

〈論 文〉

진행축에 수직방향 압력구배를 받는 난류 평면제트의 수치적 연구

최 문 창* · 최 도 형**

(1988년 3월 28일 접수)

Numerical Study of a Turbulent Plane Jet under the Pressure Gradient in the Transverse Direction

M.C. Choi and D.H. Choi

Key Words : Turbulent Jet(난류제트), Pressure Gradient(압력구배), Navier-Stokes Equations (Navier-Stokes 방정식), $k-\varepsilon$ Turbulent Model($k-\varepsilon$ 난류모델)

Abstract

Two-dimensional turbulent plane jet which is under the pressure gradient in the transverse direction is studied numerically. Full Navier-Stokes equations are used to correctly account for the pressure variation in the transverse direction. Using the standard $k-\varepsilon$ turbulence model as a closure relationship, a time marching procedure gives the velocity field. The temperature fields are obtained for two different cases: (1) Hot jet is issued into the cold still air, and (2) Hot jet is issued into the surrounding across which exists a temperature difference. The velocity and temperature fields along with other flow and heat-transfer characterisitcs for two different pressure gradients are presented. A simple formula that relates the jet trajectory to the pressure gradient is also proposed. The mass flux in the longitudinal direction and the jet halfwidth seem insensitive to the pressure gradient. However, the pressure gradient increases the heat flux in the longitudinal direction as well as in the transverse direction.

1. 서 론

제트유동(free jet, wall jet 등)은 공학의 다양한 분야에 응용되고 있으며 이에 관한 연구도 일찍부터 활발히 수행되어 왔다. 2차원 또는 축대칭 자유 제의 경우 제트출구에서 멀리 떨어진 영역(self preserving region)의 연구는 광범위하게 진행되어 왔으며 상사속도를 포함한 제트유동특성 또한 오래

전부터 많이 알려져 있다^(1,2). 그러나 대부분의 공학응용에서는 제트출구에 가까운 영역에 관심의 대상이 되며 아직도 연구가 필요한 부분이 많이 남아 있다고 하겠다.

본 연구에서는 수치계산을 통해 진행하는 방향에 수직으로 일정한 압력구배를 받는 2차원 난류 자유 제트의 발달을 고려해 보고자 한다. 속도장을 구한 후에는 제트의 온도가 주위온도 보다 높을 경우와 또 제트를 사이에 둔 양쪽 유체에 온도차가 있을 때의 열화산 특성도 함께 알아보려는 것이다. 수직 방향으로 압력구배가 있는 유동장은 최근 활발히 연구가 진행되는 분야인 제트축에 수직방향으로 주

*한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

위유동이 있는 경우와 흡사하며 제트를 통한 열화산현상은 air curtain등 실제 응용도가 큼에도 불구하고 문헌에 보고된 것이 별로 없는 것으로 보여진다.

온도분포를 구하기에 앞서 먼저 속도분포를 구해야 되는데 주 유동방향에 수직방향으로 압력의 변화가 있으므로 일반적으로 사용되는 경계층근사는 적용할 수 없다. 따라서 원시변수로 표시된 완전 Navier-Stokes 방정식이 본 연구에 사용되었으며 비 정상형의 방정식을 엇물림격자계(staggered grid system)에서 시간방향으로 진행하며 해를 구하였다.

자유제트이기 때문에 벽에 의한 감쇠(damping)가 없어 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였으며 수직방향으로 압력구배가 없는 경우와 있는 두 경우에 대해 해석을 하여 각각의 경우에 에너지방정식을 풀어 온도장과 열전달현상을 조사하였다. 특히 압력구배가 없는 경우는 계산방법을 겸종하는데도 중요하며 이 결과를 기존의 실험결과 및 이론적인 상사속도분포와 비교하여 잘 맞아 계산과정에 틀림이 없음을 보일 수 있었다. 압력구배가 있는 경우 제트가 압력이 낮은 쪽으로 진행하는 까닭에 수직방향으로 더 넓은 계산영역이 필요하게 된다. 따라서 속도장의 계산영역은 압력구배가 있을 때와 없을 때를 달리 취하였고 온도장의 계산은 제트가 발달하는 초기영역에 국한하여 압력구배가 없는 경우와 있는 경우에 같은 계산영역을 사용해 바로 비교가 가능하게 하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서 해석하려고하는 유동장에서와 같이 제트축에 수직방향으로 압력의 변화가 있을 경우, 경계층 근사가 불가능하게 되고 따라서 x -방향운동량 방정식과 함께 y -방향 방정식도 풀어야 된다. Reynolds 평균을 취한 Navier-Stokes방정식을 tensor식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ &+ \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) \\ i, j &= 1, 2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 U_i 와 u_i 는 각각 i 방향의 평균속도와 교란속도 성분을 표시하며 t 는 시간 또 p 는 압력을 나

