

<論 文>

강소성 유한요소법을 이용한 타원벌지시험의 이론 및 실험적 연구

정완진* · 양동열* · 한규택** · 백남주** · 김용진***

(1987년 12월 9일 접수)

Theoretical and Experimental Study of Elliptical Bulge Test by Using a Rigid Plastic Finite Element Method

Wan Jin Chung, Dong Yol Yang, Kyu Taek Han, Nam Ju Baek and Yong Jin Kim

Key Words : Elliptical Bulge Test(타원 벌지 시험), Rigid-Plastic Finite Element Method(강소성 유한요소법), Die Radius(다이반경), Skew Boundary Condition(경사면 경계조건), Normal Anisotropy(수직이방성), Instability Pressure(불안정압력)

Abstract

The study is concerned with the theoretical and experimental investigation of the elliptical bulge test. The elliptical bulge test is analyzed by using a rigid-plastic finite element method incorporating large deformation and normal anisotropy. Thin elliptical diaphragms of mild steel are bulged for three aspect ratios. The contact problem between the die round and the sheet is successfully solved by using a skew boundary condition. It is shown that the proper consideration of die radius and normal anisotropy is very significant. The relation between bulging pressure and deformation is obtained. It has been found that the pole is nearly under proportional straining during deformation. The instability criterion by maximum load condition enables the effective prediction of instability pressure. The computational results are in good agreement with experimental results and to be very useful for a better understanding of the elliptical bulge test.

기 호 설 명

A : 박판의 면적	F : 유체압력을 제외한 외력에 의한 절점력
b_i : Base 벡터	f_i : 시간 $t_0 + \tau$ 에서의 박판의 단위 면적당의 힘
C : 박판의 경계곡선	f_b^i : 시간 $t_0 + \tau$ 에서 단위부피당의 체적력
D_{ij} : Rate of deformation tensor의 covariant component	g_{ij} : 절점 좌표계(convective coordinate)에서의 metric tensor
\bar{E}_1, \bar{E}_2 : 변형에 관련된 불변량	H : 가공경화율
E_{ij} : Lagrangian 변형도	K : 강성행렬
	n : 가공경화지수 ($\bar{\sigma} = C\bar{\epsilon}^n$)
	P : 유체압력에 의한 절점력
	q^i : 시간 $t_0 + \tau$ 에서 박판경계에서의 단위길이당 힘

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

**정회원, 부산대학교 공과대학 생산기계공학과

***정회원, 대전기계창

r	: 시간 t 에서의 위치벡터
R	: 수직이방성계수
\mathcal{R}	: 불균형힘벡터 (unbalanced force vector)
t	: 박판의 두께
t^i	: 시간 $t_0 + \tau$ 에서의 단위면적당의 표면력
$t_0, t_0 + \tau$: 각 변형단계에서의 변형의 시작과 끝 시간
T	: 변환행렬
u	: τ 동안의 변위벡터
U	: 직교좌표계에서의 총합된 절점변위벡터
\bar{U}	: 새로운 자유도방향의 절점변위벡터
V	: 시간 t 에서의 속도벡터
α	: 주응력비
β	: 감속계수
$\bar{\epsilon}$: 유효변형도
$\dot{\bar{\epsilon}}$: 유효변형도율
$\bar{\epsilon}^*$: 한계변형도
$\Delta \bar{\epsilon}$: 한 단계에서의 유효변형도증분
η	: 안정여유치 (stability margin)
θ^i	: 절점좌표 (convective coordinate)
σ^{ij}	: Cauchy-응력텐서
$\bar{\sigma}$: 유효응력
σ_n	: 수직응력
τ^{ij}	: 2nd Piolar-Kirchhoff-응력텐서
ϕ	: 접촉간극
참치자	
o	: 시간 t_0 에서의 상태
τ	: 시간 $t_0 + \tau$ 에서의 상태

1. 서론

유체압에 의한 벌지시험(bulge test)은 단축인장 시험과 같이 박판의 변형특성을 결정하기 위하여 유용하게 사용된다. 벌지시험은 2축인장 상태에서의 변형특성을 구할 수 있고 단축인장시험보다 큰 유효변형도까지도 측정이 가능하다. 축대칭벌지시험과는 달리 타원벌지시험에서는 평면변형도상태와 등이축인장상태사이의 비례변형상태를 유지하는 영역이 존재한다. 따라서, 원하는 변형도비에서의 이축인장실험을 할 수 있고 여러 변형도비에서의 파괴압력을 구하면 성형한계곡선(forming limit curve)도 작성할 수 있다.

타원벌지시험에 관한 연구로는 Chow⁽¹⁾ 등이 변

형도와 극점에서의 곡률을 실험적으로 구했고 Yousif⁽²⁾ 등은 타원벌지의 장축과 단축의 변형형상이 원이라고 가정하여 재료의 변형특성과 파괴현상에 대해 실험과 비교 검토하였다. 최근에 백남주⁽³⁾ 등은 Duncun과 Johnson의 사각벌지에 대한 이론식을 적용하고 광격자법(photo-grid method)과 모아레(moire)법을 이용해서 변형도와 극점의 곡률반경을 구하여 비교하였다. 축대칭벌지시험에 대해서는 유한차분법⁽⁴⁾과 유한요소법^(5,6)을 이용하여 많은 연구결과가 보고되었으며 타원벌지시험은 Iseki⁽⁷⁾ 등이 탄소성유한요소법으로 해석한 바 있으나 다이반경(die radius)과 박판의 이방성은 고려하지 않았다. 실제의 타원벌지시험에서는 시험이 성립되기 위해서 어느 정도이상의 다이반경을 반드시 주어야 한다. 종전의 많은 해석은 다이반경을 고려하지 않았으나 Wang⁽⁸⁾은 축대칭벌지시험의 해석에서 다이반경을 고려하여야 보다 정확한 해석이 가능하다는 것을 보였다.

본 연구에서는 세가지 형상비의 연강판타원벌지 시험에 대하여 다이반경부분의 형상과 수직이방성을 고려하여 해석하고 이에 따른 실험과 비교검토하여 타원벌지시험에서의 변형특성에 대해 논의하고자 한다. 또 불안정현상이 일어나는 압력을 예측하여 실험에서 구한 파괴압력과 비교하여 타원벌지 시험에서의 파괴특성을 고찰하고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 수직이방성을 고려한 강소성 유한요소법

대부분의 박판은 압연등의 전 공정에 의해 이방성(anisotropy)을 가지게 된다. 박판변형문제에서 이방성은 변형에 큰 영향을 미치기 때문에 고려해 주는 것이 좋다. 김용진⁽¹⁰⁾은 Hill의 이방성이론을 사용하고 주절점좌표계(principal convective coordinate system)와 변형경로(deformation path)에 대한 가정을 사용하여 기하적, 재료적 비선형을 고려한 3차원 박판변형에 대한 강소성유한요소법을 수식화하였다. 이 때 박판평면내에서는 등방성을 가지는 수직이방성(normal anisotropy)을 사용하였다. 소성변형은 변형경로에 의존하므로 박판강소성체의 연속적인 변형과정을 유한개의 step으로 근사하여 해석한다.

