게 된다. 식 (6)에 의해 생성된 격자는 영역내에서는 직교이며 Dirichlet경계조건을 가지는 경계에서는 대략적으로 직교한다. 식 (7)의 제어함수 F_1, F_2 의 규정에 있어서 특이한 점은 제어함수를 곡선좌표계의 tensor 연산과정으로부터 수학적으로 유도한다는 것이다.

3.2 제어함수의 수정

Fig. 2와 같은 물체근처에서 난류유동해석시 벽 함수(wall function) 등을 적용하려면 η 방향 격자선을 물체 가까이로 바짝 끌어들이야 하는데 이를 위해 η 방향의 제어함수 F_2 를 수정한다.

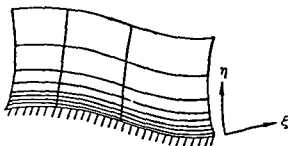


Fig. 2 Grid clustered near the body

F_2 를 수정하는데 있어서 기본가정은 밀집이 요구되는 영역내에서 경계근처의 η 방향 격자간격이 ξ 방향 격자간격보다 훨씬 작다는 것이다. 위 가정이 만족되는 영역에서 다음 관계가 성립한다.

$$X_\eta^2 + Y_\eta^2 \ll X_\xi^2 + Y_\xi^2$$

즉

$$g_{22} \ll g_{11} \quad (8)$$

그때 식 (8)을 사용해서 식 (6)을 근사화 하면,

$$g_{11} X_{\eta\eta} + F_1 X_\xi + F_2 X_\eta = 0 \quad (9a)$$

$$g_{11} Y_{\eta\eta} + F_1 Y_\xi + F_2 Y_\eta = 0 \quad (9b)$$

식 (9)를 F_2 에 대하여 연립하여 풀면,

$$F_2 = g_{11} R$$

여기서

$$R = \frac{Y_\xi X_{\eta\eta} - X_\xi Y_{\eta\eta}}{X_\xi Y_\eta - X_\eta Y_\xi} \quad (10)$$

결과적으로 본 연구에서 근사직교 경계고정좌표계를 생성하기 위해 수치해석할 생성방정식과 제어함수는 다음과 같다.

$$g_{22} X_{\xi\xi} + g_{11} X_{\eta\eta} + F_1 X_\xi + F_2 X_\eta = 0 \quad (11a)$$

$$g_{22} Y_{\xi\xi} + g_{11} Y_{\eta\eta} + F_1 Y_\xi + F_2 Y_\eta = 0 \quad (11b)$$

$$F_1 = \sqrt{g_{11}g_{22}} \left(\sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \right)_\xi \quad (12a)$$

$$F_2 = g_{11} R \quad (12b)$$

$$R = (Y_\xi X_{\eta\eta} - X_\xi Y_{\eta\eta}) / (X_\xi Y_\eta - X_\eta Y_\xi) \quad (12c)$$

식 (11)과 식 (12)에 의해서 격자생성을 할 때 영역내에서 ξ 방향의 제어함수는 F_1 이고 η 방향의 제어함수인 F_2 는 R 과 g_{11} 의 곱으로 이루어지는데 R 은 사용자가 원하는 대로 규정한 η 방향의 격자분포를 가진 경계로부터 근사적으로 계산되는 값이고 g_{11} 은 주어진 Dirichlet 경계조건과 실제영역 내부의 필요한 격자간격에 일치하는 Geometric Tensor의 성분이므로 F_2 는 이 두 값에 의해서 국부적으로 조정된다는 것을 알 수 있다.

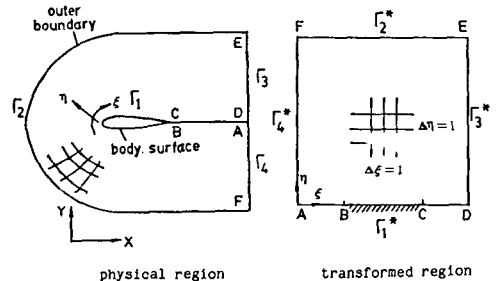


Fig. 3 Boundary conditions in grid generation of airfoil

3.3 경계조건

변환영역에서의 경계조건은 에어포일(airfoil)의 경우 다음과 같다.

- Γ_1^* : 물체, 즉 에어포일의 기하학적 데이터에 의해 규정되는 X, Y
- Γ_2^* : Outer boundary에서 규정되는 X, Y (그러나 X 는 Neumann 경계조건일 수도 있다.)
- Γ_3^*, Γ_4^* : 사용자가 원하는 η 방향의 격자간격을 규정하고 있는 X, Y

4. 수치해석 알고리즘(Algorithm)

- (1) 경계조건을 규정한다.
- (2) 변환영역(ξ, η) 내부에서 X, Y 값의 초기가정값(initial guess)을 가정한다. 본 연구에서는 경계조건사이의 선형보간(linear interpolation)에 의해 초기가정하였다.
- (3) 사용자가 원하는 η 방향의 격자간격을 규정하고 있는 경계로부터 식 (10)에 의해 R 을 계산한다.
- (4) 식 (12)에 의해서 F_1, F_2 를 계산한다.
- (5) 식 (11)를 임의의 반복법(본 연구에서는 Line by Line T.D.M.A.를 사용)에 의해서 푼다.
- (6) 수렴여부를 검토하여 수렴하지 않으면 (4)단계로 돌아가서 수렴할 때까지 계산을 되풀이 한다.

5. 결 과

Fig. 4는 NACA-0018 에어포일, Fig. 5는

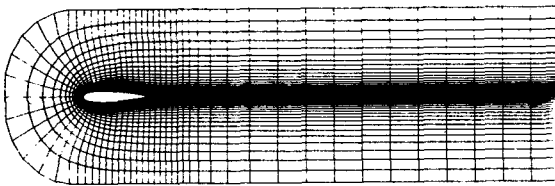


Fig. 4 NACA-0018 airfoil

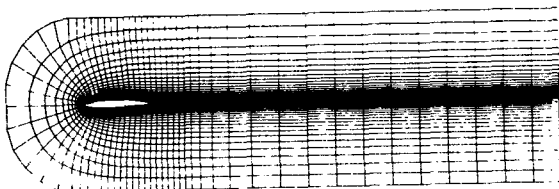


Fig. 5 KARMANN-TREFFTZ airfoil

KARMANN-TREFFTZ 에어포일에 대하여 생성된 경계고정곡선좌표계(81×31)를 나타내는데 Fig. 4,5 공히 난류유동해석시 벽함수(wall function) 적용을 위해 에어포일 표면에서 η 방향 격자를 밀집시켰고 에어포일 바로 뒤에서는 후류가 발생하므로 ξ 방향 격자를 밀집시켰다. 반복법 사용시 이완계수는 0.5로 하였고 수렴시까지의 반복회수는 300~400회 정도이다.

