

<論 文>

180°曲管을 갖는 正四角 斷面덕트에서의 亂流流動 解析

B.E. Launder* · 金明虎** · 文 燦*** · 崔英惇****

(1988年 3月 4日 接受)

Analysis of Turbulent Flow in a Square Duct with a 180° Bend

B.E. Launder, Myung Ho Kim, Chan Moon and Young Don Choi

Key Words : Turbulent Flow(亂流流動), 180° Bend(180°曲管), Algebraic Stress Model(代數應力모델), Semi-Elliptic Procedure(準橢圓形解法)

Abstract

The paper describes the incorporation of an algebraic stress model(ASM) of turbulence into a semi-elliptic solution procedure for the prediction of turbulent flow in passage around a 180° square sectioned bend. The numerical results are obtained from a finite-volume discretization with applications of QUICK scheme and full fine grid system without PSL approximation. Results show that the better agreements in velocity profiles with experimental data than those from k, ϵ equation model with wall function and PSL are obtained. Predictions of Reynolds stresses also show good agreements with the experimental data.

記 號 說 明

C_1 : 모델常數	f, f_1, f_2, f_3, f_4 : 壁面函數
C_2 : 모델常數	k : 亂流運動에너지
C_1' : 모델常數	l : 亂流길이尺度
C_2' : 모델常數	l_m : 混合距離
C_ϵ : 모델常數	n : 壁에 垂直한 單位벡터
C_k : 모델常數	\bar{p} : 局部平均壓力
$C_{\epsilon 1}$: 모델常數	P_{ij} : 레이놀즈應力 生成率텐서
$C_{\epsilon 2}$: 모델常數	P_k : 亂流運動에너지 生成率
C_μ : 모델常數	P_R : 基準壓力
$C()$: 對流項	\bar{P}_k : 殘留亂流에너지 生成率
$D()$: 擴散項	P_{EKM} : 渦粘性係數모델로 계산한 P_k 의 近似值
D : 正四角덕트의 한 邊의 길이	P_k' : 修正亂流에너지 生成率
D_H : 水力直徑	R_c : 덕트의 平均曲率半徑
	r_c : θ 座標의 局部曲率半徑
	R_e : 레이놀즈數
	r : 半徑方向 座標
	$R()$: 亂流應力에 의한 擴散項
	$S_c(), S_D(), S_P(), S_R()$: 源泉項
	\bar{U} : x 方向 局部平均速度

* University of Manchester Institute of Science and Technology

** 高麗大學校 大學院

*** 順天大學 機械工學科

**** 正會員, 高麗大學校 工科大学 機械工學科

u	: x 方向 搖動速度
U_τ	: 摩擦速度
$\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈 應力텐서
$\overline{u_i \overline{u_j}}$: 殘留레이놀즈 應力텐서
\overline{V}	: y, r 方向 局部平均速度
v	: y, r 方向 搖動速度
\overline{W}	: z, θ 方向 局部平均速度
w	: z, θ 方向 搖動速度
W_B	: 덕트의 混合平均速度
x, X	: 側壁에 垂直한 方向의 座標
X_m	: x 의 最大값
x_q	: 壁에서 垂直한 距離
y, Y	: 內壁에 垂直한 方向의 座標
Y_m	: y 의 最大값
Z	: 流線方向 座標

그리스文字

δ_{ij}	: Kronecker delta
ϵ	: 亂流運動에너지의 等方性消滅率
ϵ'	: 修正亂流運動에너지 消滅率
θ	: 流線方向 座標, 回轉角度
κ	: von Karman의 常數
ν	: 動粘性係數
$\tilde{\nu}_{ij}$: 模擬渦粘性係數텐서
ρ	: 流體의 密度
σ_k	: 모델常數
σ_ϵ	: 모델常數
μ	: 粘性係數
Ψ	: 一般從屬變數
ϕ	: 一般從屬變數의 搖動值
ϕ_{ij}	: 壓力變形率 텐서
$\phi_{ij(1)}$: ϕ_{ij} 項 중 搖動量들을 포함하는 部分
$\phi_{ij(2)}$: ϕ_{ij} 項 중 平均變形率量들을 포함하는 部分
$\phi'_{ij(1)}$: $\phi_{ij(1)}$ 의 壁面修正項
$\phi'_{ij(2)}$: $\phi_{ij(2)}$ 의 壁面修正項

下添字

i, j : 座標係 方向을 나타내는 index

上添字

— : 時間平均

1. 序 論

요즈음 180°曲管에서의 亂流流動의 數值解析에 관한 研究가 많이 進行되고 있다. 왜냐하면 이 流動은 강력한 2次元流動이 發生하는 3次元流動이며 과히 어렵지 않게 數值解析模型을 만들 수 있어서 지금까지 發展되어온 亂流모델이 3次元流動의 解析에 適用 可能한가를 시험해줄 수 있을 뿐아니라 이 流動의 解析法은 熱交換器, 가스터어빈, 壓縮機 등의 熱流體機械 內部的 流動을 解析하는데 쉽게 應用될 수 있기 때문이다⁽¹⁾.

Iacovides와 Launder⁽²⁾는 圓形 斷面の 180°曲管에서의 亂流流動을 $k-\epsilon$ 方程式모델과 準橢圓形解法, PSL格子法을 이용하여 解析한 結果 Azzla와 Humphrey⁽³⁾, Seban과 Mclaughlin⁽⁴⁾의 實驗結果와 잘 일치하는 結果를 얻었다. 그러나 이들은 다시 이 流動의 解析에서의 亂流모델을 代數應力모델 (Algebraic Stress Model, ASM)로 바꾼 結果^(5,6) $k-\epsilon$ 方程式모델을 사용한 경우보다 實驗值^(3,4,7)와 더 잘 일치하는 結果를 얻을 수 있었다.