변형속도에 무관한 재료가 Fig.1과 같이 한 step 동안 t_0 에서 $t_0 + \tau$ 까지 변형하는 과정을 생각하자.

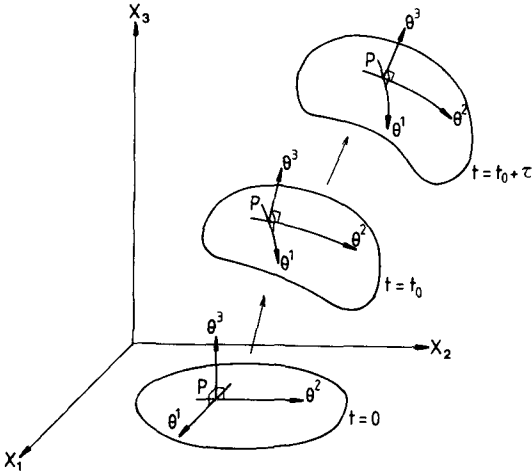


Fig. 1 Convective coordinate systems in the deformation process

점 P 의 운동을 기술하기 위하여 질점좌표계 $(\theta^1, \theta^2, \theta^3)$ 를 도입한다. 이 때 θ^1 와 θ^2 는 Fig. 1에서 t_0 에서의 박판평면내의 평행하지 않은 두 방향으로 선택하고 θ^3 는 박판에 수직인 방향으로 선택한다. 시간 t 에서의 위치벡터를 r 이라 하면 base벡터 b_i 와 metric텐서 g_{ij} 는 다음과 같이 주어진다.

$$b_i = \frac{\partial r}{\partial \theta^i} \quad (1)$$

$$g_{ij} = b_i \cdot b_j \quad (2)$$

본 논문에서 사용된 그리스첨자(Greek indices)는 1에서 2까지 변화하며 라틴첨자(Latin indices)는 1부터 3까지 변화한다. 또 반복되는 첨자는 합을 나타낸다. 속도벡터 V 는 다음과 같이 분리될 수 있다.

$$V = V^i b_i = V_i b^i \quad (3)$$

또 변형율텐서(rate of deformation tensor) D_{ij} 는 다음과 같다.

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \dot{g}_{ij} = \frac{1}{2} (V_i |_{j} + V_j |_{i}) \quad (4)$$

여기서 $()$ 은 시간에 대한 미분을 의미하며 $()$ 은 시간 t_0 에서 질점좌표 θ^i 에 대한 covariant 미분을 의미한다. τ 동안의 변위벡터를 U 라 하면 변형은 t_0 의 상태를 기준으로 한 Lagrangian변형도 텐서에 의해서 규정된다.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} ({}^\tau g_{ij} - {}^0 g_{ij}) = \frac{1}{2} (U_i |_{j} + U_j |_{i} + U^k |_{i} U_k |_{j}) \quad (5)$$

두께방향의 물리량의 변화를 무시하면 박판의 변형은 θ^3 축을 제외하고 표면질점좌표계 (θ^1, θ^2)

(surface convective coordinate system)에서 나타낼 수 있다. 표면질점좌표계에서 Hill의 수직 이방성에 대한 항복함수(yield function)는 식(6)과 같이 나타내진다.

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{3}{2} \frac{1+2R}{2+R} (g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} - \frac{R}{1+R} g_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta}) \sigma^{\alpha\beta} \sigma^{\gamma\delta} \quad (6)$$

또 이때 유동법칙(flow rule)에 의하면 Cauchy 응력텐서 $\sigma_{\alpha\beta}$ 와 변형율텐서 $D_{\alpha\beta}$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \frac{2+R}{1+2R} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} (D_{\alpha\beta} + R g_{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} D_{\gamma\delta}) \quad (7)$$

유효변형도율은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\epsilon}^2 = \frac{2}{3} \frac{2+R}{1+2R} (g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + R g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta}) D_{\alpha\beta} D_{\gamma\delta} \quad (8)$$

$t_0 + \tau$ 에서 평형이 성립하기 위한 필요충분조건은 식(9)와 같이 가상일 원리(principle of virtual work)로 주어진다⁽¹¹⁾.

$$\int_{\sigma V} \tau^{ij} \delta E_{ij}^o dV - \int_{\tau S} t^i \delta U_i{}^\tau ds - \int_{\tau V} f_i \delta U_i{}^\tau dV = 0 \quad (9)$$

여기서 τ^{ij} 는 2nd Piolar-Kirchoff 응력텐서를 의미한다. 가상일 원리는 박판이 비압축성이고 강소성체인 경우에 두께방향의 물리량의 변화를 무시하면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\int_{\sigma A} \bar{\sigma} \delta (\Delta \bar{\epsilon})^o t^o dA - \int_{\tau A} f^i \delta U_i{}^\tau dA - \int_{\tau C} q^i \delta U_i{}^\tau dC = 0 \quad (10)$$

이때 식(10)에서 τ 동안의 유효변형도증분은 주 질점좌표계와 변형경로에 대한 가정을 이용하면 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$(\Delta \bar{\epsilon})^2 \cong \frac{2}{3} \left(\frac{2+R}{1+2R} \right) \left\{ R \bar{E}_1^2 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3^2 - (3+2R) \bar{E}_1 \bar{E}_2 - \frac{11+8R}{6} \bar{E}_1^3 + \frac{11+12R}{3} \bar{E}_1^2 \bar{E}_2 + \frac{11+6R}{6} \bar{E}_2^2 \right\} \quad (11)$$

식(11)에서 \bar{E}_1 와 \bar{E}_2 는 다음 식과 같이 주어지는 변형도에 관한 불변량이다.

$$\bar{E}_1 = {}^o g^{\alpha\beta} E_{\alpha\beta} \quad (12-a)$$

$$\bar{E}_2 = {}^o g^{\alpha\beta\gamma} g^{\gamma\delta} E_{\alpha\gamma} E_{\beta\delta} \quad (12-b)$$

식(11)을 이용하고 식(10)에 김용진⁽¹²⁾의 유한요소수식화과정을 적용하면 다음과 같은 비선형방정식을 얻는다⁽¹⁰⁾.

$$Q(U) = P(U) + F \quad (13)$$

여기에서 $Q(U)$ 는 다음과 같다.

$$Q(U) = \sum_m \int_{\sigma_A(m)} \frac{\tau \bar{\sigma}}{\Delta \bar{\epsilon}} \int (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \gamma_1) \underline{K}_1 + (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \gamma_2) \underline{K}_2 + (\alpha_1 \beta_3 + \alpha_2 \gamma_3) \underline{K}_3 \Big|_0^U t^\circ dA \quad (14)$$

또 식(13)에서 P 는 유체의 압력에 의한 절점력을 나타내고 F 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타낸다. 이때 식(13)은 총합된 절점변위 U 에 대한 비선형방정식이므로 (15)식과 같이 선형화하여 Newton-Raphson 방법으로 해를 구한다.

$$\frac{\partial}{\partial U^T} \left\{ Q(U) - P(U) \right\} \Big|_{U=U^*} \cdot \Delta U = F - Q(U^*) + P(U^*) \quad (15)$$

식(13)~(15)의 구체적인 유도과정 그리고 각 행렬과 계수는 참고문헌(10)과 (12)에 잘 나타나 있다.

