

〈論 文〉

## 로봇 매니퓰레이터의 치수 최적화

조 선 휘\* · 문 홍 기\*\*

(1988년 1월 22일 접수)

### Study on the Dimension Optimization of the Robot Manipulator with Three Links

S. W. Cho and H. K. Moon

**Key Words :** Industrial Robot(산업용 로봇), Optimal Technique(최적화 기법), Triangular Velocity Profile(삼각형 속도 선도), Inverse Dynamic Problem(역동력학 해석), Joint Torque(조인트 토크), Newton-Euler's Equation of Motion(뉴튼-오일러 운동방정식)

#### Abstract

Determining the robot motion using optimal technique has been studied often in recent years, however the study of determining the optimal robot dimensions is very rare. In this paper, the authors attempted to find out the least driving torques at each joint as the optimization of link length referred to a 3R robot manipulator. For the given linear path with triangular velocity profile, the inverse kinematic and inverse dynamic problems are examined in order to lead into solution of problem suggested for optimal design of link lengths. Accordingly, optimal link lengths in the case of given linear path is obtained with respect to the parameter of link ratios.

#### 1. 서 론

최근에 산업용 로봇 매니퓰레이터에 대한 기구학적 해석, 동역학적 해석 및 제어에 관한 연구보고가 많이 발표되고 있다<sup>(1~3)</sup>. 한편 컴퓨터의 용량의 대형화와 계산시간의 단축에 따라 방대한 계산을 적은 비용으로 행할 수 있게 되었다. 이리하여 기본적으로 비선형인 로봇의 운동을 최적화하려는 방향으로 연구가 많이 이루어지고 있다. 그러나 이들의 대부분은 로봇의 형상이 주어졌을 때, 운전시간 또는 운전 경로나 조인트 운동을 구하는 문제이

며<sup>(4~7)</sup> 치수 최적화에 입각한 링크 길이를 결정하는 논제는 매우 희소하다.

만일 로봇을 설계할 때 특정한 작업이 결정되고 이 작업이 반복된다면 작업에 적합한 로봇의 치수를 결정하는 일이 중요하다. 특히 소형의 액츄에이터(actuator)로 작업이 가능하도록 하는 링크의 길이를 결정할 필요를 느낄 것이다.

본 연구에서는 로봇 매니퓰레이터의 각 조인트 오토크를 구하고, 이를 최소자승법에 의하여 각 링크의 길이를 최적화하였다. 이때 각 링크의 단면은 일정하며 따라서 각 링크의 무게중심은 링크의 중앙에 있다고 보았다. 작업은 직선운동(C.P.)으로 하였고 이때의 속도 선도를 편의상 삼각형으로 하였다. 작업시간은 속도 선도와 작업경로가 주어지면 구하여지고, 이를 등간격으로 나누어 매 순간마다

\*정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

\*\*정회원, 서울대학교 대학원

의 조인트 토오크를 구하였다. 이때 매 순간 기구학적 해석<sup>(8)</sup>으로 조인트의 변위, 속도, 가속도를 구하고 Newton-Euler 운동방정식을 이용하여 각 조인트 토오크를 구하였다.

## 2. 최적화 문제 및 기법

### 2.1 목적함수

3절 링크 로봇 매니퓰레이터가 작업영역 내의 두 점 사이를 직선운동할 때 각 조인트에 작용하는 운전 토오크의 급격한 변화를 줄이고 또 전체 운전 토오크를 작게 하도록 각 링크의 길이를 최적화하였다.

사용하는 목적함수는 다음과 같다.

$$U = \int_0^T (\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2) dt \quad (1)$$

각 관절에 작용하는 토오크는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_i = f(\theta_j, \dot{\theta}_j, \ddot{\theta}_j, a_j) \quad (2)$$

$\tau_i$ 는 각 조인트의 변위, 속도, 가속도 그리고 각 링크의 길이의 함수이며, 다시  $\theta_j, \dot{\theta}_j, \ddot{\theta}_j$ 는 각 링크의 길이와 끝점의 위치, 속도, 가속도의 함수이다.

$$\theta_i = g_1(a_j, P) \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_i = g_2(a_j, \underline{P}, \dot{P}) \quad (4)$$

$$\ddot{\theta}_i = g_3(a_j, \underline{P}, \dot{P}, \ddot{P}) \quad (5)$$

결국 로봇이 움직이는 경로와 속도선도가 주어지면 토오크는 링크 길이 만의 함수가 된다.

$$\tau_i = f_a(a_j) \quad (6)$$

따라서 목적함수  $U$ 는 링크 길이만의 함수로 표시될 수 있으며 이를 이용하여 각 링크의 길이를 최적화 할 수 있다.