正4角斷面の 180°曲管에서의 亂流流動의 數值解析에 관한 연구는 Johnson⁽⁸⁾에 의해서 행해진바 있는데 그는 $k-c$ 方程式모델과 壁面函數를 사용하여 解析한 結果를 Chang등⁽⁹⁾의 實驗結果와 比較하였는데 定性的으로 일치하지만 定量的으로는 큰 差異를 보였다. 이와 같은 差異를 내게된 原因으로 주목된 것은

(1) 格子가 너무 큰 것과 壁面函數에 不正確性

(2) 복잡한 3次元 流動의 解析에서 $k-\epsilon$ 方程式모델의 不正確性
이었다.

이와 같은 問題를 해결하기 위해서 崔와 Launder⁽¹⁰⁾는 壁面附近을 微細格子로 자르고 電算時間과 電算機의 기억용량을 減縮하기 위해서 微細格子區域에서 壓力方程式을 풀지 않는 PSL解析으로 流動을 解析하여 Johnson의 解析結果보다 좀 더 좋은 結果를 얻을 수 있었다. 그러나 崔와 Launder의 解析結果도 아직 定量的으로는 實驗結果와 큰 차이를 보이고 있다.

그 原因으로 생각되는 것은 PSL解法은 境界層流動이나 圓形斷面の 曲管流動에서와 같이 微細格子區域 內에서 速度의 方向 變化가 작은 流動에서는 壓力 分布의 가정이 正確하여 壓力分布의 가정이

解의 正確性에 영향을 미치지 않으나 4角斷面의 曲管流動에서와 같이 모서리가 있는 管路流動에서는 모서리에서의 微細格子區域에서 速度의 方向 變化가 크기때문에 이 부분의 壓力分布를 正確히 가정할 수 없으며 이것이 解의 正確性에 큰 영향을 미치게 된다. 崔와 Launder의 解析에서의 또 하나의 問題點은 이 解析에서 사용한 $k-\epsilon$ 方程式모델이 복잡한 亂流流動에서는 亂流特性的 變化를 正確히 묘사하지 못하는 것이다.

따라서 本 研究에서는 이러한 問題點을 해결하기 위해서 微細格子區域에서 速度에 관한 모든 運送方程式(transport equation)과 壓力方程式을 푸는 完全微細格子法을 채택하였고 거친 格子區域에서는 k,ϵ 方程式모델과 Boussinesq의 亂流모델로 渦粘性係數를 구하는 방법 대신 레이놀즈應力을 代數式으로 직접구하는 代數應力모델(algebraic stress model, ASM)을 사용하여 解析하였다.

2. 理論解析

2.1 基本方程式

本 解析에서 解析하고자 하는 流動은 Fig. 1에 나타내진 바와 같은 180°曲管을 갖는 正四角斷面의 덕트流動이다. Fig. 1에는 直交座標係와 圓筒座標係의 2개의 座標係가 표시되어 있다. 이와 같이 2개의 座標係를 표시한 것은 本 解析에서는 流動을 曲管前 $1D_H$ 에서 曲管後 $5D_H$ 까지 解析하여서 直管部와 曲管部를 함께 포함하고 있기 때문이다. 基本方程式들이 이 2개의 座標係에 함께 通用될 수 있도록 하기 위해서 다음과 같이 表記하였다.

連續方程式

$$\frac{1}{r_c} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r_c \bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r_c \bar{V}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \bar{W}) \right] = 0 \quad (1)$$

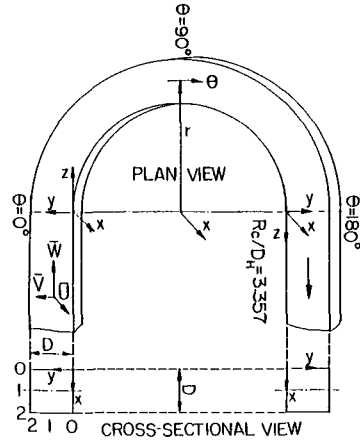


Fig. 1 Schematic showing two coordinate systems and velocity components of the square duct with a 180° bend

運動量方程式

$$\rho \{ C(\Psi) + S_c(\Psi) \} = D(\Psi) + S_D(\Psi) - \rho \{ R(\Psi) + S_R(\Psi) \} + S_P(\Psi) \quad (2)$$

여기서 Ψ 는 速度成分을 나타내고 演算子 $C(\Psi)$, $D(\Psi)$, $R(\Psi)$ 는 다음과 같은 의미를 갖는다.

$$C(\Psi) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (r_c \bar{U} \Psi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_c \bar{V} \Psi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{W} \Psi) \right\}$$

$$D(\Psi) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[r_c \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[r_c \mu \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right] + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\mu \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right] \right\}$$

$$R(\Psi) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (r_c \bar{u} \psi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_c \bar{v} \psi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{w} \psi) \right\}$$