Fig. 6는 diffusing curved channel, Fig. 7은 non-diffusing curved channel에 대하여 생성된 경계고정좌표계(31×21)를 나타내는데 난류유동해석시 벽면 근처에서 벽함수 적용을 가능하도록 η 방향 격자를 밀집시켰다. 이완계수는 0.5로 하였으며 수렴시까지의 반복회수는 50~100회 정도이다.

에어포일이나 curved channel의 그림에서 보는 바와 같이 좌표선들이 근사적으로 직교하며 경계에서 사용자가 규정한 격자의 1% 오차이내에서 잘

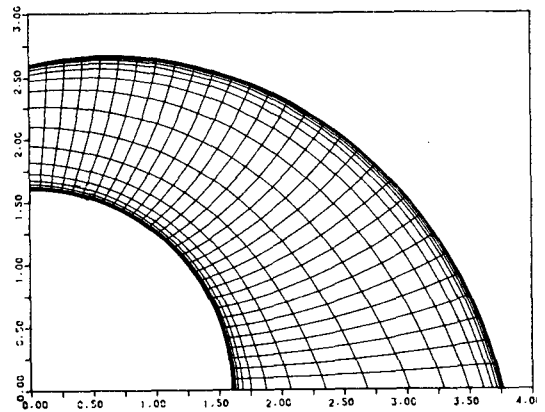


Fig. 6 Diffusing curved channel

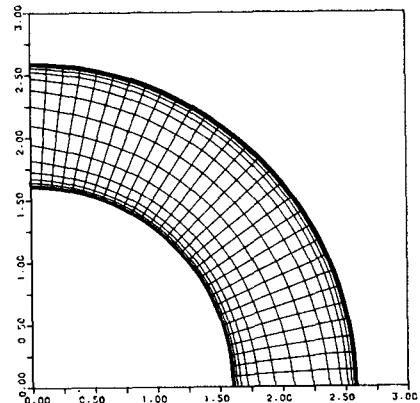


Fig. 7 Non-diffusing curved channel

밀집되어 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 근사직교 경계고정좌표계의 생성에 대한 새로운 방법을 소개했는데 그 특징은 다음과 같다.

- (1) n 방향의 격자선을 강력하게 제어할 수 있다. 따라서 난류유동해석시 벽함수 적용을 가능하게 할 만큼 격자선을 물체 근처에 밀착시킬 수 있다.
- (2) 생성된 경계고정좌표계는 근사적으로 직교를 이루므로 유동해석시 복잡성과 절단오차를 줄일 수 있다.
- (3) 격자제어함수는 경계에서 부여된 metric scale factor들에 의해서 동적으로(dynamically) 조정된다.
- (4) 제어함수는 완전히 자동이며 사용자가 제어함수를 조작할 필요가 없다.

참 고 문 헌

- (1) Thompson, J.F, et al. 1977, "TOMCAT-A Code for a Numerical Generation of Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems of Fields Containing any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies", J. Comp. Phys., Vol. 24, pp. 274~302.
- (2) Eiseman, P. 1979, A Multi-Surface Method of Coordinate Generation, J. Comp. Phys., Vol. 33, pp. 118~150.
- (3) Gordon, W. and Hall, C. 1973, Construction of Curvilinear Coordinate Systems and Application to Mesh Generation, Inter. J. for Numerical Method in Engineering, Vol. 7, pp. 461~477.
- (4) Rizzi, A. and Eriksson, L.E. 1981, Transfinite Mesh Generation and Dumped Euler Eqs. Algorithm for Transonic Flow around Wing-Body Configurations, Proc. AIAA 5th Computational Fluid Dynamics Conference, Palo Alto, California, pp. 43~69.
- (5) Thompson, J.F, Warsi, Z.U.A, and Mastin, C. 1982, "Boundary-Fitted Coordinate Systems for Numerical Solution of P.D.E.-A Review", J. Comp. Phys., Vol. 47, pp. 1~108.
- (6) Mastin, C.W and Thompson, J.F. 1978, "Elliptic Systems and Numerical Transformations", J. Math. Anal. Appl., Vol. 62, 52.
- (7) Thompson, J.F. 1982, Elliptic Grid Generation Numerical Grid Generation, Edited by Joe, F. Thompson, Elsevier Science Publishing Co. Inc.
- (8) Steger, J.L. and Sorenson, R.L. 1980, Use of Hyperbolic P.D.E. to Generate Body-Fitted Coordinates, Numerical Grid Generation Techniques, NASA C.P. 2166, pp. 463~478.
- (9) Visbal, M and Knight, D., 1982, "Generation of Orthogonal and Nearly Orthogonal Coordinate with Grid Control Near Boundaries", AIAA J., Vol. 20, pp. 305~306.

<論 文>

LDV에 의한 噴霧液滴의 크기 및 速度의 同時測定에 관한 研究

이 흥 백* · 오 상 헌**

(1988年 1月 21日 接受)

A Study on the Simultaneous Measurement of Spray-Droplet Size and Velocity by LDV

Heung Baek Lee and Sang Heun Oh

Key Words : Spray Cloud(液滴群), Doppler Shift Frequency(도플러 變化 周波數), Fringe Spacing(干涉무늬 間隔), Number Density(數密度), Visibility(可視度)

Abstract

A study is described for obtaining real time *in situ* size and velocity measurements of the spray-droplet using crossed-beam interferometry. The optical arrangement is similar to dual-beam laser Doppler velocimetry(LDV). Droplets passing through the probe volume scatter light to the collecting lens placed at 90° off-axis angle. The dual-beam light scatter is analyzed by the geometric optics theory to relate the scattered fringe pattern to droplet diameter. The droplet size measurement is based upon the signal visibility. As the system is based on the Doppler effect, a single component of velocity is extracted concurrent with the size information. The validity of the method is evaluated by comparing its performance to widely accepted but limited technique, the collection method. By using 90° off-axis scatter detection angle, the measurement of the droplet size and velocity distributions, and the local correlations between droplet sizes and velocities in relatively dense spray environments are made possible.

기 호 설 명

a : 散亂光 受光 어퍼취의 半徑	K : 波數 벡터 크기
C : 진공상태의 光速	\vec{K} : 波數 벡터
D : 입자(液滴)의 直徑	R_e : 實數部
E : 전기장의 振幅	V : 可視度
F : 受光系의 f/No.	V_y : y방향의 速度成分
f : 球形 粒子的 중심에서부터의 軸점거리	Z' : 매질의 임피던스
f_b : 도플러 變化 주파수	α : 두 入射光의 交叉角
I : 強度	β : 觀測角
J_1 : 제 1종 제 1차 Bessel함수	δ : 干涉무늬 間隔
	Δ : 두 點光源사이 間隔
	λ : 入射光의 波長
	τ_D : 도플러 주기
	w : 角振動數

*부산대학교 대학원

**정회원, 부산대학교 공과대학 기계공학과

참 자	
*	: 複素共軛
i	: 數 1, 2
o	: 入射場
t	: 散亂場
par	: 粒子

1. 序 論

현재 액체 연료의 噴霧燃燒時 연소상태 및 火災性質을 밝히기 위해 이론적으로 集團燃燒모델⁽¹⁻³⁾이 제안되고 있지만 실제 분무연소실험과의 定量的인 비교가 이루어지지 못하고 있으며, 그 원인으로서는 보다 정확하고 상세한 液滴들의 분포상태에 대한 실험자료의 부족을 들 수 있다.