타내고 Reynolds응력 $-\overline{u_i u_j}$ 는 $k-\epsilon$ 모델을 사용할 경우, isotropic와 점성계수 ν_t 로 다음과 같이 표기된다.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2)$$

연속방정식, 그리고 $k-\epsilon$ 모델방정식과 함께 식 (1)과 (2)는 유동장을 기술하는 지배방정식이 되며 x -와 y -방향으로 풀어쓰면 아래의 식들로 기술된다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} \quad (4)$$

$$+ 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_e \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_e \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial y} \quad (5)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_e \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_e \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(Uk)}{\partial y} + \frac{\partial(Vk)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + G - \epsilon \quad (6)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial(U\epsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(V\epsilon)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_\epsilon \frac{\epsilon}{k} G - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

여기서, U , V 와 u , v 는 각각 평균속도와 교란속도이며 ν_e 는 ν 와 ν_t 의 합인 유효동점성계수(effective kinematic viscosity)를 나타낸다.

$$G = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (8)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

이며 표준 $k-\epsilon$ 난류모델에서 계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad C_{\epsilon_1} = 1.44, \\ C_{\epsilon_2} &= 1.92 \end{aligned} \quad (10)$$

한편 온도장을 지배하는 에너지 방정식은, 난류유동의 경우, 아래의 식으로 된다.

$$\begin{aligned} U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \overline{u T'} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \overline{v T'} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

윗식에서 T 와 T' 은 각각 평균온도 및 교란온도성분이며 $\lambda = k/\rho C_p$ 이고 난류항 $\overline{u T'}$ 와 $\overline{v T'}$ 는 앞의

isotropic 와 점성계수 ν_t 로 표시가 된다⁽³⁾.

$$-\bar{u}T' = \lambda_t \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\nu_t}{\sigma_h} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (12)$$

$$-\bar{v}T' = \lambda_t \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\nu_t}{\sigma_h} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (13)$$

여기서 σ_h 는 난류 프란틀수를 나타내며 모든 계산에서 0.9의 값을 주었다.

3. 수치해법

3.1 계산과정

앞 절에서 기술한 지배방정식 (3)~(7)과 (11)은 타원형으로 전 계산영역에서 동시에 해를 구해야 된다. 다만 본 연구에서와 같이 부력의 영향이 작을 경우에는 이들식 중 속도장을 기술하는 (3)~(7)식과 온도장을 나타내는 (11)식이 서로 독립이되어 먼저 속도장을 구하고 이를 이용해 그후에 (11)식을 풀게 된다.

먼저 속도장은 비정상 지배방정식을 시간방향으로 진행해가며 해의 변화가 더 없을 때 까지 풀어 정상상태의 해로 하였다. 수치해법은 엇물림 격자계(staggered grid system, Fig. 1참조)를 사용하는 explicit MAC (Marker and Cell) 방법⁽⁴⁾인데 압력보정등 기본골격은 Shimizu와 Wada⁽⁵⁾가 총류제트의 vortex 생성과정을 연구하는데 사용한 방법을 따랐으며 지배방정식은 hybrid방법으로 차분화하였다.

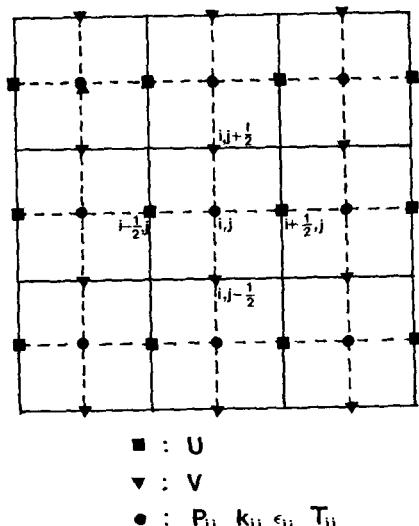


Fig. 1 Control volume and staggered grid system

즉 격자 Reynolds수, U_{Ax}/ν_t 의 절대값이 2보다 크면 upwind 차분법을 2보다 작으면 중앙차분법을 사용하였다.

속도장 U , V 와 와 점성계수 ν_t 가 결정되면 정상상태의 에너지방정식(11)은 온도에 관한 선형미분방정식이 되어 쉽게 해를 구할 수 있는데 본 계산에서는 SLOR(Successive Line Over-Relaxation)방법이 사용되었다. 이 때 relaxation 계수는 0.4~0.5로 주었으며 sweep은 상류경계에서 하류경계로 진행해가며 수행하였다.