2.2 불안정 압력의 예측

박판소재가 정해진 변형경로에서 어느 정도 이상의 변형을 겪게 되면 넥킹(necking)이 발생하고 변형이 더 진행되면 파괴현상을 일으키게 된다. 박판소재의 성형성(formability)을 제한하는 요인은 넥킹외에도 여러가지가 있으나 타원벌지시험은 2축인장변형상태에서 진행하므로 넥킹이 성형을 제약하는 가장 중요한 요인이 된다. 본 해석에서는 Moore와 Wallace⁽¹³⁾의 최대하중조건에 의한 불안정예측에 의해서 넥킹발생을 예측해 보고자 한다. 유효변형도가 $\bar{\epsilon}$ 이고 주응력비가 α 인 박판을 생각하자. 비례변형도변형을 가정하면 한계변형도 $\bar{\epsilon}^*$ 는 식(16)과 같이 주어진다.

$$\frac{H'(\bar{\epsilon}^*)}{\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^*)} = \sqrt{\frac{3}{2(2+R)}} \cdot \frac{(1+R)^2 \alpha^3 - (2+R)R\alpha^2 + (2+R)R\alpha + (1+R)^2}{\{(1+R)\alpha^2 - 2R\alpha + (1+R)\}^{3/2}} \quad (16)$$

이때 주응력비는 식(17)과 같다.

$$\alpha = \left(\frac{\sigma_2/g_2}{\sigma_1/g_1} \right)_{t_0+\tau} = \frac{\ln \frac{\tau g_2}{\sigma_2} + R \left(\ln \frac{\tau g_1}{\sigma_1} + \ln \frac{\tau g_2}{\sigma_2} \right)}{\ln \frac{\tau g_1}{\sigma_1} + R \left(\ln \frac{\tau g_1}{\sigma_1} + \ln \frac{\tau g_2}{\sigma_2} \right)} \quad (17)$$

현재의 변형도 $\bar{\epsilon}$ 를 한계변형도 $\bar{\epsilon}^*$ 와 비교하기 위해서 식(18)과 같이 안정여유치(stability margin) η 를 정의한다. 이때 η 가 음이 되면 불안정현상이 생겨 넥킹이 생기는 것으로 간주한다.

$$\eta = \frac{\bar{\epsilon}^*}{\bar{\epsilon}} - 1 \quad (18)$$

2.3 타원벌지시험의 유한요소해석

타원벌지시험의 기하적형상을 Fig. 2에 나타내었다. 최초에 박판의 플랜지(flange)부는 다이와 블랭크 홀더(blank holder) 사이에서 강하게 물리고 V형상의 비드(bead)에 의해서 유동이 억제되어 시험중에 다이구멍내로 움직이지 않도록 한다. 유압을 박판의 한쪽 면에 작용시키면 반대쪽으로 박판이 부풀면서 변형이 시작된다. 압력이 점차 증가함에 따라 극점 높이가 증가하며 압력이 어느 값에 이르면 박판이 압력을 견디지 못하고 찢어져서 더 이상 시험을 진행할 수 없게 된다.

지금까지의 대부분의 벌지해석은 다이반경부분의 형상을 무시하였다. 이러한 가정은 다이반경에 대해 다이축 길이가 상당히 큰 경우에는 매우 유효하다. 그러나 실제 벌지시험에서 성형이 성립하기 위해서는 일정 두께의 박판에 대해서 어느 정도 이상의 다이반경은 반드시 필요하며 또 다이축길이를 원하는 대로 크게 하기는 어렵다. 그러므로, 보다 정확한 해석을 하기 위해서 다이반경형상을 반드시 고려해야 한다.

다이반경형상을 고려하기 위해서는 변형의 매 단계에서 식(19)~식(21)의 접촉조건을 만족해야 한다⁽¹⁴⁾.

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (19)$$

$$\phi \geq 0 \quad (20)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (21)$$

이 때 ϕ 는 박판과 다이의 접촉간극이고 σ_n 는 접촉시의 수직응력이다. 식(19)는 물리적으로 두 물체는 접촉하고 있거나 접촉하고 있지 않은 두 상태 이외의 상태에 있을 수 없다는 것을 의미한다. 식(20)은 두 물체가 서로의 내부로 침투할 수 없다는 것을 나타낸다. 식(21)은 접촉시에 수직응력은 압축응력이어야 한다는 것을 나타낸다. 매 단계의 반

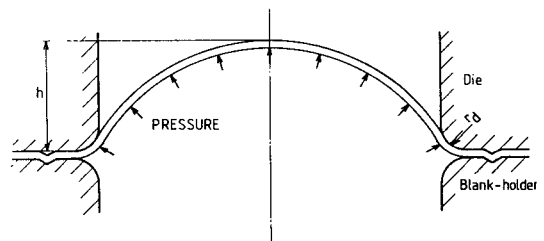


Fig. 2 Schematic diagram of hydrostatic bulging

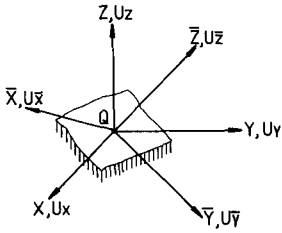


Fig. 3 Transformations to skew boundary condition

복계산후에 박판이 다이내부로 침투하지 않도록 식 (20)을 제한 조건으로 하여 해를 구한다. 이 때 박판이 변형중에 다이내부로 침투하면 절점이 다이와 접촉하고 있는 것으로 간주한다. 만약 수렴후에 접촉하고 있던 절점과 다이 사이에 인장응력이 작용하여 식 (21)을 만족하지 못하면 절점이 다이와 접촉하고 있지 않은 것으로 간주하고 다시 반복계산하였다. 이와 같은 접촉처리방법은 시행착오에 의한 것이나 타 방법보다 수식화가 간단하므로 계산의 편의를 위하여 사용하였다. 다이와 접촉하고 있는 절점을 변형후에 다이표면위에 있게 하기 위해서 경사면경계조건(skew boundary condition)에 의한 접촉처리방법을 이용하였다.