여기서 $R(\Psi)$ 항은 亂流應力의 作用을 나타내고 Ψ 는 搖動速度 成分을 나타낸다. $S_P(\Psi), S_c(\Psi)$,

Table 1 $S_P(\Psi)$, $S_c(\Psi)$, $S_R(\Psi)$ and $S_D(\Psi)$

Ψ	$S_P(\Psi)$	$S_c(\Psi)$	$S_R(\Psi)$	$S_D(\Psi)$
\bar{U}	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$	0	0	$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \right\} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ r_c \mu \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \right\} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \mu \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} \right\}$
\bar{V}	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}$	$\frac{\bar{W}^2}{r_c}$	$\frac{\bar{W}^2}{r_c}$	$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right\} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ r_c \mu \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{W}}{r_c} \right) \right\} - 2\mu \left\{ \frac{\bar{V} - \partial \bar{W} / \partial \theta}{r_c^2} \right\}$
\bar{W}	$-\frac{1}{r_c} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}$	$-\frac{\bar{V}\bar{W}}{r_c}$	$-\frac{\bar{V}\bar{W}}{r}$	$\frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2\mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left[\frac{\partial \bar{V}}{\partial \theta} + \bar{W} \right] \right\} + \frac{1}{r_c^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \mu \left[\frac{\partial \bar{W}}{\partial \theta} - 2\bar{V} \right] \right\} - \mu \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\bar{W}}{r_c} \right] - \frac{\mu}{r_c^2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \theta}$

$S_R(\Psi)$ 와 $S_D(\Psi)$ 는 속도성분에 따라서 다르며 그 내용은 Table 1과 같다.

여기서 r_c 는 曲管의 曲率 中心으로 부터의 局部 曲率半徑이다.

2.2 亂流모델

(1) 高레이놀즈수 區域

流動斷面에서 高레이놀즈수 區域인 거친格子區域에서는 Rodi⁽¹¹⁾의 가정에 의해서 레이놀즈應力方程式을 단순화하여 얻은 代數應力式^{(6),(8)}

$$\frac{[\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k]}{k} = \frac{(1 - C_T)}{(C_1 - 1 + P_k/\epsilon)} \frac{(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)}{\epsilon} + \frac{(\phi'_{ij(1)} + \phi'_{ij(2)})}{\epsilon} \frac{1}{C_1 - 1 + P_k/\epsilon} \quad (3)$$

으로 레이놀즈應力을 계산하였다. 여기서 $\phi'_{ij(1)}$, $\phi'_{ij(2)}$ 는 壓力 變形率(pressure strain)중에서 壁面의 영향을 나타내는 항으로 $\phi'_{ij(1)}$ 에 대해서는 Shir⁽¹²⁾가 제안한 식

$$\phi'_{ij(1)} = C_1 \frac{\epsilon}{k} \left\{ \overline{u_q u_m n_q n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_q n_q n_j} - \frac{3}{2} \overline{u_j u_q n_q n_i} \right\} f \left\{ \frac{\ell}{m_q x_q} \right\} \quad (4)$$

을 택하였고 $\phi'_{ij(2)}$ 는 Gibson과 Launder⁽¹³⁾이 제안한 식

$$\phi'_{ij(2)} = C_2 \left\{ \phi_{qm(2)} n_q n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{qi(2)} - \frac{3}{2} \phi_{jq(2)} n_q n_i \right\} f \left[\frac{\ell}{n_q x_q} \right] \quad (5)$$

택하였다. 윗식에서 n_q 는 壁面에 수직인 방향으로 나타내는 단위 벡타이고 $f \left[\frac{\ell}{n_q x_q} \right]$ 는 壁面函數로 Gibson과 Launder⁽¹³⁾에 의하면

$$f \left[\frac{\ell}{n_q x_q} \right] = \frac{\ell}{\kappa x_q} \quad (6)$$

로 나타내진다. 여기서 x_q 는 壁面에 수직인 방향으로의 거리이고 κ 는 von Karman의 상수이며 ℓ 은 亂流길이 尺度이며

$$\ell \equiv \frac{C_\mu \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (7)$$

로 정의된다. 그러나 Gibson과 Launder가 式(6)을 적용한 것은 無限平板 위에 있는 한 점에 대해 平板이 미치는 影響을 나타내기 위한 것이었으며 Fig. 2에서와 같이 正4角 斷面의 덕트 내에 있는 한점 P에 대해 각 壁面이 미치는 영향을 나타내기 위해서는 式(6)이 수정되어야 한다. Fig. 2에서 θ

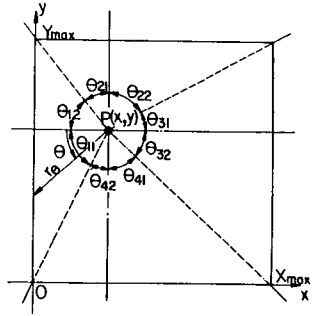


Fig. 2 Schematic showing a point in the cross Section of a square duct

$= \theta_1$ 에서 $\theta = \theta_2$ 까지의 어느 한 壁面이 P점에 미치는 영향을 나타내는 壁面函數를 얻기 위해서는 式(6)에서 $\frac{1}{x_n}$ 대신 $\frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r_0 d\theta$ 을 代入하면 된다⁽¹⁴⁾.