속도장과 온도장을 구하는 계산과정은 다음과 같다.

- (1) 새로운 시간 $t + \delta t$ 에서 평균속도 U , V 를 운동량방정식 (4), (5)로부터 구한다.
- (2) 압력과 속도성분을, (i, j) 점에서 연속방정식의 $|D_{ij}|(\nabla \cdot \vec{V}$ 의 차분식)가 주어진 수렴오차보다 작아질 때까지, 반복 보정하여준다.
- (3) 난류운동에너지와 소산방정식 (6)과 (7)로부터 k , ϵ 과 ν_t 를 구한다.
- (4) 정상상태에 도달할 때까지 (1)~(3) 과정을 반복한다.
- (5) 온도분포를 에너지방정식 (11)로부터 구한다.

3.2 경계조건

계산은 Fig. 2에 표시된 것과 같이 제트출구로부터 출구에서 멀리 떨어진 경계까지의 영역에서 수행하였다. 방정식이 타원형인 까닭에 지방방정식을 풀기 위해서는 모든 경계에서 경계조건이 필요하게 되는데 본 계산에 사용된 경계조건들은 다음과 같다.

• 제트출구 (AA')

유동장을 지배하는 가장 중요한 조건이 되지만

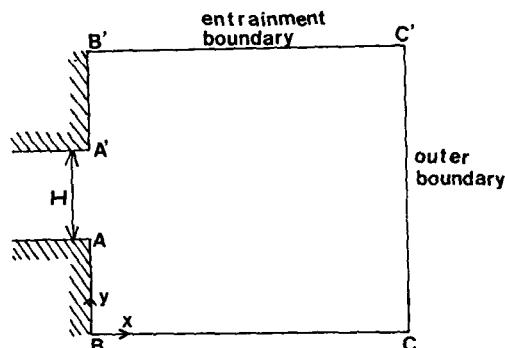


Fig. 2 Schematic of the flow boundaries

특정유동장을 예측하는것이 목적이 아닐 경우는 임의로 주어도 무방할 것이다. 본 계산에서는 Hussain과 Clark⁽⁶⁾의 2차원 난류제트 실험의 출구값으로 속도와 난류운동에너지(k) 분포를 주었는데 이는 완전히 발달된 관유동(channel flow)의 조건과 같다. 또 ϵ 분포는 Leschziner와 Rodi⁽⁷⁾가 사용한 관계식, $\epsilon = k^{3/2}/0.28H$ 으로 주었고 온도분포는 균일하다고 가정하였다.

• 벽면($AB, A'B'$)

점착조건을 만족해야 되므로 속도와 k 는 0이 된다. ϵ 은 대수속도분포의 가정으로 부터 벽에서 한 간 멀어진 격자에서 $\epsilon = C_{\mu}^{3/4}k/k\delta_x$ 로 주었는데⁽⁷⁾ 이 때 k 는 계산된 값이 사용되며 k 는 Karman상수(0.418)이고 δ_x 는 벽에서 ϵ 이 주어지는 격자까지의 거리이다.

또 온도조건은 벽변을 통한 열전달이 없다고 가정하였다($\frac{\partial T}{\partial x} = 0$).

• 유입경계($BC, B'C'$)

$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ 을 주었고 U 에 관한 조건은 연속방정식으로부터 구하였다. k 와 ϵ 은 모두 y 방향 미분($\frac{\partial}{\partial y}$)이 0인 Neumann조건을 주었으며 압력구배가 있을 경우는 압력 및 온도를 BC 와 $B'C'$ 을 따라 각각 다른 균일치를 주었다.

• 하류경계(CC')

압력구배가 없을 경우에는 $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ 으로 하고 V 에 관한 조건은 연속방정식으로부터 구하였다.

압력구배가 있을 경우에 제트의 진행경로는 x 축을 따르지 않고 진행과 더불어 x 축과 점차 콘각을 이루게 되어 위의 경계조건은 부적합하게 된다. 따라서 이 경우에는 $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ 만 위와같이 두고 그외의 모든 변수 U, k, ϵ 는 T 는 제트의 진행방향(ξ)에 관한 1차미분을 0($\frac{\partial}{\partial \xi} = 0$)이라 주었고 V 는 연속방정식으로부터 구하였다. 이때 ξ 방향은 계산전에 미리 알 수 없어 먼저 x -방향의 Neumann조건으로 해를 구해 그때 제트의 진행방향에 따라 경계조건을 수정하여 재계산하였다. 엄밀한 의미에서는 $\frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$ 보다 $\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = 0$ 이 더 적합하겠지만 계산을

간단히 하기위해서 또 유동이 거의 포물형 성질을 가져 하류의 경계조건이 상류에 크게 영향을 미치지 않으리라 생각되어 더 이상의 수정은 하지 않았다.