### 2.2 최적화 기법

최적화 기법은 부등과 항등 제한조건을 만족하는 범위 내에서 목적함수를 최소화하거나 최대화하는 설계변수의 값을 찾는 방법이다.

본 연구에서는 비선형으로서 제한성 최적화 문제를 다루게 되므로 Davidon-Fletcher-Powell 방법을 사용한 프로그램 DAVID<sup>(10)</sup>를 사용하여 최적화 문제를 다루었다. Davidon-Fletcher-Powell 방법은 Davidon에 의해 제안되고 Fletcher와 Powell에 의해서 수정된 방법으로 일반함수(general function)의 최적화 문제를 해결하는데 매우 유용한 방

법이다. 이 방법은 conjugate direction을 계산할 뿐 아니라 목적함수의 일차 미분값 만을 계산함으로서 이차 미분값을 추정하여 탐사 방향을 찾는 방법이다<sup>(11)</sup>.

프로그램 DAVID는 mixed interior-exterior 벌칙함수(penalty function)를 이용하여 제한 최적화 문제를 무제한 최적화 문제로 바꾸어 최적치를 찾는다.

## 3. 3절 링크 로봇 매니퓰레이터의 기구학적 해석

Fig. 1에 본 연구에 적용한 모델을 나타내었고 기구학적 해석을 위하여 좌표계를 표시하였다.

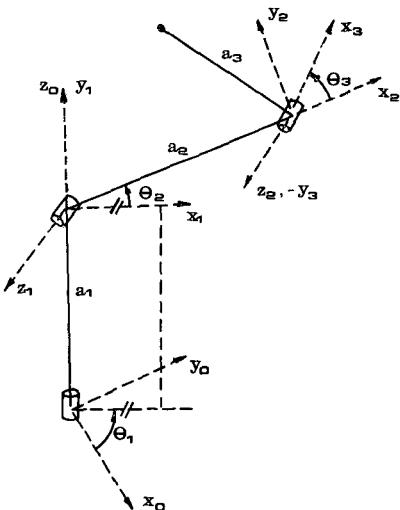


Fig. 1 Model of rotary manipulator for inverse kinematic problem

### 3.1 위치 해석

Fig. 3 A로부터  $\theta_1$ 을 다음과 같이 구한다.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{P_{3y}}{P_{3x}} \right) \quad (7)$$

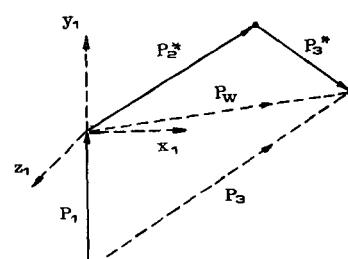


Fig. 2 Vector definitions between various coordinate origins of the rotary manipulator

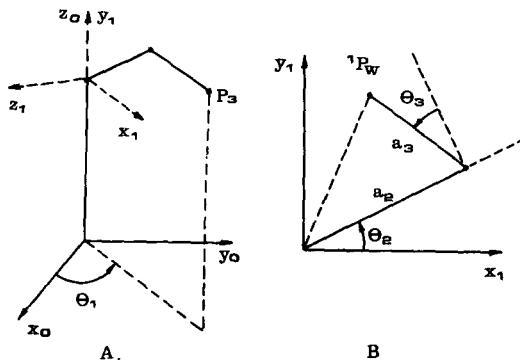


Fig. 3 A. Projection of the end point onto the  $x_0 - y_0$  plain to find  $\theta_1$   
B. Reduction to a planar two-link manipulator for  $\theta_2$  and  $\theta_3$  by referring positions to 1 coordinates

Fig. 2에 의하여

$$\underline{P}_w = \underline{P}_3 - \underline{P}_1 = \underline{P}_3 - a_1 \hat{\underline{z}}_0 \quad (8)$$

$${}^1\underline{P}_w = {}^1R \underline{P}_w = \begin{bmatrix} R \\ P_{wz} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

로 된다. 그리하여 Fig. 3 B에서 cosine법칙을 이용하면  $\theta_3$ 를 구할 수 있다.

$$\sin \theta_3 = \frac{a_2^2 + a_3^2 - (R^2 + P_{wz}^2)}{2a_2a_3} \quad (10)$$

$$\cos \theta_3 = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta_3} \quad (11)$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right) \quad (12)$$