경사면경계조건은 Fig. 3과 같이 특정절점의 국부직교좌표계 (X, Y, Z) 방향의 자유도를 새로운 방향의 국부직교좌표계 (X-bar, Y-bar, Z-bar)의 자유도로 변환하여 이 자유도방향으로 절점의 변위제한조건을 부여하는 방법을 말한다⁽¹⁵⁾. 절점변위사이의 관계는 식 (22)와 같다. 이 때 식 (15)의 유한요소방정식은 변환행렬 T를 이용하여 식 (23)과 같이 나타내진다.

$$U = T \bar{U} \tag{22}$$

$$\bar{K} \Delta U = \bar{R} \tag{23}$$

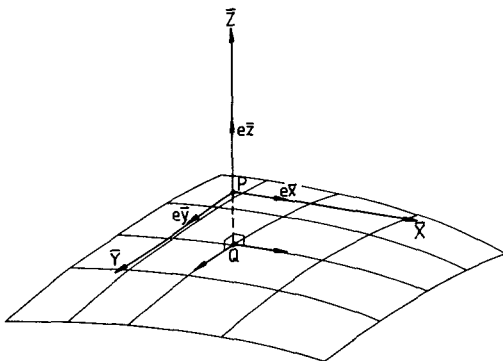


Fig. 4 Geometry for contact treatment

$$\text{여기에서 } \bar{K} = T'KT, \bar{R} = T'R \tag{24}$$

접촉조건을 만족하기 위해서 다이의 표면형상함수를 이용하는 방법⁽⁶⁾도 있으나 표면형상이 복잡한 경우에는 표면형상함수를 구하기가 쉽지 않아 적용에 어려움이 있다. 이 외에도 Lagrange multiplier를 이용한 방법⁽¹⁶⁾이 있으나 계산시간과 기억용량이 많이 소요되는 단점이 있고 Penalty 함수를 이용한 방법⁽¹⁷⁾이 있으나 계산중에 Penalty 상수의 값을 적당히 지정해 주어야 하는 어려움이 있다.

Fig. 4에서 다이와 접촉하고 있다고 간주되는 절점 P에 가장 가까운 다이상의 점 Q를 구한다. 다이의 형상에 따라 점 Q는 반복계산에 의해 구하였다. Fig. 4에서 점 Q의 수직방향을 ez라 하고 ez와 수직인 평면에서 서로 수직인 두 개의 방향을 ex, ey라 한다. 이 때 Q의 접선평면의 식은 새로운 국부직교좌표계 (X-bar, Y-bar, Z-bar)에서 식 (25)으로 주어지므로 반복계산후에 절점이 접선평면위에 위치하도록 식 (26)을 이용하여 식 (23)에 제한조건을 부여할 수 있다.

$$\bar{Z} = \bar{Z}(Q) \tag{25}$$

$$\Delta U_z = \bar{Z}(Q) \tag{26}$$

해가 수렴하면 다이와 절점의 거리는 매우 작아져서 절점은 다이표면상에 있게 된다. 계산 중에 Q를 구하기 위해서 소요되는 시간은 무시할 정도였다. 식 (23)에서 구해진 수정변위벡터를 사용하여 매 반복계산후에 변위벡터를 식 (27)과 같이 수정하였다.

$$U_n = U_{n-1} + \beta \Delta U \tag{27}$$

반복계산 중에 식 (28)을 만족하면 해가 수렴한 것으로 간주하였다.

$$\frac{\|\Delta U\|}{\|U\|} < \epsilon \tag{28}$$

매 단계마다의 평균반복계산횟수는 6~7회 정도였다. 계산이 진행됨에 따라 다이와 접촉해 있는 부분에서 다른부분에 비해 유효변형도증분이 매우 작아 수치적으로 해를 구하기가 어려운 현상이 발생하였다. 이 때 이러한 현상이 발생한 후의 계산 단계에서는 식 (29)와 같이 해에 거의 영향을 미치지 않을 정도로 유효변형도증분을 수정하여 계산을 계속 진행할 수 있었다.

$$\Delta \bar{E} = \sqrt{\Delta \bar{E}^2 + d\epsilon_0^2} \tag{29}$$

이때 dε₀의 값은 그 전단계의 최대 유효변형도증분의 1×10⁻³정도를 취하였다. 다이와 박판의 마찰은 고려하지 않았으나 다이에 붙은 부분은 변형

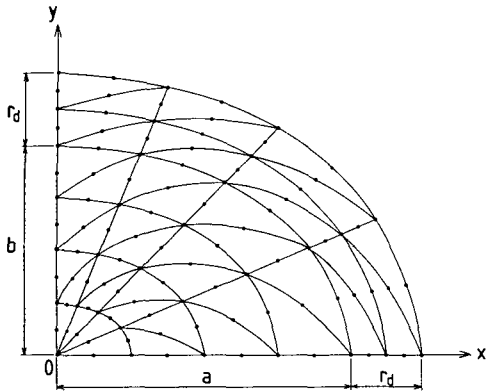


Fig. 5 Finite element mesh system for elliptical hydrostatic bulging

이 매우 작아 마찰을 고려하지 않아도 해에 거의 영향이 없다고 생각된다. 실제 계산에서는 6절점삼각형요소⁽¹⁵⁾를 사용하였으며 105개의 절점과 44개의 요소가 사용되었고 격자계(mesh system)의 형상은 Fig. 5와 같다.

벌지시험을 해석하기 위해서는 압력증분을 주어 그에 따른 변위를 구하는 방법과 부피증분을 주고 그에 따른 압력과 변위를 구하는 방법이 있다. 부피증분을 주어 계산하는 방법은 계산단계를 설정하기 쉽고 계산을 좀 더 전진시킬 수 있으나 계산이 복잡하기 때문에 본 해석에서는 압력증분을 주어 계산을 수행하였다. 매 단계의 압력증분은 최대유효변형도증분이 0.03를 넘지 않도록 조정되었다. 첫 단계에서는 구의 일부의 형상을 이용하여 초기 가정으로 사용하였고 다음 단계부터는 그 전단계에서 수렴된 해를 사용하였다. 안정여유치는 매 단계마다 식(18)에 의해 계산되었다. 압력이 어느정도 증가하면 안정여유치 η 가 음이 되는 부분이 생기게 된다. 이 때의 압력을 불안정압력이라 하였다. 불안정압력을 지나서 더 압력이 증가하면 더 이상 해가 수렴되지 않게 되는데 이 압력을 최대압력이라 하였다. 최대압력에 도달하기까지 약 30단계가 필요하였으며 계산시간은 Prime 2655컴퓨터로 약 9000초가 소요되었다.