여기서 r_0 는 P점에서 壁面의 어느 한점까지의 거리이다. 이와 같은 방법으로 Fig. 2에서 壁面 1, 2, 3, 4가 각각 P점에 미치는 영향을 나타내는 壁面函數를 구하고 壁面函數는 函數의 성격상 1보다 클 수 없다는 조건⁽¹⁵⁾을 부과하면 다음과 같이 된다.

$$f_1 = \frac{(\sin \theta_{12} + \sin \theta_{11})}{2} \text{MIN} \left[\frac{C_\mu \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon x}, 1. \right] \quad (8)$$

$$f_2 = \frac{(\sin \theta_{22} + \sin \theta_{21})}{2} \text{MIN} \left[\frac{C_\mu \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon (Y_m - y)}, 1. \right] \quad (9)$$

$$f_3 = \frac{(\sin \theta_{32} + \sin \theta_{31})}{2} \text{MIN} \left[\frac{C_\mu \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon (X_m - x)}, 1. \right] \quad (10)$$

$$f_4 = \frac{(\sin \theta_{42} + \sin \theta_{41})}{2} \text{MIN} \left[\frac{C_\mu \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon y}, 1. \right] \quad (11)$$

여기서 $\text{MIN}[A, B]$ 는 A나 B중 작은 값을 나타내고 x, y 는 P점의 座標이다.

式(3)에서 P_{ij} 는 平均 變形率에 의한 레이놀즈應力의 生成率로 다음과 같이 나타내진다.

$$P_{ij} = - \left[\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} \right] \quad (12)$$

한편 $i = j = k$ 이면

$$P_k \equiv \frac{1}{2} P_{kk} \quad (13)$$

의 관계가 성립되며 式(5)에서 $\phi'_{ij(2)}$ 는

$$\phi'_{ij(2)} \equiv -C_2 \left[P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k \right] \quad (14)$$

로 정의된다.

式(3)에 있는 k 와 ϵ 은 다음과 같은 運送方程式을 풀어서 구하였다.

Table 2 Values of ASM coefficient^(10,13,16,18)

C_1	C_2	C'_1	C'_2	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	C_μ	χ	C_κ	C_ϵ	σ_κ	σ_ϵ
1.8	0.6	0.5	0.3	1.54	1.92	0.09	0.4187	0.22	$0.36^*(C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})$	1.0	κ^2
											$C\mu^{1/2}(C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})$

亂流運動에너지 方程式

$$C(k) = D(k) + S_D(k) + P_K - \rho\epsilon \quad (15)$$

여기서

$$C(k) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\rho r_c \bar{U} k) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r_c \bar{V} k) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \bar{W} k) \right\}$$

$$D(k) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[r_c \left[\mu + \rho C_K \frac{k}{\epsilon} u^2 \right] \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[r_c \left[\mu + \rho C_K \frac{k}{\epsilon} v^2 \right] \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left[\mu + \rho C_K \frac{k}{\epsilon} w^2 \right] \frac{\partial k}{\partial \theta} \right] \right\}$$

$$S_D(k) = \frac{\rho C_K}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[r_c \frac{k}{\epsilon} \left[\overline{uw} \frac{\partial k}{\partial y} + \frac{\overline{uw}}{r_c} \frac{\partial k}{\partial \theta} \right] \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[r_c \frac{k}{\epsilon} \left[\overline{vw} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\overline{vw}}{r_c} \frac{\partial k}{\partial \theta} \right] \right] + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{k}{\epsilon} \left[\overline{uw} \frac{\partial k}{\partial x} + \overline{vw} \frac{\partial k}{\partial y} \right] \right] \right\}$$

$$P_K = -\rho \left\{ \overline{u^2} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \overline{v^2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \overline{w^2} \left[\frac{1}{r_c} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \theta} - \frac{\bar{V}}{r_c} \right] + \overline{uw} \left[\frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} \right] + \overline{vw} \left[\frac{1}{r_c} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + \frac{\bar{W}}{r_c} \right] + \overline{uw} \left[\frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right] \right\}$$

이다.

亂流運動에너지 消滅率方程式

$$C(\epsilon) = D(\epsilon) + S_D(\epsilon) + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\chi} P_K - C_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{\chi} \quad (16)$$

여기서 $C(\epsilon), D(\epsilon), S_D(\epsilon), P_K$ 는 χ 方程式에서 定義된 것과 같으나 단지 C_k 를 C_ϵ 로 대치하였다.

式(3), (4), (5), (15), (16)에서 사용한 모델常數들은 Table 2와 같다.

(2) 低레이놀즈수 區域

壁面에서 水力直徑의 약 0.03배 되는 곳까지의 微細格子區域에서는 粘性效果가 무시될 수 없기 때문에 式(15), (16)이 그대로 적용될 수 없다. Jones와 Launder⁽¹⁹⁾의 低레이놀즈수 k, ϵ 方程式을 적용할 수도 있으나 이 方程式들은 취급하기가 까다로우므로 本 解析에서는 渦粘性係數모델로 레이놀

즈應力을 구하고 渦粘性係數는 Van Driest⁽²⁰⁾의 混合거리모델을 이용하여 다음의 式으로 計算하는 方法을 택하였다.

$$\nu_t = \ell m^2 \sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right]} \quad (17)$$

$$\ell_m = 0.469 x_q (1 - \exp(-x_q U_t / 26\nu)) \quad (18)$$

3. 差分方程式과 그 解法

3.1 概要

本 解析에서는 有限差分法에 의해 流動을 數值解析하였는데 解의 安定性和 正確性を 높이기 위해서 使用한 主要 方法들은 다음과 같다.