$\theta_2$ 를 구하기 위하여  $\underline{P}_w$ 를 다음과 같이 표시한다.

$$\underline{P}_w = a_2 \hat{\underline{x}}_2 + a_3 \hat{\underline{z}}_3 \quad (13)$$

좌표계 1을 기준으로 위 식을 바꾸면 다음과 같다.

$${}^1\underline{P}_w = \begin{bmatrix} a_2 \cos \theta_3 - a_3 \sin (\theta_2 + \theta_3) \\ a_2 \sin \theta_3 - a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

위의 식을 연립하여 풀면  $\theta_2$ 를 구할 수 있다.

$$\sin \theta_2 = \frac{{}^1P_{wy}(a_2 - a_3 \sin \theta_3) - {}^1P_{wx} a_3 \cos \theta_3}{a_2^2 + a_3^2 - 2a_2a_3 \sin \theta_3} \quad (15)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{{}^1P_{wx} + a_3 \sin \theta_2 \cos \theta_3}{a_2 - a_3 \sin \theta_3} \quad (16)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right) \quad (17)$$

### 3.2 속도 해석<sup>(8)</sup>

끝점의 위치와 속도를 표시하면 다음과 같다.

$$\underline{P}_3 = a_1 \hat{\underline{z}}_0 + a_2 \hat{\underline{x}}_2 + a_3 \hat{\underline{z}}_3 \quad (18)$$

$$\dot{\underline{P}}_3 = \underline{\omega}_2 \times a_2 \hat{\underline{x}}_2 + \underline{\omega}_3 \times a_3 \hat{\underline{z}}_3 \quad (19)$$

위의 식을 좌표계 2를 중심으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{\underline{P}}_3 = \begin{bmatrix} -a_3 \cos \theta_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ a_2 \dot{\theta}_2 - a_3 \sin \theta_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ -\dot{\theta}_1 {}^1P_{wx} \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서  ${}^2\dot{\underline{P}}_3 = ({}^1R_2^T R)^T \dot{\underline{P}}_3$ 로 구해진다.

위 식을 연립하여 풀면 각 조인트의 각속도를 구할 수 있다.

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{{}^2\dot{P}_{3z}}{{}^1P_{wx}} \quad (21)$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{{}^2\dot{P}_{3y} \cos \theta_3 - {}^2\dot{P}_{3x} \sin \theta_3}{a_2 \cos \theta_3} \quad (22)$$

$$\dot{\theta}_3 = -\frac{{}^2\dot{P}_{3x} + \dot{\theta}_2 a_3 \cos \theta_3}{a_3 \cos \theta_3} \quad (23)$$

### 3.3 가속도 해석

식 (19)를 미분하고 간단히 하면 다음과 같다.

$$\ddot{\underline{P}}_3 = \ddot{\underline{\omega}}_2 \times \underline{P}_w + \underline{\omega}_2 \times \dot{\underline{P}}_3 - a_3 \dot{\theta}_3 \hat{\underline{x}}_3 - a_3 \dot{\theta}_3 \underline{\omega}_3 \times \hat{\underline{x}}_3 \quad (24)$$

위의 식을 좌표계 2에 대하여 표시하고 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -a_3 \cos \theta_3 (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ a_2 \ddot{\theta}_2 - a_3 \sin \theta_3 (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ -{}^1P_{wx} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} = {}^2\ddot{P}_3 - {}^2\underline{\omega}_2 \times {}^2\dot{\underline{P}}_3 + \begin{bmatrix} a_3 \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 {}^3\omega_{3y} \\ -a_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 {}^3\omega_{3y} \\ -a_3 \dot{\theta}_3 {}^3\omega_{3z} - {}^1P_{wy} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

위의 식을 연립하여 풀면 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{{}^2\ddot{U}_{3x}}{{}^1P_{wx}} \quad (26)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{{}^2\ddot{U}_{3y} \cos \theta_3 - {}^2\ddot{U}_{3x} \sin \theta_3}{a_2 \cos \theta_3} \quad (27)$$

$$\ddot{\theta}_3 = -\frac{{}^2\ddot{U}_{3x} + a_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2}{a_3 \cos \theta_3} \quad (28)$$

### 4. 3절 링크 로봇 매니퓰레이터의 동역학적 해석

기구학적 해석으로 구한 조인트의 변위, 속도, 가속도로 각 조인트의 구동 토오크를 구하기 위하여

여 Newton-Euler방정식을 사용하였다.