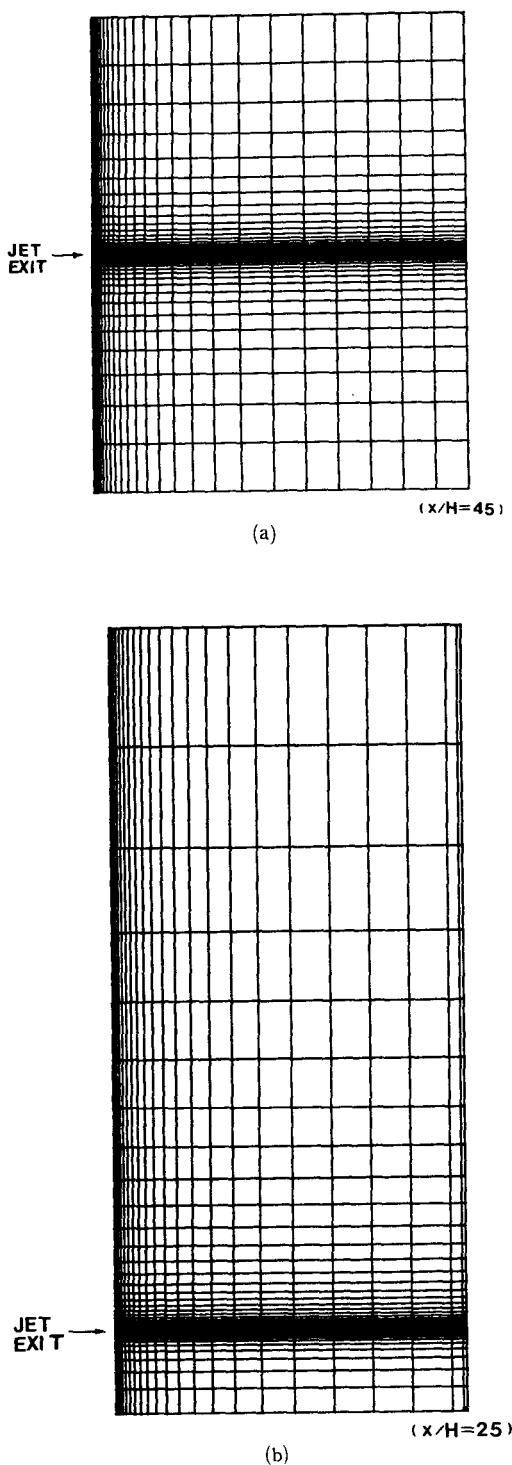
4. 결과 및 고찰

본 연구에서 다른 제트유동은 x 축을 중심으로 대칭이 되는 경우(SY)와 축에 수직방향으로 압력구배가 있어 비대칭이 되는 경우인데 압력구배가 있을 때는 편의상 압력을 제트 출구의 운동량으로 무차원시켜 ($\frac{P}{\rho U_e^2}$: 점차 e 는 제트출구를 뜻함) 위, 아래경계에 압력차가 0.05(AS1)와 0.1(AS2)이 되는 두 경우로 하였다.

대칭인 경우, 계산영역은 축방향으로 45H 또 이에 수직방향으로 50H를 (24×54)격자계로 계산을 하였고 비대칭인 경우는 25H, 170H에 (20×45) 격자계를 사용하였다(Fig. 3). 대칭인 경우에 비해 비대칭인 경우에 x -방향 계산영역을 작게하고 또 수직방향으로는 영역을 크게 취한 이유는 압력구배로 인해 제트의 진행방향이 변하기 때문이다.