집단연소모델을 실험에 의하여 검증하기 위해서는 液滴群의 액적 크기분포, 액적 크기와 속도와의 상호관계에 대해 높은 空間分解能을 지니며 二相流動場에 교란을 일으키지 않는 측정기술이 요구된다. 다음과 같은 광학적 측정기술들이 이 목적을 달성하기 위해 이용되고 있다.

- (1) 二重 閃光 직접 사진촬영법(double-flaxh, direct photography)⁽⁴⁾
- (2) 二重 露出 인라인 홀로그래피법(double-expose, in-line holography)⁽⁵⁾
- (3) 二重 비임 산란/소멸법(dual-beam scattering/extinction technique)⁽⁶⁾
- (4) 회전 밀러/프리즘법(rotating mirror/prism technique)⁽⁷⁾
- (5) 도플러-Mie 조합법(Doppler-Mie combination technique)^(8,9)
- (6) 레이저 도플러-可視度法(laser Doppler-visibility technique)^(10,11)

측정기술 (1)과 (2)는 공간적으로 광범위한 流動場에서의 液滴들의 속도, 數密度, 액적들의 크기분포를 관찰하기에 적합하나 액적들의 통계적 거동에 대한 局所的인 정보를 얻기에는 부적합하다. 더우기 이들 측정기술은 크기가 다른 액적들 사이의 유효 측정深度 差로 인해 자료처리의 어려움이 따른다. 이에 반해 측정기술(5)와 (6)은 二相流動場을 전체적으로 동시에 관찰하기에는 어려움이 따르나 아주 局所的인 지점에서의 통계적인 자료처리에는 효과적이다.

液滴群內的 개별 액적들의 實時間(real time) 크

기 및 속도의 동시 측정을 위한 광학적 干涉系로서는, 교차시킨 두 레이저 비임의 간섭영역을 이용하는 방법이 개발되었으며, 광학적 측정기술(5)와 (6)들에 이런 방법의 간섭계를 사용한다.

최초로 Farmer⁽¹²⁾에 의해 제안되었고 Bachalo⁽¹³⁾와 Farmer⁽¹⁴⁾에 의해 그후 보다 개선되어 액적군 내의 액적크기를 측정할 수 있게된 방법으로서 可視度方法이 있다. 이 방법으로써 액적크기를 측정할 때 동시에 도플러 효과에 의존한 액적의 속도정보도 구할 수 있게 된다. 이 방식에 의해 噴霧液滴의 속도와 크기를 동시 측정하는 방법이 측정기술(6)이다.

본 연구에서는, LDV의 受光系를 비임의 진행방향에 수직인 방향으로 위치시켜 분무액적에 의한 반사 산란성분을 受光하여 검출되는 신호의 可視度에 의해 액적크기를 측정함과 동시에 도플러변화 주파수로부터 속도를 측정하고, 이 방법의 信賴도를 충돌식 포집법에 의하여 측정된 결과와 비교하므로써 평가하여, 관측각 90°의 측방 산란형 LDV에 의한 噴霧液滴의 크기와 속도의 동시측정에 관한 유용성을 살펴보고자 한다.

2. 理論的 背景

2.1 可視度 方法

레이저 도플러 流速系의 진폭 變調에 관한 해석이 Farmer⁽¹²⁾에 의해 개발되었고, 이 해석은 신호의 가시도와 입자크기와의 관계를 설정하는 것이었다. 이어 Farmer의 연구결과상 한계성을 제시하기 위하여 Robinson과 Chu⁽¹⁵⁾에 의해 보다 엄밀한 접근방법이 사용되었고, 그 결과 受光 어퍼취(aperture)의 부가적인 매개변수 효과를 입증하였다. 그후 Roberds⁽¹⁶⁾는 비임 스톱프(beam stop)들이 일부의 散亂場을 막기 때문에 그들 효과 역시 어퍼취에서의 總 散亂強度에 제한을 주므로 고려되어야함을 제시하였다. 게다가 前方散亂光의 수광에서는 상대적으로 긴 측정 深度를 지니므로 높은 數密度를 지니는 粒子群에서는 측정 심도내에 입자들이 동시에 존재할 확률이 높아 전형적으로 높은 수밀도와 광범위한 크기분포를 지니는 액적군에 대해서는 측정상 제한이 따르므로 보다 개선된 해석이 필요하였다.

Farmer⁽¹⁴⁾는 신호의 可視度를 해석하기 위하여 레이저 비임의 波長보다 큰 球形 粒子를 구형 렌즈

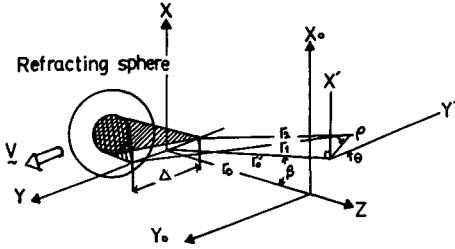


Fig. 1 Coordinate system geometry for visibility estimate for refracting spheres

로 취급하였다. 그리고 아주 미소한 입사각을 지닌 비임은 단지 2차 屈折에 의해 지배되며, 이 비임들은 구형 입자의 중심에서부터의 촛점거리 f 로부터 발산하게 되며 촛점에서 조정된 곡률반경을 지닌 球面波를 형성한다고 가정했다.

Fig. 1에 나타낸 기하학적 좌표계로부터 이 전기장은

$$E_{t1} = \frac{E_{01}}{r_1} \exp[i(K_{t1}r_1 - \omega_{t1}t)] \quad (1)$$

$$E_{t2} = \frac{E_{02}}{r_2} \exp[i(K_{t2}r_2 - \omega_{t2}t)] \quad (2)$$

이다.