각 링크의 운동에 필요한 링크 중심에서의 힘과 토오크를 구하기 위하여는 각 링크의 중심의 가속도와 각가속도를 알아야한다. 각 링크 중심의 가속도와 각가속도를 알기 위하여는 링크 1에서부터 링크  $n$ 까지 차례로 계산이 되어야 된다.

한 링크에서 다음 링크로의 각속도가 전파되어 가는 관계를 살펴보면 다음과 같다.

$${}^{i+1}\underline{\omega}_{i+1} = {}^i\underline{R} {}^i\underline{\omega}_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (29)$$

인접하는 링크의 각가속도의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\underline{\ddot{\omega}}_{i+1} &= {}^{i+1}\underline{R} {}_i\dot{\underline{\omega}}_i + {}^{i+1}\underline{R} {}^i\underline{\ddot{\omega}}_i \\ &\times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \end{aligned} \quad (30)$$

또한 좌표계 중심의 가속도와 링크 중심의 가속도를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\underline{\ddot{v}}_{i+1} &= {}^{i+1}\underline{R} [\dot{\underline{\omega}}_i \times {}^i\underline{P}_{i+1} + \underline{\omega}_i \\ &\times (\underline{\omega}_i \times {}^i\underline{P}_{i+1}) + \dot{\underline{v}}_i] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\underline{\ddot{v}}_{ci+1} &= {}^{i+1}\dot{\underline{\omega}}_{i+1} \times {}^{i+1}\underline{P}_{ci+1} + {}^{i+1}\underline{\omega}_{i+1} \\ &\times ({}^{i+1}\underline{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}\underline{P}_{ci+1}) + {}^{i+1}\dot{\underline{v}}_{i+1} \end{aligned} \quad (32)$$

위에서 구한 링크 중심에서의 가속도와 각가속도로 링크 중심에서의 힘과 토오크를 구하기 위하여 Newton과 Euler방정식을 이용한다.

$${}^{i+1}\underline{F}_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{\underline{v}}_{ci+1} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\underline{N}_{i+1} &= {}^{ci+1}\underline{I}_{i+1} {}^{i+1}\dot{\underline{\omega}}_{i+1} + {}^{i+1}\underline{\omega}_{i+1} \\ &\times {}^{ci+1}\underline{I}_{i+1} {}^{i+1}\underline{\omega}_{i+1} \end{aligned} \quad (34)$$

지정된 운동을 일으키기 위하여 각 링크 중심에 작용되어야 하는 힘과 토오크를 계산하였으므로 이번에는 링크  $n$ 에서부터 링크 1까지 각 링크 중심에 작용하는 힘과 토오크를 종합하여 각 조인트에 걸리는 토오크를 계산하여야 한다.

Fig. 4에서 힘과 모멘트의 평형을 생각하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\underline{F}_i = {}^i\underline{f}_i - {}^{i+1}\underline{R} {}^{i+1}\underline{f}_{i+1} \quad (35)$$

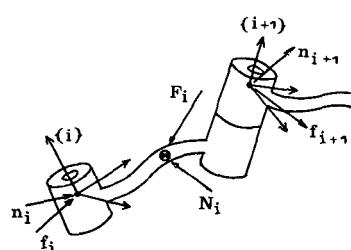


Fig. 4 The force balance, including inertia forces, for a single manipulator link

$$\begin{aligned} {}^i\underline{N}_i &= {}^i\underline{n}_i - {}^i\underline{n}_{i+1} + (-{}^i\underline{P}_{ci}) \times {}^i\underline{f}_i \\ &- ({}^i\underline{P}_{i+1} - {}^i\underline{P}_{ci}) \times {}^i\underline{f}_{i+1} \end{aligned} \quad (36)$$

위의 식을 관절부에 작용하는 힘과 토오크에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$${}^i\underline{f}_i = {}^{i+1}\underline{R} {}^{i+1}\underline{f}_{i+1} + {}^i\underline{F}_i \quad (37)$$

$$\begin{aligned} {}^i\underline{n}_i &= {}^i\underline{N}_i + {}^{i+1}\underline{R} {}^{i+1}\underline{n}_{i+1} + {}^i\underline{P}_{ci} \times {}^i\underline{F}_i \\ &+ {}^i\underline{P}_{i+1} \times {}^{i+1}\underline{R} {}^{i+1}\underline{f}_{i+1} \end{aligned} \quad (38)$$

위의 두 식의 과정을  $i=n$ 에서부터 1까지 반복하여 각 조인트에 걸리는 토오크를 구한 후에  $n$ 의 성분 중에서 구동에 관계되는 조인트 축방향의 성분만을 택하면 조인트의 구동 토오크가 된다.