3. 실험

실험재료는 두께가 0.8mm인 SPC-1연강판을 사용하였다. 실험에 사용된 시편은 시판되는 압연판으로 프레스를 이용하여 150mm인 원판으로 가공

Table 1 Material properties of tensile specimen

Material	Thickness (mm)	Y/S (kgf/mm)	T/S (kgf/mm)	K (kgf/mm)	n	R
Mild steel	0.80	17.8532	35.7816	60.1908	0.26621	1.37

Table 2 Die specification

Aspect ratio (B/A)	Major axis A (mm)	Minor axis B (mm)
1.0	50	50
0.75	50	37.5
0.5	50	25

하였다. 인장시험은 액압으로 작동되는 25ton인 만능재료시험기를 사용하였다. Cross head의 속도는 10mm/min으로 해서 하중 500kg하에서 extensometer를 부착하여 실온에서 행하였다. 인장시험에 사용된 시험편은 (ASTM표준시험규격)에 준했고 결과는 Table 1에 표시하였다.

ϵ_w/ϵ_t 인 R 값은 15% 신장되었을 때 하중을 제거한 후 시편의 두께나 폭의 변화를 측정하여 구하였다. 실험에 사용된 다이의 칫수는 Table 2에 나타나 있고 다이반경은 모두 4.5mm이다. 다이와 블랭크홀더사이에 시편을 클램핑(clamping)하고 V형상의 비드를 사용하여 다이구멍 내부로의 유동을 억제한다. 유입되는 유체의 부피의 양이 증가함에 따라 압력과 극점변위를 측정하여 기록하였다. 시편이 파괴될 때까지 압력을 증가시켜 파괴가 일어나는 압력을 구하였다. 시편에는 광격자법을 이용하여 변형전의 위치에 따라 변형도를 측정할 수 있게 하였다. 변형중에 원하는 단계에서 실험을 중지하고 다이열계지를 이용하여 두께를 측정하였다.

4. 결과 및 토론

극점높이와 압력과의 관계가 다이의 형상비에 따라 Fig. 6, 7, 8에 각각 나타나 있다. 다이반경형상을 고려하지 않은 경우가 같은 극점높이에서 고려한 경우보다 더 높게 압력을 예측한다. 또 재료가 등방성일 때에는 이방성이 고려된 경우보다 같은 극점높이에서 더 낮게 압력이 예측된다. 이방성과 다이반경형상이 고려된 해석결과가 실험과 가장 잘

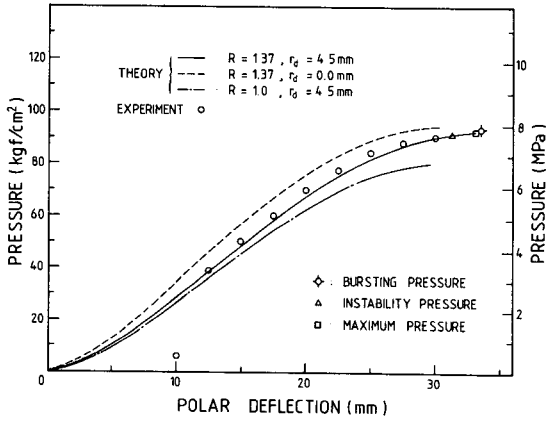


Fig. 6 Comparison of the pressure-polar deflection curves ($b/a=1.0$)

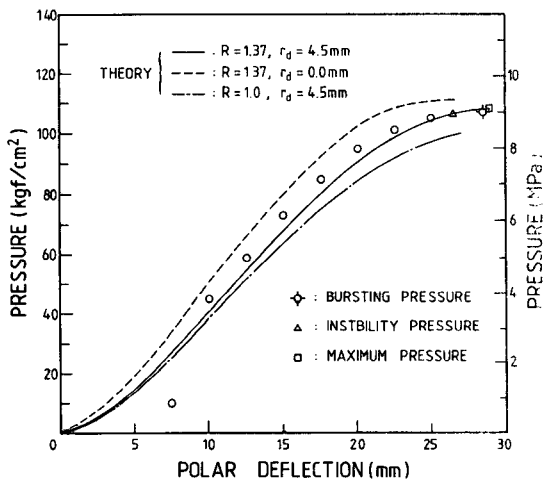


Fig. 7 Comparison of the pressure-polar deflection curves ($b/a=0.75$)

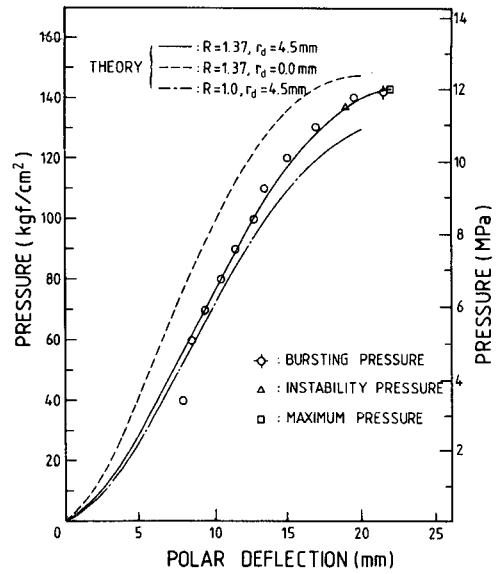


Fig. 8 Comparison of the pressure-polar deflection curves ($b/a=0.5$)

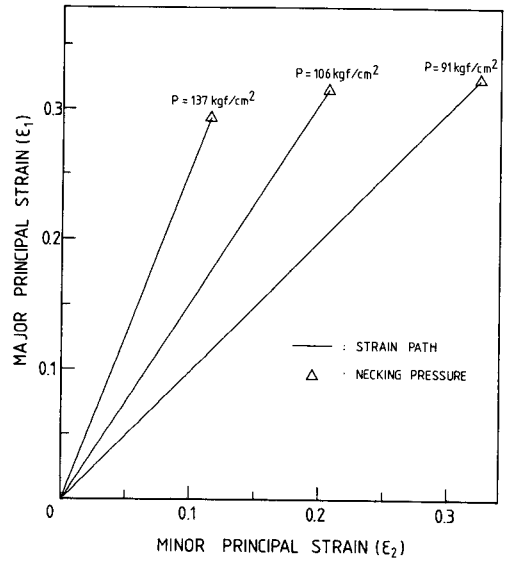


Fig. 9 Comparison of strain paths for three aspect ratios

Table 3 Strain path at the pole

	Aspect ratio (B/A)		
	1.0	0.75	0.5
Average strain ratio (ϵ_1/ϵ_2)	1.0	1.5	2.54
Maximum variation (%)	0.0	1.0	2.8