- (1) 準楕圓形解法(Semi-Elliptic Procedure)
- (2) QUICK解法
- (3) SIMPLER解法
- (4) 完全微細格子法
- (5) 速度 格子點과 스칼라양 格子點의 交叉
- (6) 레이놀즈應力 格子點과 速度 格子點의 交叉
- (7) 레이놀즈應力을 模擬點性텐서항과 殘留應力항으로의 分解
- (8) 3×3매트릭스에 의한 代數應力式의 解法
- (9) 解의 發散을 방지하기 위한 亂流에너지 生成項의 處理

위의 사항중 (1), (2)항은 崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 論文中에 설명되어 있으므로 설명을 하지 않기로 하며 (5)항은 널리 사용되고 있는 方法이므로 설명을 略하기로 하고 다른 항들에 대해서만 간단히 설명하기로 한다.

3.2 主要解法の 說明

(1) SIMPLER解法

崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 解析에서는 SIMPLE解法을 사용하였으나 代數應力모델을 사용하면 k, ϵ 方程式 모델을 사용하는 경우보다 解의 受斂性이 좋지 않은 것을 감안하여 本 解析에서는 SIMPLE解法보다 解의 收斂性이 좋은 SIMPLER解法⁽²¹⁾을 적용하였다.

(2) 完全微細格子法

앞에서 설명한 바와 같이 本 解析에서는 崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 解析에서와 같이 流動斷面을 Fig. 3에서와 같이 거친 格子區域과 微細格子區域으로 나누었으나 微細格子區域에서 壓力를 PSL法으로 구하지 않고 U,V,W方程式과 P方程式을 풀어서 구하였다. 이와 같은 이유는 PSL法을 사용할 경우 Fig. 3에 표시된 모서리 부분의 壓力分布가 부정확해져서 2次流動의 豫測이 부정확해지기 때문이다. 그러나 微細格子區域에서 레이놀즈應力과 k, ϵ 은 崔와 Launder의 解析에서와 같이 渦粘性係數모델과 混合距離모델로 구하였다.

(3) 레이놀즈應力の 格子點

Huang과 Ieschziner⁽²²⁾의 研究에 의하면 레이놀즈應力の 格子點을 速度나 스칼라量의 格子點과 완전히 같게 놓으면 解의 安定性和 正確성이 좋지 않으며 Fig. 4에서와 같이 레이놀즈應力 \overline{uv} , \overline{uw} , \overline{vw} 를 六面體의 面의 中心에 두어 速度의 格子點과 交叉시키면 解의 安定性和 正確성이 향상된다고 하였으므로 本 解析에서도 이 方法을 따랐다.

(4) 模擬粘性텐서와 殘留應力

거친格子區域에서 粘性에 의한 擴散項은 레이놀즈應力에 의한 擴散項보다 매우 작다. 渦粘性係數

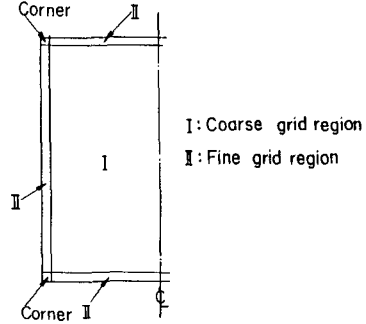


Fig. 3 Fine grid region and coarse grid region of a square sectioned duct

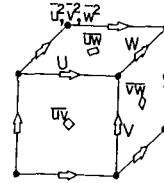


Fig. 4 Relative location of velocities and Reynolds stresses

모델에서와 같이 레이놀즈應力을 渦粘性係數에 速度의 變形率이 곱해진 항으로 대치하면 큰 問題가 없으나 그렇지 않을 경우 式(2)에서 源泉項(source term) $R(\Psi)$ 가 다른 항보다 커져서 이 式의 有限

Table 3 Components of pseudo eddy viscosity tensor $\tilde{\nu}_{ij}$

$i \backslash j$	1	2	3
1	$\frac{k}{\epsilon} \frac{[2\phi_1 + \phi_{11}] \overline{u^2}}{\alpha + 2C_1 f_{13}}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_{12} \overline{v^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_0}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_1 \overline{w^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_{13}}$
2	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_{12} \overline{u^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_0}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} (2\phi_2 + \phi_{22}) \overline{v^2}}{\alpha + 2C_1 f_{24}}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_2 \overline{w^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_{24}}$
3	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_1 \overline{u^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_{13}}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} \phi_2 \overline{v^2}}{\alpha + \frac{3}{2} C_1 f_{24}}$	$\frac{\frac{k}{\epsilon} [2(1 - C_2) + \phi_{33}] \overline{w^2}}{\alpha}$

where $\alpha = \frac{P_K}{\epsilon} - 1 + C_1$

$\phi_1 = 1 - C_2 + 2C_2 C_2' f_{13}, \phi_{11} = -\frac{2}{3} (\phi_1 - C_2 C_2' f_{24})$

$\phi_2 = 1 - C_2 + 2C_2 C_2' f_{24}, \phi_{22} = -\frac{2}{3} (\phi_2 - C_2 C_2' f_{13})$

$\phi_{12} = 1 - C_2 + 2C_2 C_2' f_0, \phi_{33} = -\frac{2}{3} \phi_{12}$

$f_{13} = f_1 + f_3, f_{24} = f_2 + f_4$

$f_0 = f_{13} + f_{24}$

Table 4 Components of residual stress tensor $u_i u_j$

$i \backslash j$	1	2	3
1	$\overline{u^2} - \tilde{\nu}_{11} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x}$	$\overline{uv} - \tilde{\nu}_{12} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}$	$\overline{uw} - \tilde{\nu}_{13} \frac{\partial \bar{U}}{r_c \partial \theta}$
2	$\overline{uv} - \tilde{\nu}_{21} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x}$	$\overline{v^2} - \tilde{\nu}_{22} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y}$	$\overline{vw} - \tilde{\nu}_{23} \frac{\partial \bar{V}}{r_c \partial \theta}$
3	$\overline{uw} - \tilde{\nu}_{31} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x}$	$\overline{vw} - \tilde{\nu}_{32} \frac{\partial \bar{W}}{\partial y}$	$\overline{w^2} - \tilde{\nu}_{33} \frac{\partial \bar{W}}{r_c \partial \theta}$