$$\underline{t}_i = {}^i\underline{n}_i^T {}^i\underline{z}_i \quad (39)$$

## 5. 결과 및 고찰

3R 로봇의 운동을 주어진 두점 사이의 직선운동으로 하고 속도선도를 삼각형으로 하여 운동에 필요한 조인트의 구동 토오크를 구하고 최소자승법에 입각하여 설정한 목적함수를 최소화 하는 링크의 길이를 구하였다. 이때 각 링크의 단위길이 당의 질량을 1로 놓고 링크의 반경을 0.1로 일정하다고 가정하였다. 따라서 목적함수는 링크 길이만의 험수가 되도록 하였다.

그러나 설계변수를 세 링크의 길이( $a_1, a_2, a_3$ )로 하고 최적화 문제를 풀면 링크 1의 축방향 관성 모멘트가 매우 작으므로 길이가 짧아져서 0에 수렴하게 되거나 결정되지 않는다. 따라서 링크1의 길이

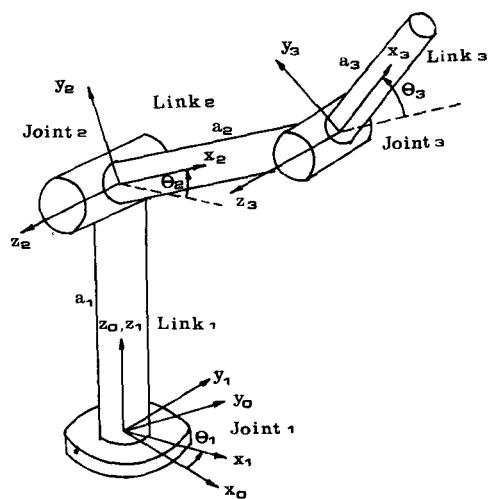


Fig. 5 Model of rotary manipulator for inverse dynamic problem

는 단위길이로 고정하고 나머지 두 링크의 길이 ( $a_2, a_3$ )를 최적화하여 이 비를 구하였다.

또한, 중력을 무시하였을 경우 주어진 경로가 XY 평면에 수직 방향으로 놓이게 되어 끝점이 Z 축에-링크 1축에-평행한 방향으로 운동하게 되면 최적화 결과는 주어진 경로 중에서 조인트 2에서

볼때 가장 면점에서는 링크 2와 링크 3이 거의 펴지고 가장 가까운 점에서는 링크 2와 링크 3이 거의 겹쳐진 형태가 된다. 이러한 결과는 경로가 주어지면 단순히 계산되어지는 결과이므로 운동방향은 XY 평면으로 제한하고 해석하였다. 중력을 고려하였을 경우에는 Z축에 평행한 운동을 하였을