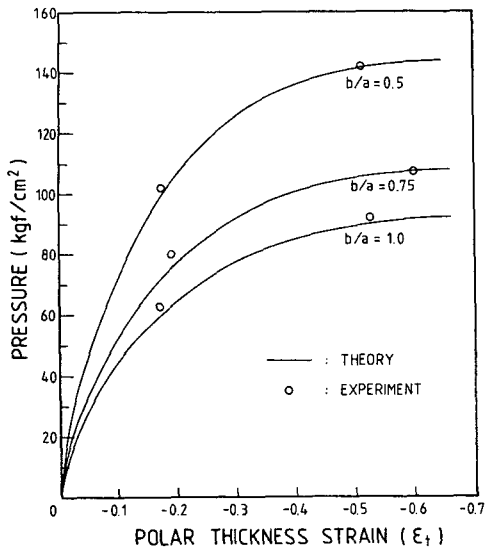


Fig. 10 Theoretical and experimental relations between pressure and polar thickness strain for three aspect ratios

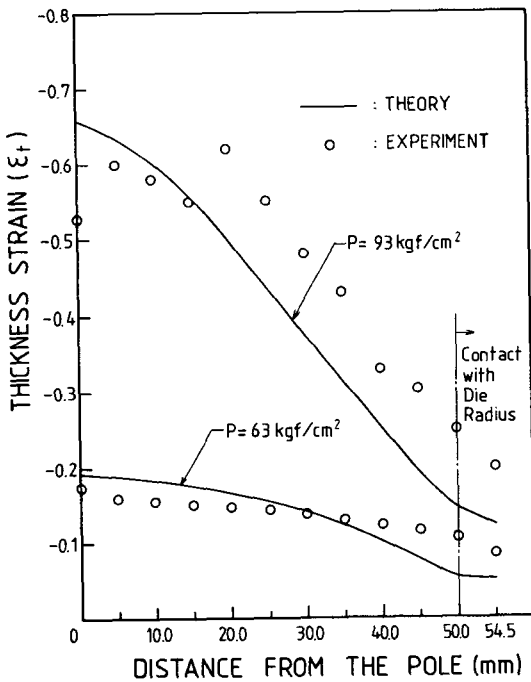
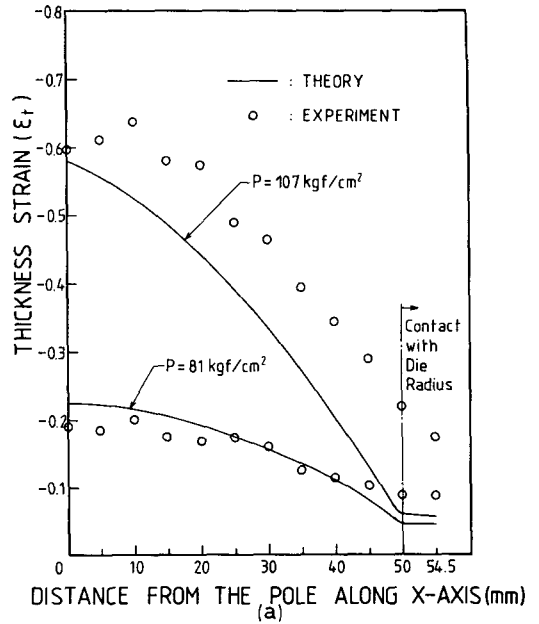


Fig. 11 Distribution of theoretical and experimental thickness strain at two different pressures ($b/a = 1.0$)

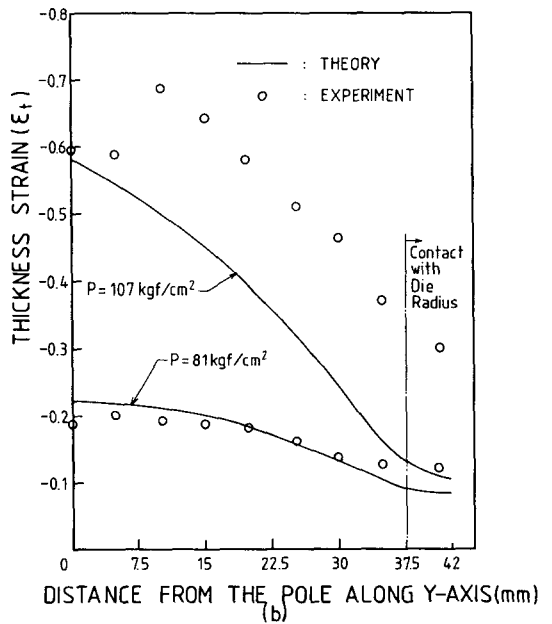


Fig. 12 Distribution of theoretical and experimental thickness strain at two different pressures ($b/a = 0.75$)

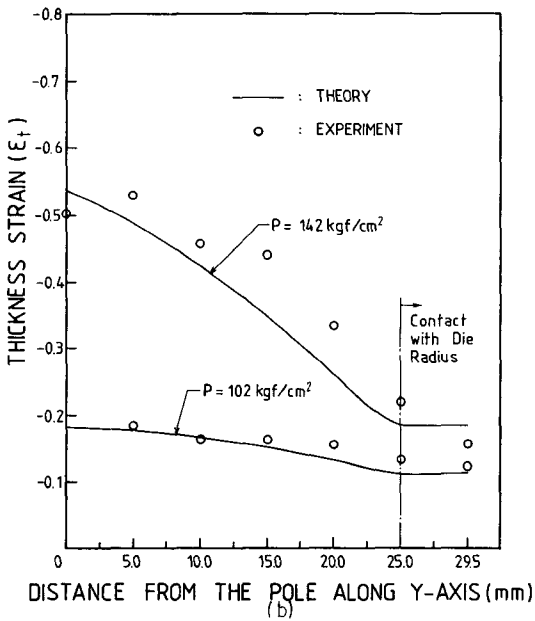
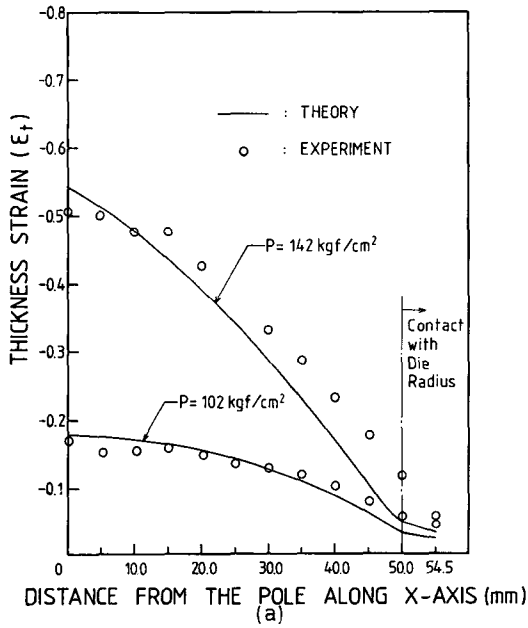