여기서

$$\omega_{t1} = \omega_0 + \vec{V} \cdot (\vec{K}_{t1} - \vec{K}_{01}) \quad (3)$$

$$\omega_{t2} = \omega_0 + \vec{V} \cdot (\vec{K}_{t2} - \vec{K}_{02}) \quad (4)$$

$K_{ti} \approx K_0$ 이면

$$r_1^2 = r_0^2 + (X_0 + X')^2 + (Y_0 + Y' + \Delta/2)^2 \quad (5)$$

$$r_2^2 = r_0^2 + (X_0 + X')^2 + (Y_0 + Y' - \Delta/2)^2 \quad (6)$$

여기서 X' , Y' 좌표계의 중심은 散亂光 蒐集 어퍼취(촛점렌즈)의 중심에 위치한다. r_1 과 r_2 에 정의되는 어퍼취에서의 總 散亂光 強度는 다음과 같이 주어진다.

$$I_t = \frac{C}{8\pi Z} \{ |E_{t1}|^2 + |E_{t2}|^2 + 2R_e(E_{t1} \cdot E_{t2}^*) \} \quad (7)$$

$E_{01} = E_{02} = E_0$ 로 가정하고, 식 (1), (2), (3), (4)를 사용하여 식(7)의 마지막 항을 정리하면 다음과 같이 주어진다.

$$2R_e(E_{t1} \cdot E_{t2}^*) = \frac{2|E_0|^2}{r_1 r_2} \cos\{K_t(r_1 - r_2) + \vec{V} \cdot [(\vec{K}_{t2} - \vec{K}_{t1}) + (\vec{K}_{02} - \vec{K}_{01})]\} \quad (8)$$

그리고 식 (5), (6)에 의하면

$$r_1^2 - r_2^2 = 2(Y_0 + \rho \cos \theta) \Delta$$

$r_1, r_2 \gg \Delta$ 이고, $r_1 \approx r_2 = r_0(1 + 1/2 \tan^2 \beta)$ 인 경우 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$r_1 - r_2 \approx \frac{\Delta(Y_0 + \rho \cos \theta)}{r_0(1 + 1/2 \tan^2 \beta)} \quad (10)$$

도플러 변화에 의한 波長差에 비례하는 항을 무시하면 干涉項은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$2R_e(E_{t1} \cdot E_{t2}^*) = \frac{2|E_0|^2}{r_0^2} \cos\{K_t \left[\frac{\Delta(Y_0 + \rho \cos \theta)}{r_0(1 + 1/2 \tan^2 \beta)} + 2\pi V_y t / 8 \right] \} \quad (11)$$

입자에 의해 산란된 광을 검출하기 위하여 사용된 광검출기는 산란광 수집어퍼취에 입사한 총 산란광 강도에 응답을 하게 된다. 總 散亂強度 I_R 은 다음과 같이 주어진다.

$$I_R = \frac{Ca^2 I_0}{4Z' r_0^2} \left[1 + \frac{2J_1(K_0 \Delta a / r_0')}{K_0 \Delta a / r_0'} \cos(2\pi V_y t / \delta) + K \Delta Y_0 / r_0' \right] \quad (12)$$

여기서 $r_0' = r_0(1 + 1/2 \tan^2 \beta)$ 이다.

신호의 可視度는 식(12)에서의 干涉項의 상대 진폭과 동일하며, 이는 다음과 같이 주어진다.

$$V = 2J_1(K \Delta a / r_0') / (K \Delta a / r_0') \quad (13)$$

入射 光線들 사이의 이등분선에 상대적으로 90° 인 방향으로 산란되어져 收光어퍼취에 도달하는 광은 반사광이 지배적이다. 觀測角 90° 인 때 반사광은 交叉角 α 로 나누어진 비임에 대해 $(\pi/4) - \alpha/2$ 와 $(\pi/4) + \alpha/2$ 의 입사각으로 발생된다. 그러므로 球形 粒子상의 반사 광원의 側面 間隔은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta_{90} = D \sin(\pi/4) \sin(\alpha/2) \quad (14)$$

Fig. 2는 Δ_{90} 을 유도하기 위한 기하학적 좌표계이다. 여기서 收集 어퍼취는 Δ_{90} 의 간격을 지닌 두 點光源을 관측하는 위치로 설정되어진다. 그러므로 원형 어퍼취에 대한 可視度函數는 식(13)으로 주어지고, 이 경우 가시도함수의 因子(argument)는 식(14)로부터 다음과 같이 된다.

$$K \Delta a / r_0 = \frac{\sqrt{2}}{4F} \pi D / \delta \quad (15)$$

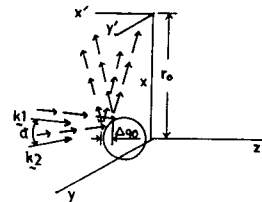


Fig. 2 Ray trace coordinate for the estimation for f in the 90° observation case

2.2 球形 粒子에 의해 散亂되어지는 光의 도플러 변화

Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 角 α 로 교차되는 入射光이 속도 \vec{V} 로 움직이는 입자에 의하여 산란되는 光의 角振動數는 다음과 같이 주어진다.

$$w_{par} = w_0 - \vec{K}_{0i} \cdot \vec{V} \quad (16)$$

또한 산란광의 波數벡터 K_i 에 의해 주어지는 산란광의 角振動數는

$$w_{ti} = w_{par} + \vec{K}_{ti} \cdot \vec{V} \quad (17)$$

로 주어진다. 여기서

$$w_{ti} = w_0 + \vec{V} \cdot (\vec{K}_{ti} - \vec{K}_{0i}) \quad (18)$$

를 얻는다. 여기서 $\vec{V} \cdot (\vec{K}_{ti} - \vec{K}_{0i})$ 는 도플러 변화(Doppler shift)이다.

$\angle(\vec{K}_{t1}, \vec{K}_{t2}) \gg \angle(\vec{K}_{01}, \vec{K}_{02})$ 로 가정하면 도플러 변화 주파수는

$$f_D = \frac{w_{t1} - w_{t2}}{2\pi} = \frac{(\vec{K}_{t1} - \vec{K}_{t2}) \cdot \vec{V}}{2\pi} \quad (19)$$

로 나타내어진다.

여기서 $|\vec{K}_{t1} - \vec{K}_{t2}| = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2\sin(\alpha/2)$ 이므로

$$f_D = V_y / \delta = 1/\tau_D \quad (20)$$

식(20)에 의하면 도플러 변화 주파수는 y방향 성분의 粒子速度에 비례하는 관계를 지닌다.

3. 實驗裝置 및 方法

3.1 實驗裝置

光學系는 Fig. 3과 같이 레이저 비임들에 수직인 방향으로 산란되어지는 반사광을 검출하기 위하여 수광계를 觀測角 90° 로 위치시킨 2중 비임(dual

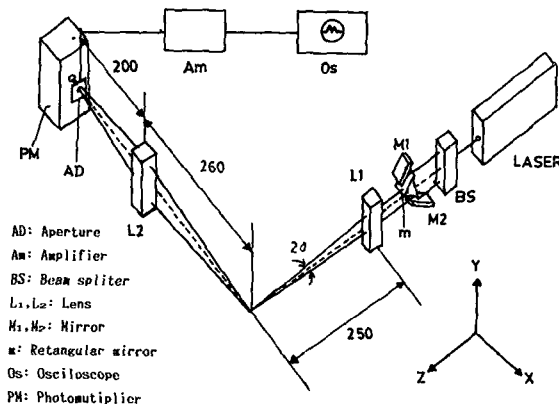


Fig. 3 Optical system(unit : mm)

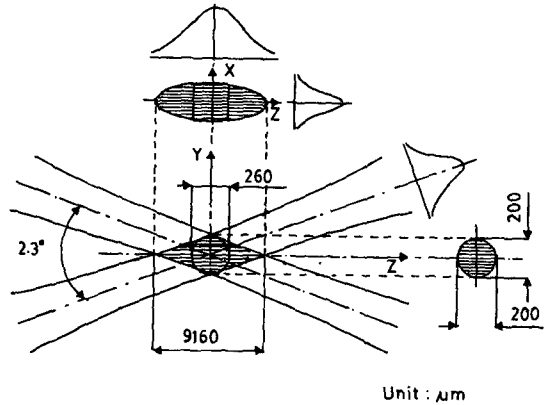


Fig. 4 Probe volume

-beam) 레이저 도플러 流速系로 구성된다.