差分方程式을 解析하면 發散하게 된다. 따라서 代數應力모델의 경우에도 레이놀즈應力을 다음과 같이 模擬渦粘性係數텐서에 速度變形率이 곱해진 項과 殘留應力項으로 나누어 數值解析하면 發散을 방지할 수 있다.

$$\overline{u_i u_j} = -\tilde{\nu}_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_i u_j} \quad (19)$$

여기서 $\tilde{\nu}_{ij}$ 는 模擬渦粘性係數텐서(pseudo-viscosity tensor)이고 $\overline{u_i u_j}$ 는 殘留應力(residual stress)으로 本 解析에서의 流動에서 식(3)을 分解하여 $\tilde{\nu}_{ij}$, $\overline{u_i u_j}$ 를 求解하면 Table 3, Table 4와 같다.

(5) 代數應力式的 解法

式(3)의 代數應力式은 6개의 레이놀즈應力을 포함하는 6개의 方程式을 나타낸다. 그러므로 代數應力모델에 의해서 레이놀즈應力을 계산하려면 6개의 連립방정식을 풀어야 한다. Johnson⁽⁹⁾은 6×6매트릭스에 의해 連립방정식을 풀었으나 本 解析에서는 解析의 편의를 위하여 2개의 3×3매트릭스에 의해서 連립방정식을 풀어서 반복계산하는 방법을 택하였다⁽⁶⁾.

(6) 亂流에너지 生成項의 處理

實在 流動에서는 陰의 亂流運動에너지 生成率(P_K)이 局部的으로 存在 가능하다. 渦粘性係數모델을 사용할 경우 P_K 가 陰이 될 가능성이 극히 희박하나 代數應力모델로 P_K 를 계산할 때는 陰의 값을 갖을 경우가 많다. P_K 가 陰의 값이 되면 數值解의 發散可能性이 대단히 커진다. 本 解析에서는 다음과 같은 방법으로 解의 不安定性을 방지하였다.

殘留亂流에너지 生成率 \bar{P}_K 를 다음과 같이 定義한다.

$$\bar{P}_K \equiv P_K - P_{EVM}$$

여기서 P_{EVM} 은 渦粘性係數모델로 계산한 P_K 의 近似值로 항상 陽의 값을 갖는다.

$$P_{EVM} = \frac{1}{2} \frac{C_{\mu} k^2}{\epsilon} \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right]^2 \quad (20)$$

P'_K , ϵ' 를 다음과 같이 정의하고

$$P'_K \equiv P_{EVM} + MAX[\bar{P}_K, 0] \quad (21)$$

$$\epsilon' \equiv \epsilon + MAX[-\bar{P}_K, 0] \quad (22)$$

亂流에너지 方程式에서 P_K 와 ϵ 를 이 값으로 대치시키며 亂流에너지消滅率方程式에서 生成項과 消滅項을 다음과 같이 수정하여 差分化하면 發散의 위험성이 없어진다.

$$C_{\epsilon 1} P_{EVM} \epsilon / k - (C_{\epsilon 2} \epsilon - C_{\epsilon 1} \bar{P}_K) \epsilon / k$$

生成項 消滅項

3.3 電算解析의 細部事項

本 流動解析은 曲管 前 $1D_H$ 에서 시작하여 曲管後 $5D_H$ 까지 計算하였으며 直管部 入口에서의 速度分布와 亂流運動에너지 分布는 Melling과 Whitelaw⁽²⁸⁾가 測定한 資料를 사용하였다. 기타의 境界條件은 崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 解析에서의 境界條件과 거의 같으나 本 解析에서는 微細格子區域에서도 壓力方程式과 壓力修正方程式을 풀기 때문에 壓力方程式에 대한 境界條件은 TEACH-2E 프로그램⁽²⁴⁾과 같게 하였다. 本 解析에서 사용한 正四角斷面曲管의 寸수와 流入되는 流動의 條件은 Table 5와 같다.

Table 5 Duct dimensions and conditions of inlet flow

Mean velocity (m/s)	Reynolds number	Hydraulic diameter(m)	Inner radius of curvature (m)	Outer radius of curvature (m)	Inlet temperature(°C)
9.996	56,690	0.0889	0.254	0.3429	0.0