Fig. 13 Distribution of theoretical and experimental thickness strain at two different pressures ($b/a=0.5$)

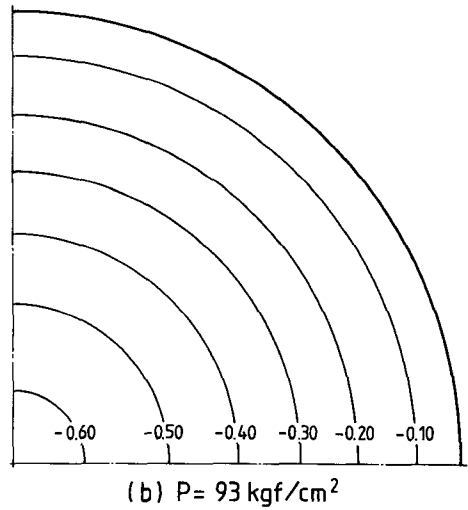
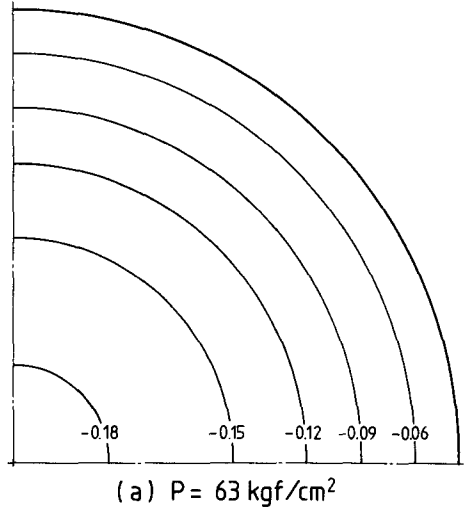
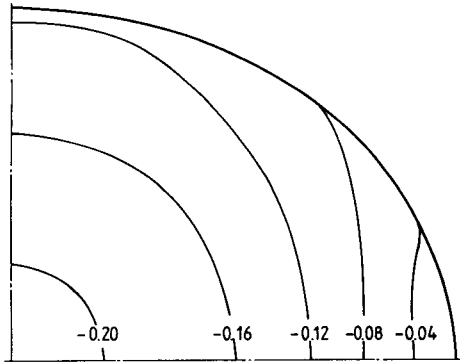


Fig. 14 Distribution of thickness strain at two different pressures ($b/a=1.0$)

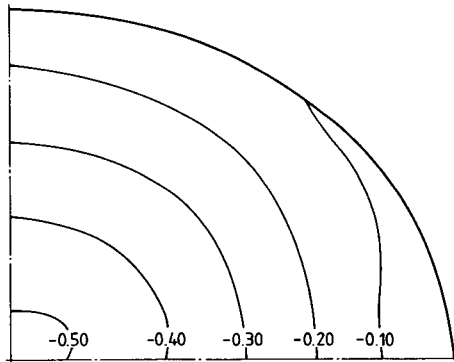
일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 9은 변형초기부터 불안정현상이 생길 때까지 극점의 주변형도경로를 표시한 것이다. Table 3에서 타원벌지시험에서 극점은 불안정이 발생할 때까지 거의 비례변형을 유지함을 알 수 있다. 그러므로 극점에서 식(18)을 이용하여 불안정현상을 판별하는 것은 매우 타당하다고 볼 수 있다. 계산에서 압력이 증가함에 따라 극점이 가장 먼저 불안정에 도달하며 실제 실험에서도 극점에서 파괴가 일어났다.

Fig. 6, 7, 8에서 극점에서 불안정압력이 최대압력

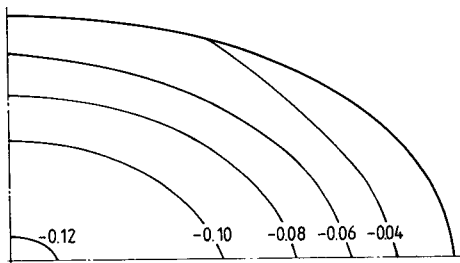


(a) $P = 81 \text{ kgf/cm}^2$

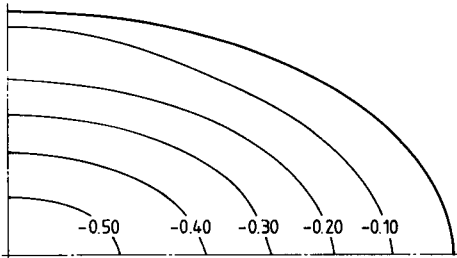


(b) $P = 107 \text{ kgf/cm}^2$

Fig. 15 Distribution of thickness strain at two different pressures ($b/a=0.75$)

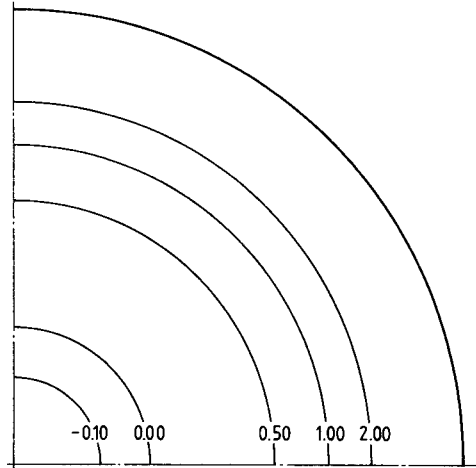


(a) $P = 102 \text{ kgf/cm}^2$

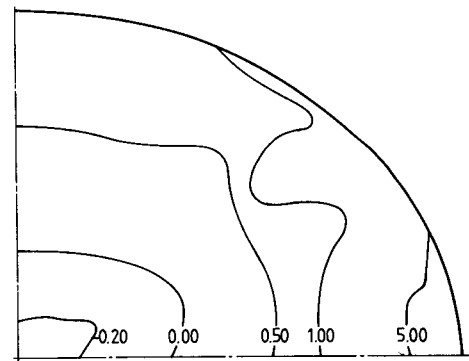


(b) $P = 142 \text{ kgf/cm}^2$

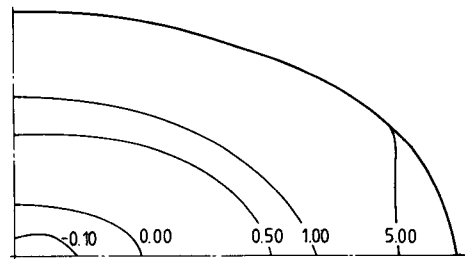
Fig. 16 Distribution of thickness strain at two different pressures ($b/a=0.5$)



(a) $P = 93 \text{ kgf/cm}^2$



(b) $P = 107 \text{ kgf/cm}^2$



(c) $P = 142 \text{ kgf/cm}^2$

Fig. 17 Distribution of instability margin at maximum pressure (a) $b/a=1.0$ (b) $b/a=0.75$ (c) $b/a=0.5$

과 파괴압력에 앞서 일어난다. 2축인장상태에서는 먼저 불안정현상에 도달한 다음에 변형이 더 진전하여야 파괴에 이르게 되므로 위의 예측과 부합된다. 따라서 안정여유치 η 는 파괴가 일어나기 전에 유효한 예측수단이 될 수 있다고 생각한다.