레이저 도플러 유속계에서 사용되는 光源으로는 헬륨-네온 레이저이었다. 광원으로부터 나온 레이저 비임은 비임 스플리터 (beam splitter) BS에 의해 50mm 간격의 두 평행 비임으로 나누어진 후 表面거울 M_1, M_2 에 의해 수직으로 반사된다. 반사된 비임들은 미소거리 이동이 가능한 直角거울 m 에 의해 수직으로 재반사되어 10mm간격으로 조절된다. 이 비임들은 초점렌즈 L_1 (초점거리 : 250 mm)에 의해 交叉되어 Fig. 4와 같은 測定體積을 형성한다.

측정체적을 통과하는 液滴에 의해 反射 散亂된 光은 觀측각 90° 에 위치한 초점렌즈 L_2 (초점거리 : 260mm, $f/No=4.33$)에 의하여 收集되어 어퍼취 AD(直徑 : $200\mu m$)를 지나 광증폭기 PM에 들어간다. 광증폭기로 들어 온 산란광은 전기적 신호로 변환된 다음 증폭기 Am으로 들어가고, 증폭된 신호는 오실로스코우프 O_3 에서 觀측된다. 觀측되는 신호는, 觀측각 90° 에 위치한 광증폭기의 觀測領域 直徑이 $260\mu m$ 이므로 측정체적의 總 길이에 따른 신호가 아니고 측정체적 중심에서 좌우 대칭폭

Table 1 LDV system

Laser wave length	6328 Å
Laser source	15mW
Beam diameter	1.0mm
Total angle of intersection	2.3°
Probe volume :	
—length	9.16mm
— $1/e^2$ waist diameter	0.20mm
—fringe spacing	15.8 μm

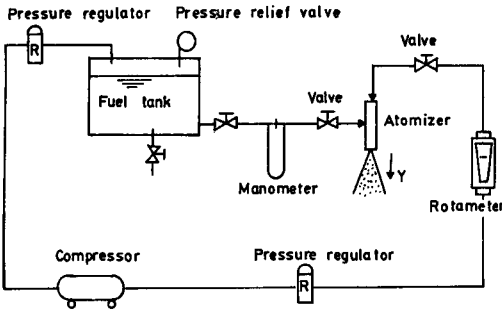


Fig. 5 Schematic diagram of flow system

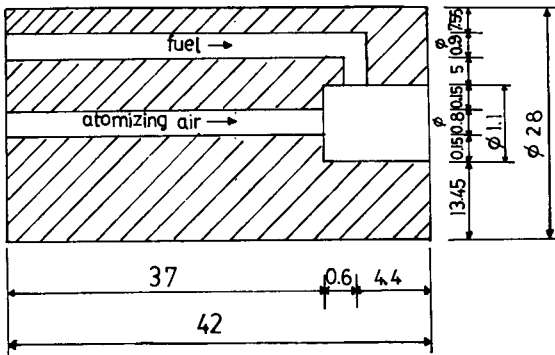


Fig. 6 Twin-fluid atomizer

260 μ m내에서 발생한 산란광들의 신호이다.

Table 1은 실험에 사용한 레이저 도플러 유속계의 주요 치수를 나타낸다.

液滴群을 형성시키기 위한 실험장치의 개략도는 Fig. 5에 나타냈으며, Fig. 6은 액체 연료를 微粒化시키기 위하여 사용한 노즐의 詳細圖이다.

3.2 實驗方法

실험은 미립화 공기 유량을 일정하게 한 조건으로 설정하였고 두 연료 유량조건에서 행하였다. Table 2는 실험조건을 나타낸다. 그리고 본 실험에 사용한 연료는 백등유(Kerosene)이었다.

측정을 위하여 연료를 下方向으로 噴射시켜 액적군을 형성시켰고, 노즐을 3次元 이동이 가능하게 설치하여 노즐선단으로부터 100mm, 150mm, 200mm下流의 噴霧 中心에서 측정하였다.

(1) 레이저 도플러 유속계

관측각 90°에 위치하는 受光 렌즈의 중심과 測定體積과 동일한 위치에 고정시켜 연료와 微粒化 空氣를 공급하여 분무를 발생시켰다. 그리고 受光系와 연결된 오실로스코우프에서 검출되는 신호를 관

Table 2 Experimental conditions

Flow rate of atomizing air	ℓ/min	9.7	9.7
Flow rate of fuel	ℓ/min	0.034	0.041

찰하며 광증폭기의 공급전압을 조정하여 Fig. 7과 같은 신호가 관찰 가능하도록 하였다. 신호의 관찰이 가능한 상태가 되면 광증폭기의 공급전압을 일정하게 고정시킨 후 검출되는 신호들 중에 單一 液滴에 의한 신호임이 판명되면 그 신호를 정지시켜 오실로스코우프에 내장된 디스크 드라이브를 작동시켜 플로피 디스크(floppy disk)에 신호를 저장, 분석하였고, 한 측정지점에서 통계처리를 위하여 저장한 신호는 10³개이었다.

액적이 測定體積을 지날 때 관측각 90°에서 受光된 산란광의 신호가 Fig. 7과 같이 도플러 버스트 신호(Doppler burst signal) 형태이므로 액적의 속도와 크기에 대한 정보를 동시에 구할 수 있었다. 液滴의 속도정보는 이미 알고있는 干涉무늬의 간격과 측정되는 신호의 도플러 주기로부터 얻으며, 크기정보는 신호의 最大 強度 I_{max} 와 이에 相應하는 最小 強度 I_{min} 을 측정하여 계산한 可視度와 이미 알고있는 受光系의 f/No , 간섭무늬의 간격으로부터 얻는다.

(2) 충돌식 포집법(collection method)⁽¹⁷⁾

레이저 도플러 유속계에 의하여 측정된 액적크기의 信賴度를 확인하기 위해 포집법을 사용했다.