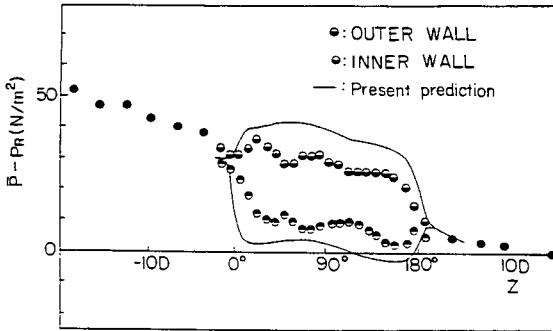


Fig. 5 Comparison of pressure variation on the wall of the duct

4. 解析結果 및 考察

Fig. 5는 本 解析에 의해 豫測한 덕트의 壁面壓力를 文⁽²⁰⁾, 文⁽²⁶⁾의 實驗結果와 比較한 것이다. 流入直管部에서는 內外壁面의 壓力가 동일했으나 曲管 入口前 約 -2D되는 곳부터 차이가 생기어 外壁의 壓力가 内壁의 壓力보다 커지게 되며 曲管 出口後 約 2D되는 곳에서 다시 같아지게 되는 것을 알 수 있다. 4와 같은 內外壁面의 壓力差異는 曲管의 曲率로 인한 流線의 曲率에 의한 遠心力에 기인된 것이다. 解析結果는 實驗結果와 그 形象은 비슷하나 內外壁面의 壓力差異를 더 크게 豫測하고 있다. 이것은 덕트 中心線 부근에 本 解析에서 사용한 格子 間隔이 너무 크다든지, 代數應力모델에서 사용한 모델常數가 적합하지 못하든지 하는 것 등에 의한 解析上의 誤差를 그 한 原因으로 생각할 수 있으나 또 하나의 原因으로 생각되는 것은 曲管部에 생긴 2次流動(secondary flow)이 完全對稱形으로 이루어 지지 않아서 壓力 測定點이 停滯點이 되지 않았을 可能性이다. 高레이놀즈수의 曲管流動에서 2次流動이 完全對稱이 되기 위해서는 流動의 入口條件과 덕트의 形象이 完全對稱이어야 하는데 이와같은 덕트의 製作은 어려우며 특히 速度를 測定하기 위한 구멍이 外壁의 中心線 下部에 뚫려져 있어서 下半部 2次流動에 대한 摩擦을 크게 했을 可能性이 크다.

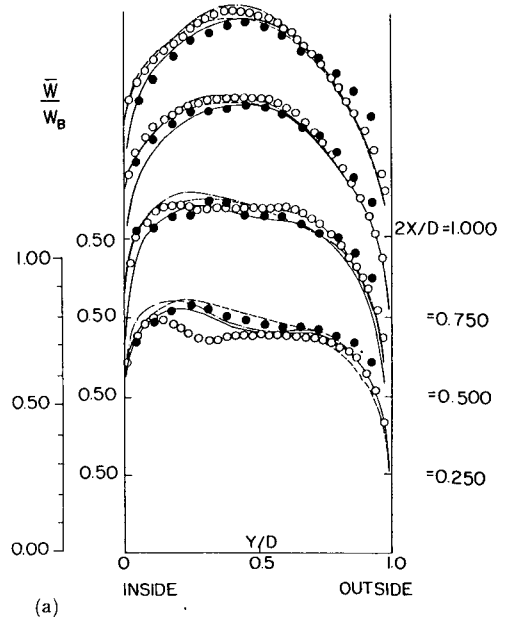
그러나 內外壁面의 平均壓力 變化는 解析結果와 實驗結果가 거의 일치하여서 解析上 壓力變化의 豫測이 크게 잘못되지 않았다는 것을 간접적으로 나타내주고 있다.

Fig. 6은 主流動方向 速度 \bar{W} 를 混合平均速度

W_B 로 無次元化한 값에 대한 解析結果를 Chang⁽⁹⁾이 LDV로 測定한 實驗값, 그리고 文⁽²⁰⁾, 文⁽²⁶⁾이 熱線流速計로 測定한 實驗값과 比較한 것이다. 點線은 Johnson⁽⁸⁾이 k, ϵ 方程式모델과 壁面函數를 사용하여 解析한 結果이고 一點鎖線은 崔와 Launder⁽¹⁰⁾가 k, ϵ 方程式모델과 微細格子에 PSL法을 적용하여 解析한 結果이고 實線은 代數應力모델과 完全微細格子法에 의한 本 解析結果이다. Johnson도 代數應力모델을 사용하여 이 流動을 해석하였으나 그의 프로그램은 under-relaxation factor를 증가시키면 解가 發散하였기 때문에 그의 論文에⁽⁸⁾ 나타나 있는 결과는 완전히 수렴된 결과가 아니어서 그 결과가 오히려 k, ϵ 方程式모델을 사용할 때보다 좋지 않아서 本 解析에서는 그의 k, ϵ 方程式모델에 의한 結果와만 비교하였다. Chang⁽⁹⁾의 實驗과

解析結果들은 값은 θ 에서의 값이나 文⁽²⁵⁾, 文⁽²⁶⁾의 實驗은 解析들에서와 θ 가 약간 差異있는 곳이 있으나 그 差異가 크지 않기 때문에 解析結果를 이 實驗結果와 定量的으로 比較해도 큰 무리가 없을 것으로 생각된다.

$\theta=3^\circ$ 에서는 解析結果들이 큰 차이를 보이지 않으나 $\theta=45^\circ$ 에서는 그 차이가 커졌음을 알 수 있다. Johnson의 解析結果보다는 崔와 Launder의 解析結果가, 崔와 Launder의 解析結果보다는 本 解析結果가 實驗值에 잘 일치한다. $\theta=45^\circ$, $2X/D=1.0$ 에서 Chang⁽⁹⁾의 實驗값은 文, 文⁽²⁶⁾의 實驗값



(a)