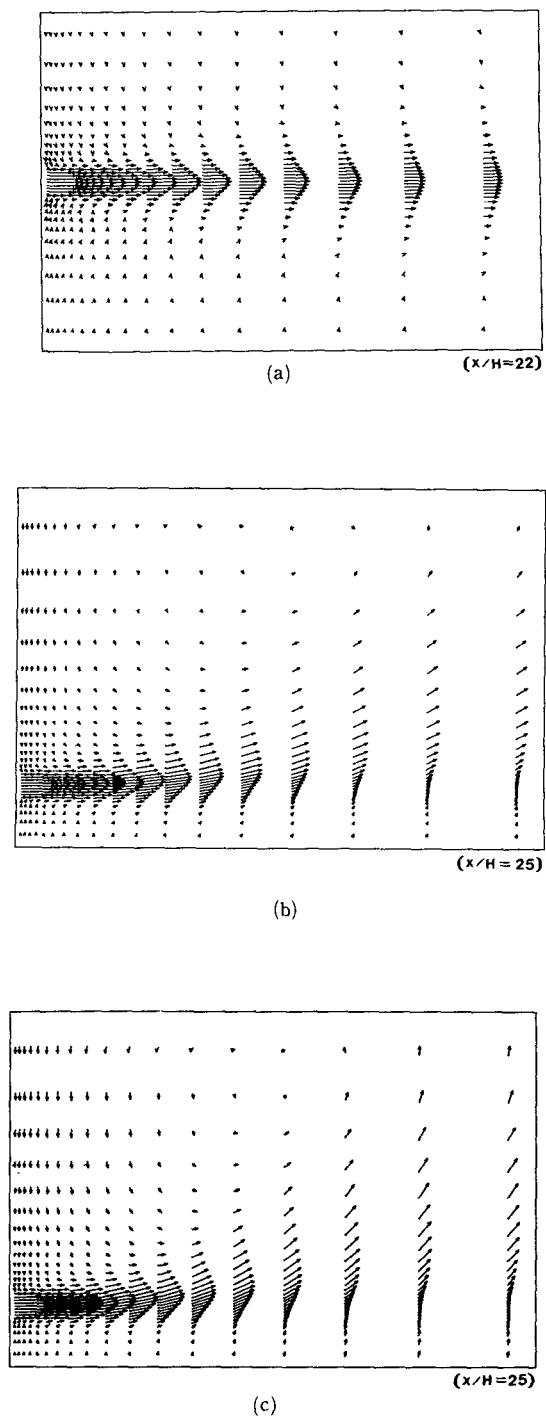
모든 경우에 대해 속도벡터와 등온선을 Fig. 4와 5에 표시하였다. 이때 제트의 온도는 1, 주위유체온도는 0으로 하였다. 유동이 대칭인 경우에는 참고문헌(6, 8~10)의 실험 및 계산결과와 비교하였는데 Fig. 6은 제트중심선상의 속도와 온도의 감쇠를 나타내며 Fig. 7은 역시 중심선을 따른 난류에너지분포를 보이고 있다. 모두 실험치와 비교적 잘 일치해 계산이 믿을만함을 보여주고 있는데 중심선을 따른 온도분포의 경우 Sini 등⁽¹⁰⁾의 계산이 더 실험치에 가까운 이유는 난류 프란틀수 Pr_f 를 실험치에 잘 맞추려고 0.4로 조정하였기 때문이라 생각된다.

Fig. 8에는 제트의 반폭(half-width)을 비교하였다. 여기서는 대칭인 경우에는 실험결과를 함께 도시하였다. 압력구배가 있는 경우, 제트의 반폭은 제트의 중심선($q^2 = U^2 + V^2$ 이 최대가 되는 점들의 궤적)을 먼저 구한 후 이에 수직선상에서 $q = \frac{1}{2}a_e$ 되는 점까지 정의 하였으며 온도의 경우 또한 같은 방법으로 구한 것이다. 제트의 경로와 또 수직선등에 불확정성이 상대적으로 크며 2차원 보간이 필요해 반폭의 계산값은 비대칭인 경우가 대칭인 경우보다 다소 덜 정확할 것으로 믿어진다. 제트의 폭



(a) Symmetric case
(b) Asymmetric case

Fig. 3 Grid system



(a) Symmetric case(SY)
(b) Asymmetric case(ASI)
(c) Asymmetric case(AS2)