포집장치는 그을음(soot)으로 코팅된 포집판(slide glass)과 짧은 시간동안 개폐 가능한 셔터(shutter)로 구성되며 셔터의 開閉 시간간격은 8 msec이고, 포집 면적의 직경은 2mm이다. 포집판에 포집된 액적은 透過光을 이용하여 근접 확대촬영 후 印畫過程에서 재확대, 총 20배정도 확대시켜 측정하였다. 측정된 액적크기는 포집판에 충돌할 때 변화된 크기이므로 衝突效果를 고려하여 측정값에 측정상의 충돌계수(0.86)을 곱하여 실제 액적크

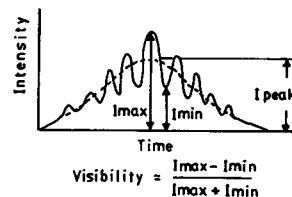


Fig. 7 Visibility of doppler burst signal

기를 구하였다.

4. 實驗結果 및 考察

Fig. 8은 본 실험에서 이용한 光學系의 測定體積 내에 라텍스(직경: $100\mu\text{m}$)입자가 들어있을 때의 干涉무늬형태를 나타낸다. 측정체적의 $1/e^2$ 웨이스트(waist) 직경내에 간섭에 의한 간섭무늬의 갯수는 계산값과 동일하게 13개로 나타나고 있다.

Fig. 9는 측정체적내에 單一 噴霧液滴이 횡단할 때 受光系에서 포착한 도플러 버스트(Doppler burst) 신호를 나타낸다. 이 신호의 高周波 變調成分(交流成分)은 $1/e^2$ 웨이스트 직경내의 간섭무늬들의 散亂에 의한 것으로 각 波의 산내지 끝이 13개로 구성된 것을 관찰할 수 있다.

본 광학계에 있어서 간섭무늬의 간격에 비해 큰 噴霧液滴이 측정체적내를 횡단할 때 간섭무늬들의 散亂에 의한 도플러 버스트 신호는 간섭무늬의 간격에 비해 작거나 같은 크기의 분무액적이 횡단할 때와 동일하게 測定體積의 $1/e^2$ 웨이스트 직경내에 포함된 간섭무늬 갯수에 相應하는 交流成分의 波(도플러 신호)를 지님을 Fig. 8과 Fig. 9에 의해 알 수 있다. 이로부터 본 광학계는 신호의 可視度에 의한 분무액적 크기의 측정과 도플러 주기에 의한 분무액적 속도의 측정에 적합함을 알 수 있었다.

Fig. 10은 연료 유량조건이 $0.034\ell/\text{min}$. 일때 관측각 90° 에서 검출된 신호의 可視度로써 측정한 액적크기의 분포를 나타낸다. Fig. 10(a)는 노즐선단에서 100mm 下流의 噴霧中心에서, (b)와 (c)는 각각 150mm, 200mm하류의 분무중심에서 측정한 액적들의 크기분포를 보인다. (a)에서의 분포도의 피크부분은 $161\sim 165\mu\text{m}$ 범위의 액적크기에서 나타

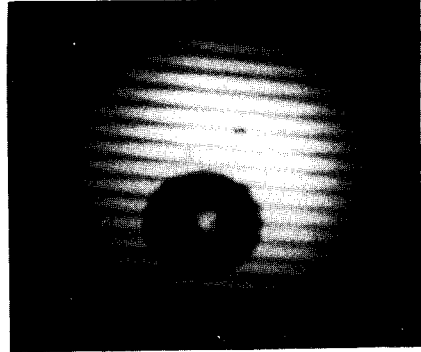


Fig. 8 Fringe pattern

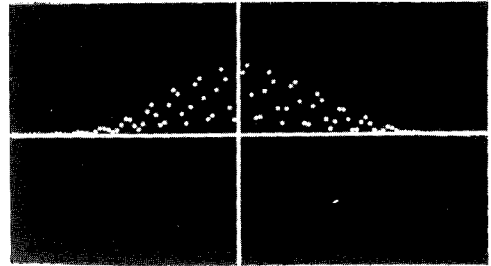
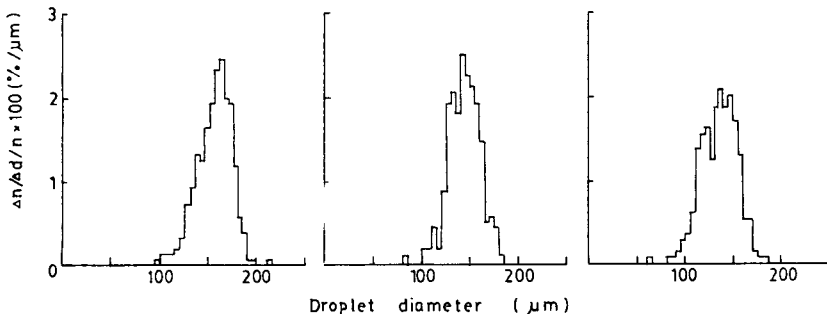


Fig. 9 Doppler burst signal

나고, (b)와 (c)에서는 각각 $141\sim 145\mu\text{m}$ 범위와 $136\sim 140\mu\text{m}$ 범위에서 나타나고 있다.

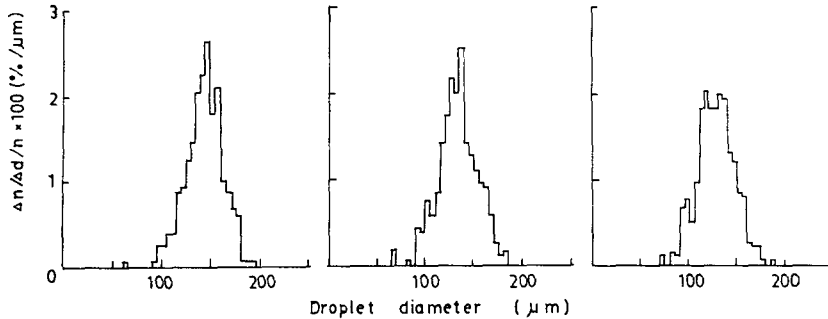
Fig. 11은 연료 유량조건이 $0.041\ell/\text{min}$ 일 때 액적 크기분포를 나타내며, Fig. 11(a), (b), (c)는 각각 Fig. 10(a), (b), (c)와 對應되는 위치의 분포이다. Fig. 11(a)에서의 분포도의 피크부분은 $146\sim 150\mu\text{m}$ 의 액적크기에서 나타나고, (b)와 (c)에서는 각각 $136\sim 140\mu\text{m}$ 의 범위, $131\sim 135\mu\text{m}$ 의 범위에서 나타나고 있다.