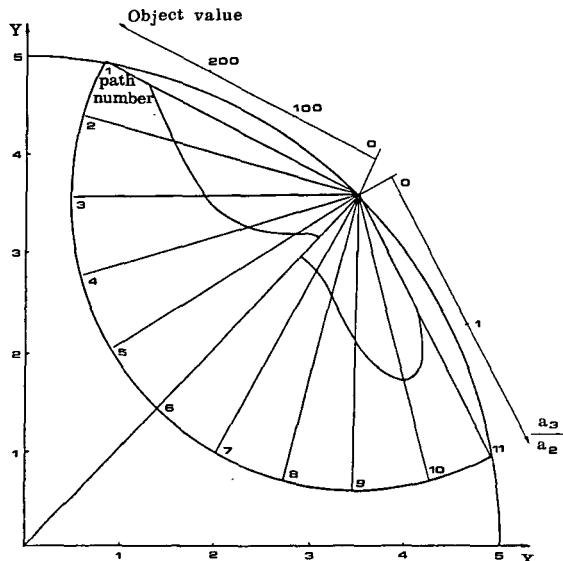


Fig. 6 Object value and link length ration ( $a_3/a_2$ ) at  $Z=1$

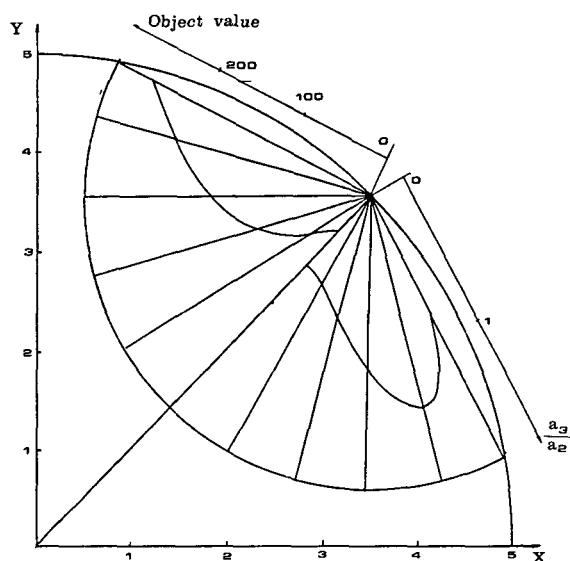


Fig. 7 Object value and link length ration ( $a_3/a_2$ ) at  $Z=0.5$

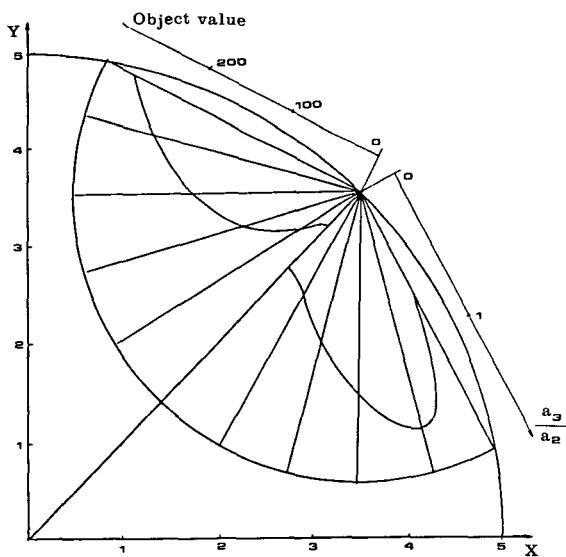


Fig. 8 Object value and link length ration ( $a_3/a_2$ ) at  $Z=1.5$

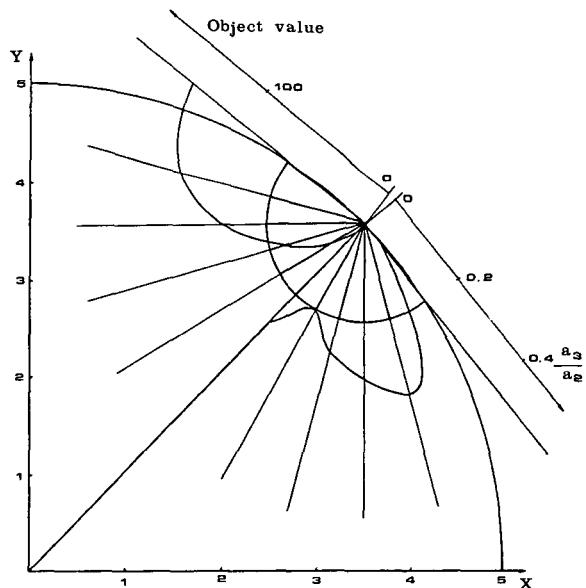


Fig. 9 Object value and link length ration ( $a_3/a_2$ ) at  $Z=1$

경우라도 링크 2와 링크 3사이의 비가 존재하였다.

링크 1에 수직인 평면에서 여러가지 경로를 주고 링크의 길이를 최적화 시켜보면 경로중에서 조인트 2와 가장 먼점에서 링크 2와 링크 3이 거의 펴진 형태가 최적이된다. 이때 링크 2와 링크 3의 길이의 합이 조인트 2에서 경로중 가장 먼점까지의 거리보다 약 2~3%정도 커진다. 이와 같은 결과는 두 링크가 완전히 펴진 위치가 특이점(singular point)이기 때문에 이 위치 근처에서 토오크가 급격히 큰 값을 나타내기 때문이다.

Fig. 6에서 Fig. 9까지는 중력을 무시하였을 경우

한 운동시작점에서 여러가지 경로를 주었을 때의 목적 함수의 값과 링크 길이의 비( $a_3/a_2$ )를 원통 좌표계로 나타낸 것이다. 운동 시작점과 Z축(원점)을 이었을 때 이 선에 대칭인 경로는 같은 목적 함수 값과 링크 길이의 비를 나타내므로 위쪽은 경로에 대응하는 목적함수 값을 나타내고 아래쪽은 링크 길이의 비를 나타낸다. 중력을 고려하였을 경우의 결과는 Table 1에서부터 Table 4까지 나타내었다. 이 표들에서의 path number는 Fig. 6에 나타내었다.