Fig. 10은 극점두께변형도와 압력과의 관계를 나타냈는데 실험과 이론이 잘 일치한다. Fig. 11, 12, 13은 타원의 장단축을 따라 2개의 다른 압력에서 두께변형도의 분포를 실험과 비교하였다. 낮은 압력에서 두께변형도는 실험과 이론이 잘 일치한다. 다이반경부분에서 실험의 두께변형도가 더 높은 것은 이론에서 사용한 경계조건과는 달리 실험에서 다이구멍내부로의 박판의 유동이 완전히 차단되지 않았기 때문이다. 높은 압력에서 이론에 의한 두께변형도분포는 실험의 두께변형도분포와 큰 차이를 보여준다. 이는 본 실험에서의 높은 압력은 모두 파괴압력으로써 네킹이 진행되어 파괴가 일어난 후에 두께변형도분포를 측정하였기 때문이다. 계산에 사용된 강소성유한요소법으로는 불안정현상 이후의 3차원응력상태를 해석할 수 없으므로 이 경우에 실험과 직접 비교하기는 어렵다.

Fig. 14, 15, 16은 각 형상비에 대해서 두께변형도 분포를 보인 것인데 단축모서리측이 장축모서리측보다 두께가 더 얇아져 있음을 알 수 있다. Fig. 17은 최대압력에서 안정여유치 η 의 분포를 나타내었다. 극점이 가장 먼저 불안정에 도달하고 주위로 불안정영역이 확장되어 가고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

수직이방성을 고려한 강소성유한요소법으로 다이 반경형상을 고려하여 세 가지형상비의 연강판타원 벌지시험을 해석하고 수행된 실험결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 극점높이와 압력과의 관계, 극점두께변형도와 압력과의 관계등에서 다이부분의 형상을 고려한 경우가 실험과 잘 일치하였다.

따라서, 다이반경에 비해 다이축길이가 작은 경우에 변형현상을 정확히 예측하기 위해서는 다이반경형상을 고려해야 한다.

(2) 극점의 변형상태는 변형중 거의 비례변형도 상태를 유지한다. 따라서 최대하중조건에 의한 불안정예측으로 파괴에 앞서 불안정현상을 유효하게 예측할 수 있었다.

(3) 두께변형도분포는 불안정에 도달하기 전의 압력에서는 실험과 이론이 잘 일치하였다. 파괴압력에서의 두께변형도분포는 실험과 이론이 큰 차이를 보여준다. 이는 불안정현상이 일어난 후의 정확한 해석은 본 해석으로는 어렵기 때문이다.

참 고 문 헌

- (1) C.C. Chow, A.W. Dana and G.Sachs, 1949, J.Metals, pp.49~58.
- (2) M.I. Yousif, J.L. Duncun and W.Johnson, 1970, "Plastic Deformation and Failure of Thin Elliptical Diaphragms," Int. J.Mech. Sci., Vol. 12, pp. 959~972.
- (3) N.J. Baek et. al, 1984, "A Study on Elliptical Bulge Test by Moire Method," 대한기계학회논문집, 제8권, 제4호, pp.393~399.
- (4) M.F. Ilahi, A.Parmer and P.B. Mellor, 1981, "Hydrostatic Bulging of a Circular Aluminum Diaphragm," Int. J. Mech. Sci., Vol. 23, pp.221~227.
- (5) S.Kobayashi and J.H. Kim, 1978, "Deformation Analysis of Axisymmetrical Sheet Metal Forming Processes by the Rigid Plastic finite Element," Mechanics of Sheet Metal Forming (Edited by D.P. Koistinen and N.M. Wand), Plenum Press, New York, pp.341~365.
- (6) H. Iseki, T. Jimma and T.Murota, 1974, "Finite Element Analysis of the Hydrostatic Bulging of a Sheet Metal (Part 1)," Bull. JSME, Vol. 17, pp.1240~1246.
- (7) H.Iseki, T.Jimma and T.Murota, 1974, "Finite Element Method in the Analysis of the Hydrosatic Bulging of a Sheet Metal (Part2)," Bull. JSME, Vol. 20, pp.285~291.
- (8) N.M. Wang, 1984, "A Rigid Plastic Rate Sensitive Finite Element Method for Modelling Sheet Metal Forming Processes," Numerical Analsis of Forming Processes (Edited by J.F.T. Pittman et. al), John Wiley and Sons Ltd, pp.117~164.
- (9) R.Hill, 1950, "Mathematical Theory of Plasticity," Oxford Clarendon Press, London.
- (10) D.Y. Yang and Y.J. Kim, 1987, "Analysis of Hydrostatic Bulging of Anisotropic Rectangular Diaphragms by Rigid Plastic finite element method," Trans, ASME, J. Eng. Ind., Vol. 109, pp.148~154.
- (11) L.E. Malvern, 1969, "Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium," Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- (12) Y.J. Kim and D.Y. Yang, 1985, "A Rigid Plastic

- Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and application to Hydrostatic Bulging,” *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 27, pp.453~463.
- (13) G.G. Moore and J.F. Wallace, 1963, “The Effect of Anisotropy on Instability in Sheet Metal Forming,” *J. Inst. Metals*, Vol. 93, pp.33~38.
- (14) J.W. Joo, 1987, “Analysis and Applications of Elastoplastic Contact Problems Considering Large Deformation,” Ph. D.Dissertation, KAIST.
- (15) K.J. Bathe, 1986, “Finite Element Procedures in Engineering Analysis,” Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (16) P.Hora et.al, 1987, “Simulation of the Forming Process for Irregularly Shaped Autobody Panels,” *Proc. 2nd ICTP*, pp.633~640.
- (17) A.P. Stalmann, 1986, “Numerical Simulation of Stretching Processes,” *Simulation of Metal Forming Processes by the Finite Element Method(Workshop Stuttgart 1985)*, Springer Verlag, pp.170~213.