각 연료 유량조건에서 노즐선단으로부터 하류로 갈수록 액적크기의 분포도가 보다 작은 液滴方向으



(a) 100mm axial station (b) 150mm axial station (c) 200mm axial station

Fig. 10 Size distribution of droplets. fuel flow rate= $0.034\ell/\text{min}$



(a) 100mm axial station (b) 150mm axial station (c) 200mm axial station

Fig. 11 Size distribution of droplets. fuel flow rate=0.041ℓ/min

로 옮겨가는 경향을 나타낸다. 이는 下方으로 流動하는 분무액적들이 하류방향으로 갈수록 전체적인 증발에 기인한 것으로 간주된다.

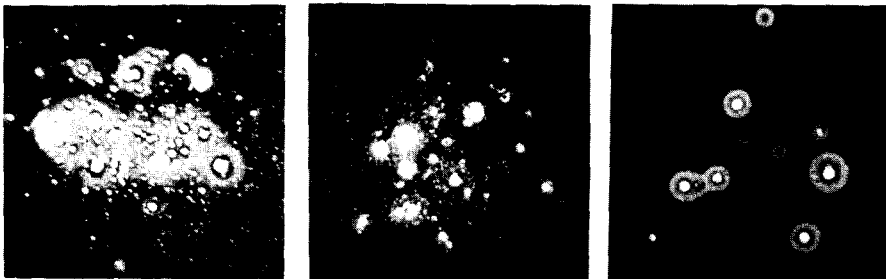
Fig. 10과 Fig. 11의 분포도들은 약 60 μm 에서 190 μm 까지의 광범위한 액적 크기분포를 나타낸다. 액적의 크기분포에서 190 μm 보다 큰 액적이 완전히 무시될 수 없지만 그같은 크기의 액적들은 매우 적게 존재하고, 본 실험에서 사용한 光學系의 액적 크기 측정범위가 대략 19 μm 에서 190 μm 정도까지이기 때문에 이보다 큰 액적은 고려되지 않았다.

Fig. 12는 레이저 干涉系에서 검출되는 신호의 可視度로부터 측정된 액적크기에 대해 信賴度를 확인하기 위하여 연료 유량조건이 0.034ℓ/min일 때, 충돌식 포집법에 의해 포집한 액적들의 사진을 나타낸다. Fig. 12(a)는 노즐선단에서 100 μm 하류의 噴霧中心에서, (b)와 (c)는 각각 150mm, 200mm 하류의 분무중심에서 포집한 液滴들의 사진이다. (b)와 (c)의 사진들과는 달리 (a)의 사진에서는 100 μm 이하의 액적들이 많이 존재하는데 이는 이 위치에서 액적들의 連動量이 다른 위치에서 보다 더 크기 때문에 포집판에 액적들이 衝突할 때 액적이 파되되는 현상으로 인하여 대부분 생긴 것으로

간주되며, 포집된 평균 액적수는 (a)에서 8개/mm², (b)와 (c)에서는 각각 4개/mm², 2개/mm²이었다. 그리고 각 측정지점에서 LDV의 測定體積을 단위시간당 통과하는 液滴數에 관한 데이터를 이용하여 數密度를 측정된 결과, 노즐선단으로부터 100mm하류에서는 2 $\times 10^4$ 개/cc, 그리고 150mm, 200mm하류에서는 각각 9 $\times 10^3$ 개/cc, 5 $\times 10^3$ 개/cc정도이었다.

Fig. 13은 레이저 간섭계에서 검출된 신호의 可視度로부터 측정된 액적크기의 데이터에 의해 구한 SMD(Sauter Mean Diameter)와 포집법에 의해 포집한 液滴들의 데이터로 구한 SMD로서 노즐선단으로부터의 거리에 따른 변화를 나타낸다. 연료 유량조건이 0.034ℓ/min일 때 포집법에 의해 측정된 SMD와 레이저 干涉系에 의해 구한 SMD와는 7%이내의 오차를 나타내었다.

연료 유량조건에 관계없이 노즐선단으로부터 下流方向으로 갈수록 SMD가 감소하는 경향을 보이고, 연료유량이 큰 경우가 작은 경우보다 위치에 관계없이 SMD는 작은 값을 갖고 있다. 前者의 경향은 액적들이 하류로 이동할수록 다소 증발하기 때문이고, 後者は 背壓이 일정한 상태에서 연료유



(a) 100mm axial station (b) 150mm axial station (c) 200mm axial station

Fig. 12 Collected droplets

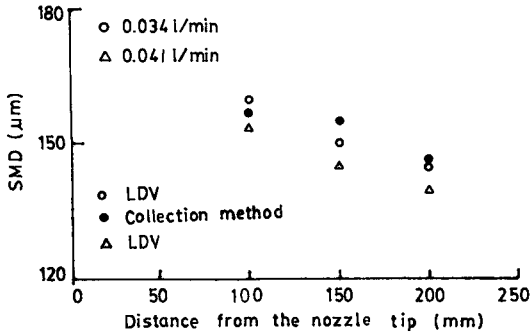


Fig. 13 Axial variation of SMD

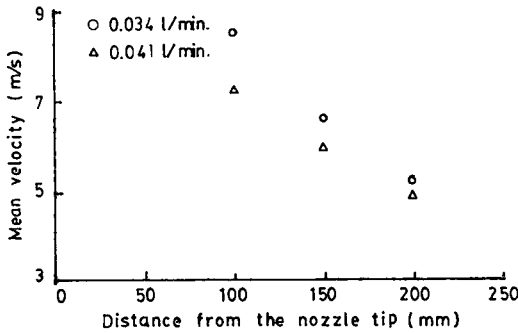
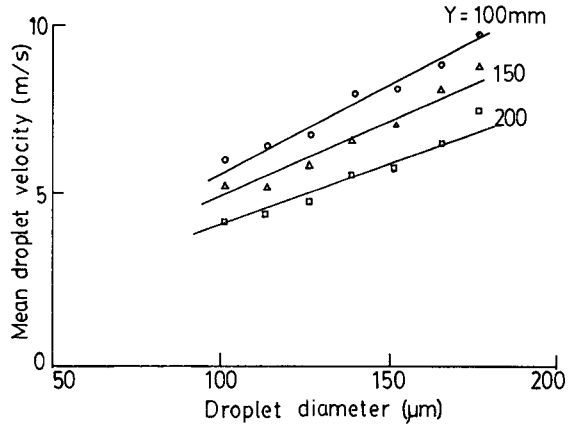


Fig. 14 Axial variation of mean velocity

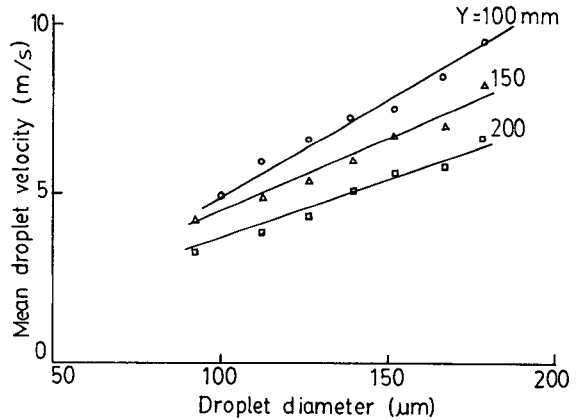
량의 증가로 인해 분사압력이 증가하기 때문인 것으로 간주된다.