Fig. 4 Velocity fields for various pressure gradients

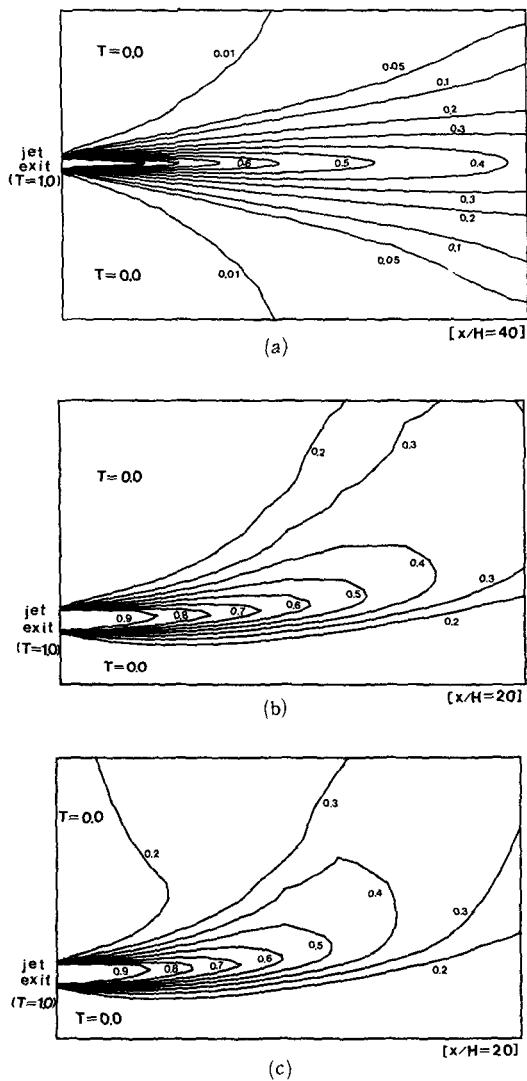


Fig. 5 Temperature fields for various pressure gradients

(속도와 온도)이 압력구배에 관계없이 거의 일정한 값을 갖는 것이 특기할만한 현상이라고 할 수 있으며 이 사실은 후에 제트의 경로를 근사적으로 구하는데 다시 사용된다.

Fig. 9에는 x -방향으로의 유량을 표시하였는데 이는 제트에 의해 주위유체가 제트류로 유입되고 있는 것을 보여준다고 하겠다. 여기서도 위의 제트 폭의 경우와 같이 압력구배에 관계없이 x -방향 유량이 일정함을 볼 수 있다. 위의 결과로부터 압력

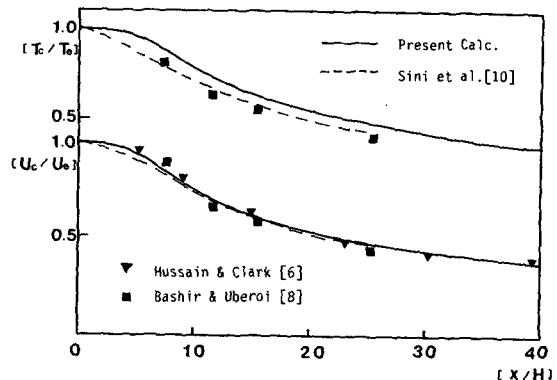


Fig. 6 Velocity and temperature distributions along the jet center line for the symmetric case

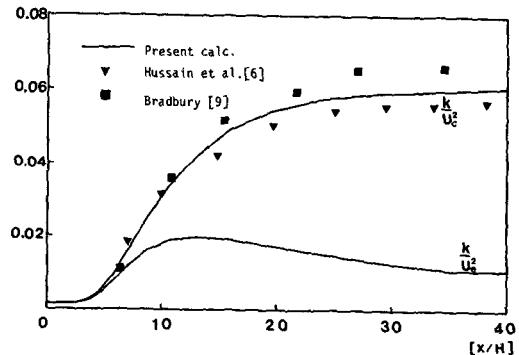


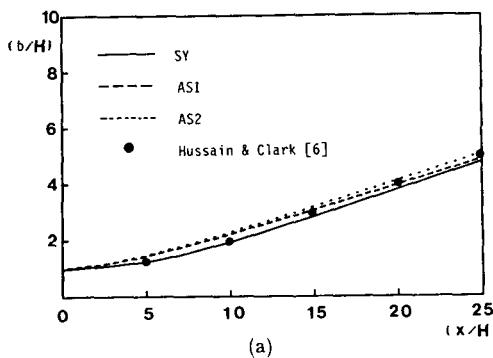
Fig. 7 Turbulent kinetic energy distribution along the jet center line for the symmetric case.

구배는 제트의 폭과 제트로 유입되는 유량에 별 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

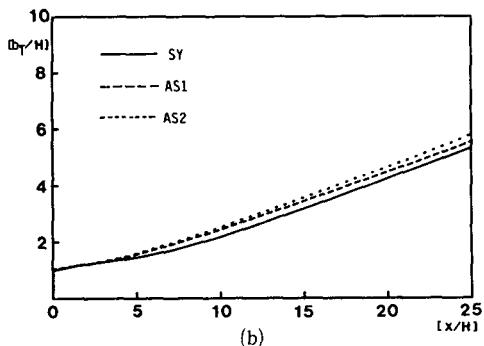
Fig. 10은 제트의 진행방향을 표시하는데 압력구배에 따라 굽어지는 정도를 보여주고 있다. 이제 이 제트의 경로를 간단히 x -와 y -방향의 운동량을 고려해 세운 근사적 수식으로 표현해 보려고 한다. 제트의 진행방향은 제트가 처음부터 갖고 있는 x -방향 운동량과 제트폭에 압력구배에 의해 y -방향으로 작용되는 힘에 의해 결정된다고 단순화해 생각할 수 있겠다. 즉 제트의 진행방향이 x -축과 이루는 각 θ 는 다음과 같이 놓을 수 있을 것이다.