이 그림들과 표는 3R 형태의 로봇 매니퓰레이터

Table 1 Link ration( $a_3/a_2$ ) and objective function value with gravity

(path lenght=1.)

Z \ Path	1	2	3	4	5	6
0	$a_2/a_2$	0.479	0.619	0.742	0.827	0.875
	OBJ	28573.23	27378.44	26016.12	24893.20	24156.53
0.5	$a_3/a_2$	0.462	0.628	0.771	0.873	0.932
	OBJ	28351.52	27398.66	28217.92	25201.61	24520.16
1	$a_3/a_2$	0.439	0.633	0.798	0.919	0.991
	OBJ	28670.72	27950.83	26936.56	26012.81	25376.77
1.5	$a_3/a_2$	0.422	0.628	0.820	0.964	1.051
	OBJ	29550.68	29061.24	28203.73	27361.21	26762.05
2	$a_3/a_2$	0.421	0.604	0.834	1.000	1.103
	OBJ	31015.37	30753.15	30049.34	29279.49	28710.04

Table 2 Link ration( $a_3/a_2$ ) and abjective function value with gravity

(path lenght=2.)

Z \ Path	1	2	3	4	5	6
0	$a_3/a_2$	0.522	0.749	0.935	1.044	1.094
	OBJ	39567.56	35778.18	31454.39	27949.95	25703.79
0.5	$a_3/a_2$	0.516	0.785	1.010	1.152	1.218
	OBJ	39422.09	36164.48	32151.06	28773.99	26568.05
1	$a_3/a_2$	0.507	0.817	1.093	1.272	1.365
	OBJ	40039.01	37272.49	33512.08	30209.27	28006.54
1.5	$a_3/a_2$	0.487	0.847	1.178	1.405	1.528
	OBJ	41449.26	39150.47	35593.60	32315.18	30079.64
2	$a_3/a_2$	0.438	0.868	1.257	1.545	1.707
	OBJ	43674.08	41844.30	38449.94	35149.23	32846.02

의 설계 자료로 이용이 가능하다.

Fig. 6에서 Fig. 9까지와 표들을 살펴보면 목적함수의 값은 원주방향의 경로일 때가 반경향의 경로일 때 보다 크다.

B.Roth에 의하면<sup>(9)</sup> SCARA형태의 매니퓰레이터에서 조인트의 최대구동 토오크를 주고 운행시간을 최소화 하였을 경우 경로중에서 가장 먼곳에서 링

크가 펴지고 세번째 링크의 길이가 두번째 링크의 길이보다 길어진다고 하였다. 그러나 토오크의 관점에서 링크의 길이를 최적화 하였을 경우에는 경로중 가장 먼곳에서 링크 2와 링크 3이 펴지는 것은 동일한 결과를 나타내지만 링크 길이의 비는 주어진 경로에 의하여 결정된다. 원주방향과 반경방향의 운동에 대한 비교는 본 연구결과와 일치하고

Table 3 Link ration( $a_3/a_2$ ) and abjective function value with gravity (path lenght=3.)

Z	Path	1	2	3	4	5	6
0	$a_3/a_2$	0.450	0.793	1.025	1.113	1.106	1.090
	OBJ	49197.67	42121.82	33994.75	27608.78	23749.94	22498.06
0.5	$a_3/a_2$	0.433	0.838	1.128	1.254	1.261	1.244
	OBJ	48320.98	42776.99	35057.19	28727.04	24815.19	23533.17
1	$a_3/a_2$	0.422	0.882	1.248	1.425	1.449	1.433
	OBJ	48836.15	44300.14	36873.08	30490.46	26449.71	25110.51
1.5	$a_3/a_2$	0.393	0.923	1.373	1.622	1.674	1.663
	OBJ	50327.53	46756.24	39517.44	32975.21	28727.89	27303.42
2	$a_3/a_2$	0.374	0.959	1.510	1.846	1.940	1.936
	OBJ	52830.85	50208.53	43064.11	36256.46	31723.83	30185.30

Table 4 Link ration( $a_3/a_2$ ) and abjective function value with gravity (path lenght=1., 2., 3.)—XZ plane  
Case A : up, Case B : down