Fig. 14는 산란광 신호로부터 측정된 도플러 변화 周波數에 의해 구한 액적들의 속도를 算術平均한 평균속도로서 노즐선단으로부터 하류방향의 위치에 따른 변화를 나타낸다. 연료 유량조건에 관계없이 노즐선단으로부터 하류로 갈수록 평균속도가 감소하며, 연료유량이 큰 경우가 작은 경우보다 위치에 관계없이 평균속도가 느린 特性을 보여 주고 있다.

Fig. 15는 검출된 신호의 可視度에 의하여 측정된 액적크기와 도플러 변화 周波數에 의하여 측정된 액적속도와의 상호관계를 나타낸다. Fig. 15(a)와 (b)는 각각 연료 유량조건이 0.034l/min, 0.041l/min.일때 각 지점에서의 액적크기별 平均液滴速度의 변화를 보인다. 이 그림을 보면 측정 지점에 관계없이 작은 액적일수록 보다 큰 액적들에 비해 평균 액적 속도가 느린 경향을 나타낸다. 이는 상대적으로 작은 액적들이 보다 큰 액적들보다 높은 抗力/慣性力比를 지니므로 큰 액적보다 運動量 損失이 더 커지기 때문이라고 추측된다.



(a) Fuel flow rate = 0.034 l/min.



(b) Fuel flow rate = 0.041 l/min.

Fig. 15 Mean droplet velocity as a function of droplet diameter

5. 結 論

이중 비임 LDV를 사용하여 噴霧液滴의 크기와 속도를 측정하고, 층돌식 포집법에 의하여 액적크기를 측정한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 관측각 90°의 側方(off-axis) 散亂形을 사용하여 반사 산란광을 수광할 때 노즐로부터 100mm 下流의 분무 중심(數密度: 10⁴次數/cc)에서는 도플러 버스트 신호의 도플러 성분이 다소 불완전한 형태를 나타내었기 때문에 신호의 可視度를 측정하는데 약간의 오차를 허용했다. 반면 150mm, 200mm 하류의 분무 중심(數密度: 10³次數/cc)에서는 아주 완전한 형태의 신호를 검출할 수 있었다.

(2) LDV를 사용하여 검출된 신호의 可視度를

Farmer에 의해, 기하광학이론을 이용하여 해석된 가시도함수에 적용시켜 구한 분무액적들의 크기와 충돌식 포집법에 의하여 측정된 액적크기와의 차는 7%이내이었으므로 LDV에 의한 분무액적 크기의 측정이 信賴도가 높다고 判定되나, 충돌식 포집법은 LDV에 의한 정보와 다른 형태로 정보를 産出하므로 보다 상세하게 신뢰도를 확인하기 위해서는 單分散 粒子 發生器에 의한 보정이 요구된다.

(3) 본 실험을 위해 구성된 광학계에서 검출되는 신호의 형태가 도플러 버스트신호 형태이기 때문에 액적크기와 속도를 동시측정할 수 있어 분무액적의 크기와 속도의 상호관계를 얻는데 효과적이다.

따라서 본 연구에서 구성한, 관측각 90°의 側方 散亂形 듀얼 비임 LDV에 의한 측정방법은 噴霧液 適의 크기와 속도분포, 그리고 액적의 속도와 크기의 상호관계를 파악하기 위한 측정기술로 효과적이다.

참 고 문 헌

- (1) Chiu, H.H., and Liu, T.H., 1977, "Group Combustion of Liquid Droplets.", *Comb, Sci, Tech.*, Vol. 17, pp. 127~142.
- (2) Kim, H.Y., and Chiu, H.H., 1983, "Group Combustion of Liquid Fuel Sprays", *AIAA-83-0150*.
- (3) Chigier, N.A., 1983, "Group Combustion Models and Laser Diagnostic Methods in Sprays: A Review", *Comb. Flame*, Vol. 51, pp. 127~139.
- (4) Mellor, R., Chigier, N.A., and Beer, J.M., 1971, "Combustion and Heat Transfer in Gas Turbine Systems", Pergamon, Oxford, p.291.
- (5) R. Goulard, 1976, "Combustion Measurement", Hemisphere Publishing Co., New York, p.253.
- (6) Wu, J., 1977, "Fast-Moving Suspended Particles: Measurements of Their Size and Velocity", *Appl. Opt.*, Vol. 16, No. 3, pp. 596~600.
- (7) Ingebo, R.D., 1957, "Atomization, Acceleration, and Vaporization of Liquid Fuels", *Sixth Symp.(Int.) on Comb.*, pp. 684~687.
- (8) H.Doyle Thompson and Warren H. Stevenson, 1979, "Laser Velocimetry and Particle Sizing", Hemisphere Publishing Co., New York, pp. 416~427.
- (9) Chigier, N.A., Ungut, A., and Yule, A.J., 1979, "Particle Size and Velocity Measurement in Flames by Laser Anemometer", *17th Symp.(Int.) on Comb.*, pp. 315~324.
- (10) Farmer, W.M., 1974, "Observation of Large Particles with a Laser Interferometer", *Appl. Opt.*, Vol. 13, No. 3, pp. 610~622.
- (11) Roberds, D.W., Brassier, C.W., and Bomar, B.W., 1979, "Use of a Particle Sizing Interferometer to Study Water Droplet Size Distribution", *Opt. Eng.*, Vol. 18, No.3, p.236.
- (12) Farmer, W.M., 1972, "Measurement of Particle Size, Number Density, and Velocity Using a Laser Interferometer," *Appl. Opt.*, Vol. 11, No. 11, pp. 2603~2612.
- (13) William D, Bachalo, 1980, "Method for Measuring the Size and Velocity of Spheres by Dual-Beam Light-Scatter Interferometry," *Appl. Opt.*, Vol. 19, No. 3, pp. 363~370.
- (14) Farmer, W.M., 1980, "Visibility of Large Spheres observed with a Laser Velocimeter: a Simple Model", *Appl. Opt.*, Vol. 19, No. 21, pp. 3660~3667.
- (15) Robinson, D.W., and Chu, W.P., 1975, "Diffraction Analysis of Doppler Signal Characteristics for a Cross Beam Laser Doppler Velocimeter", *J. of Appl. Opt.*, Vol. 14, pp. 2177~2181.
- (16) Roberds, D.W., 1977, "Particle Sizing Using Laser Interferometry", *J. of Appl. Opt.*, Vol. 16, pp. 1861~1865.
- (17) Elkotb, M.M., Abou-Elleil, M.M., and Rafat, N. M., 1977, "Droplet Size Distribution in a Hollow Conical Spray", *Bull. Faculty Eng.*, Paper 8.