$$\tan \theta = \frac{CW'}{M_x} \quad (15)$$

윗 식에서 C 는 압력구배를 나타내는 상수인데 ΔP 를 계산영역의 폭으로 나눈 값을 가지며 W' 는 x 축에 수직방향으로 제트의 단면 $[(q/q_c)^2 > 0.01]$ 이



(a)



(b)

(a) Velocity half-width

(b) Temperature half-width

Fig. 8 Growth of the jet for various pressure gradients

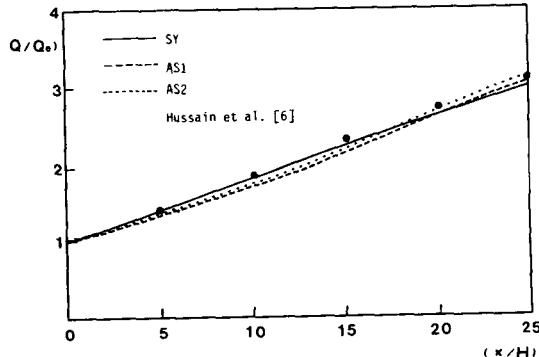
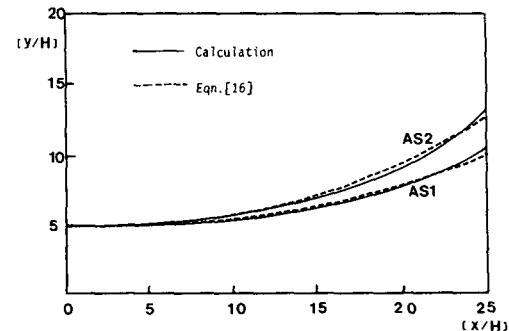
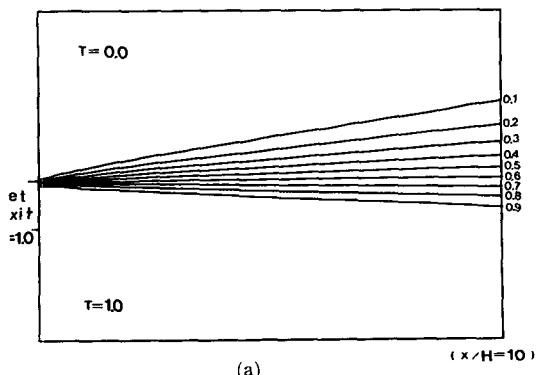
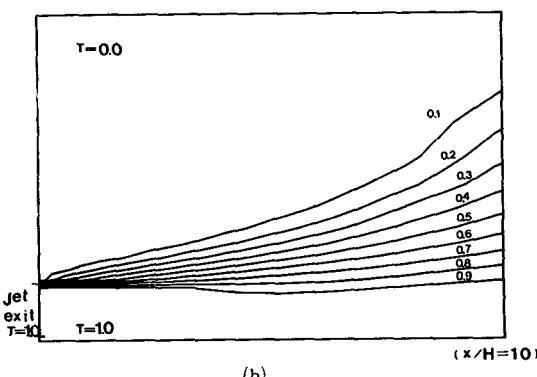
Fig. 9 Mass flux in the x direction

Fig. 10 Jet center line trajectories



(a)



(a) SY

(b) AS1

Fig. 11 Temperature distributions: Hot jet separates the hot and cold regions

고 M_x 는 제트의 x -방향운동량으로 역시 상수값을 갖게된다. 그러나 윗식은 W'_J 를 알아야, 즉 해를 먼저 구한 후에야 사용할 수 있어 별로 실용적으로 볼 수 없다. 위의 W'_J 를 실제 제트의 폭 W_J (진행 축에 수직방향)로 대체하면 $W_J \approx W'_J \cos \theta$ 의 관계

가 있는데 W_J 는 앞의 결과(Fig. 8)에서 압력구배에 무관하게 일정한 값을 가져 결국 θ 는 대칭제트의 폭으로 표시가 가능하게된다.

$$\sin \theta = \frac{CW_J}{M_x} \quad (16)$$

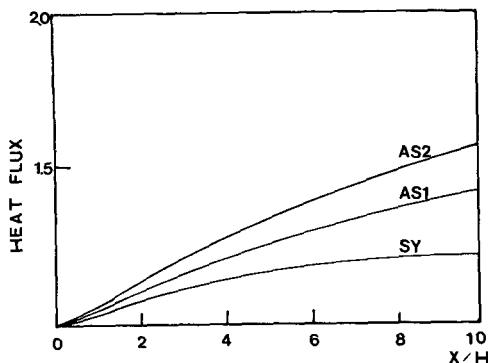


Fig. 12 Heat flux in the x direction for various pressure gradients.