Path lenght	Path	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Path lenght	Case	$a_3/a_2$	OBJ	$a_3/a_2$	OBJ	$a_3/a_2$	OBJ	$a_3/a_2$	OBJ	$a_3/a_2$	OBJ	$a_3/a_2$	
1	A	$a_3/a_2$	0.022	0.046	1.229	1.823	2.097	2.132	1.962	1.643	1.221	0.046	0.022
		OBJ	12338	13107	15877	16241	16584	17033	17789	18626	19387	17678	17217
	B	$a_3/a_2$	0.021	0.044	1.930	2.565	2.804	2.733	2.436	2.003	1.475	0.044	0.021
		OBJ	11980	12783	16151	16472	16869	17524	18470	19603	20667	18225	17984
2	A	$a_3/a_2$	0.025	1.278	3.215	3.837	3.507	3.108	2.767	2.358	1.802	1.108	0.024
		OBJ	14288	19099	191444	18671	18699	19533	21290	23946	27138	29910	26679
	B	$a_3/a_2$	0.024	2.592	4.808	4.617	3.889	3.389	3.029	2.612	2.014	1.246	0.024
		OBJ	13322	18450	17980	17399	17582	18734	20974	24308	28355	31975	28898
3	A	$a_3/a_2$	0.026	1.239	5.003	3.550	2.613	2.296	2.275	2.172	1.814	1.131	0.025
		OBJ	14588	20185	19213	18183	18250	19134	21356	25513	31466	37693	37800
	B	$a_3/a_2$	0.024	3.954	5.876	3.579	2.603	2.302	2.286	2.232	1.896	1.188	0.026
		OBJ	13062	18522	17020	16207	16533	17658	20325	25235	32441	40176	39328

있다.

따라서 로봇을 설치할 때는 작업경로의 연장선상에 로봇의 베이스를 두는 것이 바람직하다.

## 6. 결 론

주어진 두점사이를 삼각형 속도선도로 직선운동을 할때 조인트의 구동 토오크를 구하여 최소자승법에 의한 목적함수를 최소화 하는 각 링크의 길이와 비를 구하는 작업을 하여서 다음과 같은 결론에도달하였다.

(1) 주어진 경로 중에서 조인트 2로부터 가장 먼곳에서 링크 2와 링크 3이 거의 평면형태가 최적이며, 경로에 따른 최적의 링크의 길이가 존재한다.

(2) 끝점이 링크 1축에 대하여 원주방향 또는 반경방향으로 움직일 때 보다 그중간의 경로를 이동하는 경우가  $(a_3/a_2)$ 의 값이 큼을 알 수 있다.

(3) 원주방향과 반경방향의 운동을 할때의 목적함수 값을 비교하면 반경방향의 운동을 할때의 목적함수의 값이 작음을 알 수 있다. 그러므로 운동을 반경방향으로 시키는 것이 효율적이다.

앞으로도 에너지, 시간등 여러가지 관점에서 링크의 길이를 최적화하는 연구가 더욱 필요하다. 또한 조인트 형상에 따른 최적설계에 대한 연구도 행하여 지길 바란다.

## 참 고 문 헌

- (1) John, J. Craig, 1986, "Introduction to Robotics",

Addison-Wesley Publishing Company,

(2) Richard, P. Paul, 1982, "Robot Manipulators", The MIT Press.

(3) P. G. Ranky, C. Y. Ho, 1985, "Robotics Modelling", IFS Ltd. UK Springer-Verlag.

(4) Kahn, M.E., and Roth, B., 1971, "The Near-Minimum Time Control of Open-Loop Articulated Kinematic Chain", Trans. of the ASME, J. of Dynamic System, Measurements, and Control, pp. 164~172.

(5) Vukobratovic, M., and Kircanski, M., 1982, "A Method for Optimal Synthesis of Manipulator Robot Trajectories", Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systhesis, Measurements, and Control, Vol. 104, pp. 188~193.

(6) Luh, J. Y. S., and Lin, C. S., 1981, "Optimum Path Pranning for Mechanical Manipulators", Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 102, pp. 142~151.

(7) Kim, Y.I., 1984, "A Study of the Optimal Motion Analysis of the Robot Manipulator with Three Links", Ms. D., Seoul National Univ.

(8) John, M. Hollerbach, Giddeon Sahar, 1983, "Wrist-Partitioned Inverse Kinematic Accelerations and Manipulator Dynamics", The Journal of Robotics Reserch, Vol. 2, No. 4, Winter.

(9) B. Roth, 1985, "Control and Mechanics of Simple Manipulator System", Robotics Reserch, The Second International Symposium

(10) James, N. Siddal, 1971, "Analytical Decision-Making in Engineering Design", Prentice-Hall

(11) Edward, J. Haug, Jasbir, S. Arora, 1979, "Applied Optimal Design", A Wiley-Interscience Publication