다시 말하면 윗식에 의해 대칭축에 관한 유동해로부터 압력구배가 있는 제트의 진행방향을 근사적으로 얻을 수 있는 것이다. Fig. 10에 식 (16) 결과를 점선으로 표시하였는데 수치해에서의 제트경로와 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

그 다음에는 뜨거운 제트($T=1$)가 제트축을 중심으로 위 아래의 온도가 다른 유체로 분출되는 경우를 다루었다. 대칭인 경우와의 비교가 뜻이 있게 하기 위해 계산영역을 크게 축소하여 ($11H \times 10H$)로 하고 윗경계($y/H = -5$)에 $T=1$ 을 주어 계산하였다. Fig. 11에 나타낸 등온선은 제트가 확산되는 모양을 잘 보여주고 있는데 압력구배가 있는 경우와 없는 경우의 차이가 현저하여 압력구배가 열확산에 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 또 Fig. 12에는 x -방향의 열유속(heat flux = $\int U T dy$)을 제트 출구의 값으로 표준화하여 도시하였는데 압력구배가 증가함에 따라 열유속이 커져, 앞에서 압력구배에 관계없이 유량이 일정하다는 사실에 비해 대조적인 현상이라고 하겠다.

5. 결 론

축에 수직방향으로 압력구배를 받는 2차원 난류 제트의 속도 및 온도분포를 MAC 방법을 써 수치적으로 해석하였다. 대칭제트의 경우 계산에 기존 실험결과와 비교하여 충분히 정확하다고 할 수 있으며 이로 미루어 압력구배가 있는 경우의 결과도 정확할 것으로 사료된다. 운동량 및 열의 확산률(제트의 폭), 그리고 주위로부터 제트로 유입되는

유량은 압력구배에 관계없이 일정함이 관찰되었고 x -축 방향으로의 열흐름은 압력구배의 증가와 함께 커짐을 볼 수 있었다. 또 운동량의 관계로부터 얻은 간단한 식 (16)으로부터 제트의 진행 경로도 근사적으로 얻을 수 있었다.

단 위의 결과는 제트의 진행이 주로 x -방향이고 또 하류경계를 통하는 압력 구배 영역에서 맞는 것이며 압력구배가 더 커져 제트의 진행방향이 90° 가까이 바뀌게 되는 경우에는 하류 및 윗면의 경계 조건을 수정한 새로운 계산이 필요하게 될 것이다.

참 고 문 헌

- (1) Rajaratnam, N., 1976, "Turbulent Jets", Elsevier Scientific Publishing Co.
- (2) Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory", 7th ed., Ch. 24, McGraw-Hill Book Co.
- (3) Jones, W.P. and Launder, B.E., 1973, "The Calculation of Low-Reynolds-Number Phenomena with a Two-Equation Model of Turbulence", Int. J. of Heat & Mass Transfer, Vol. 16, pp. 1119~1130.
- (4) Peyret, R. and Taylor, T.D., 1983, "Computational Methods for Fluid Flow", Springer-Verlag, pp. 159-171.
- (5) Schmitz, A. and Wada, T., 1985, "A Numerical Analysis of Vortex Growth in a Two-Dimensional Jets", Computers & fluids, Vol. 13, No. 1, pp. 83~97.
- (6) Hussain, A.K.M. and Clark, A.R., 1977, "Upstream Influence on the Near Field of a Plane Turbulent Jet", Physics of Fluid, Vol. 20, pp. 1416~1426.
- (7) Leschziner, M.A. and Rodi, W., 1981, "Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence-Model Variations", J. of Fluids Eng., Vol. 103, June, pp. 352~360.
- (8) Bashir, J. and Uberoi, M.S., 1975, "Experiment on Turbulent Structure and Heat Transfer in a Two Dimensional Jet", Physics of Fluid, Vol. 18, pp. 405~410.
- (9) Bradbury, L.J.S., 1965, "The Structure of a Self-Preserving Turbulent Plane Jet", J. of Fluid Mech., Vol. 23, Part 1, pp. 31~64.
- (10) Sini, J.F. and Dekeyser, I., "Numerical Prediction of Turbulent Plane Jets and Forced Plumes by Use of the k-Model of Turbulence", Int. J. of Heat & Mass Transfer, Vol. 30, No. 9, pp. 1787~1801.