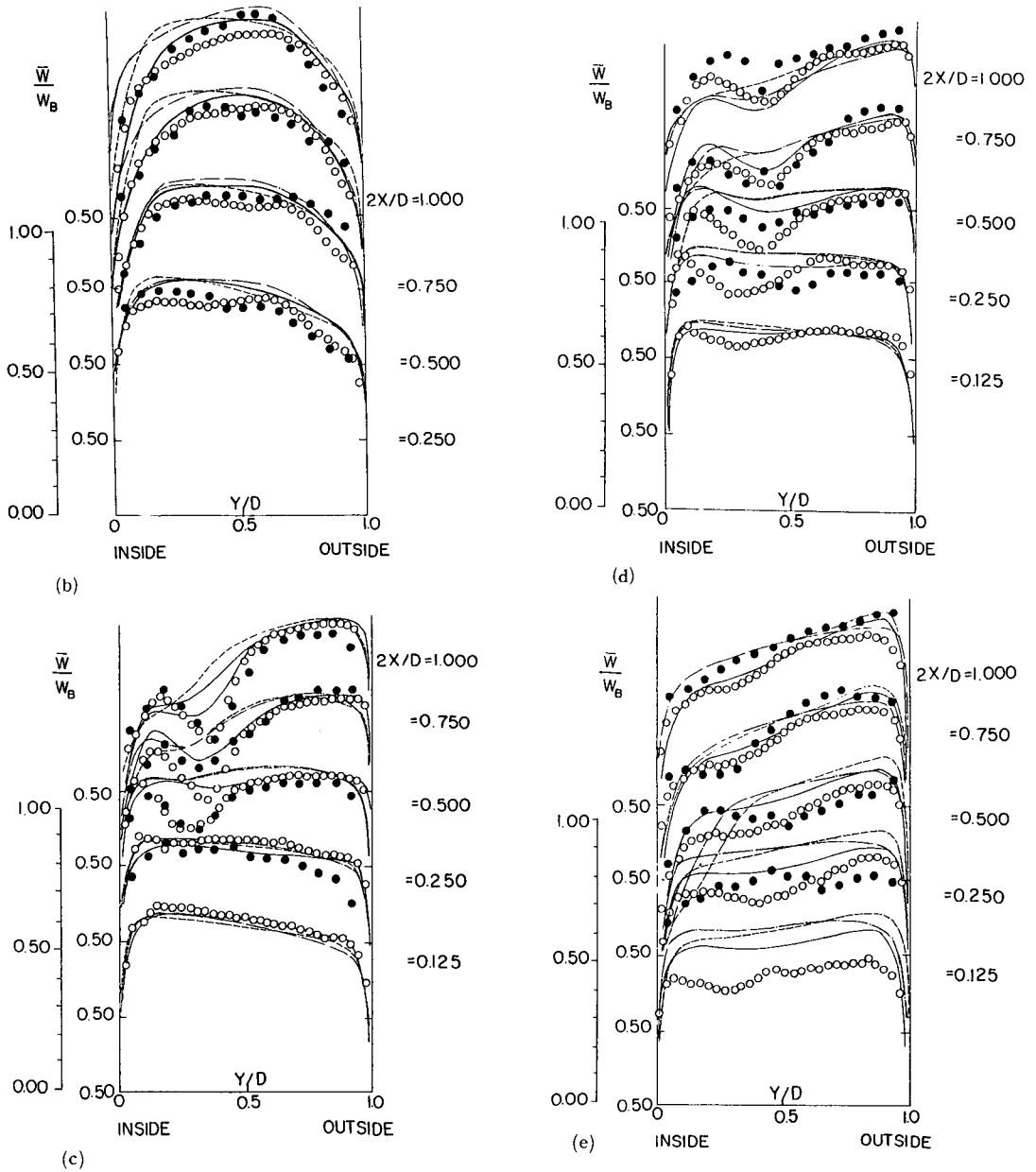
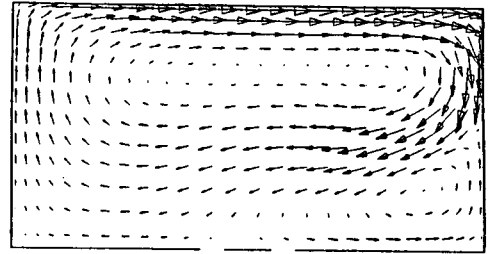


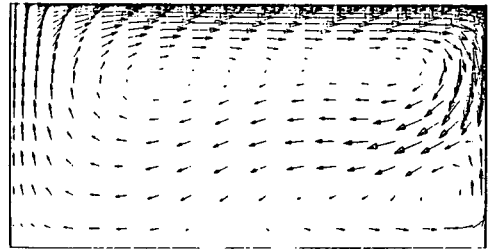
Fig. 6 Comparison of normalized streamwise velocities at θ equal to (a) 0° (●, ○, —), (b) 45° (c) 90° (d) 135° (●, ○, —), (e) 180° (●, ○, —)
 ● : data Moon⁽²⁵⁾, Moom et al.⁽²⁶⁾ ○ : data, Chang et al.⁽⁹⁾
 — : present study, ASM/mixing length without PSL
 --- : Choi and Launder, $k-\epsilon$ /mixing length with PSL⁽¹⁰⁾
 -.- : Johnson⁽⁸⁾, wall function

과 差異가 있으며 本 解析結果는 文, 文 등의 實驗 값과 더 잘 일치한다. 崔와 Launder의 論文에서 說明한 바와 같이 Chang 등의 實驗값은 모든 $2X/D$ 에 대해서 $\frac{\bar{W}}{W_B}$ 가 解析結果보다 작기 때문에 全 斷面에 관한 連續方程式이 만족되지 않아서 速度分布의 形象은 正確할 수 있으나 그 절대적 크기는 부정확하다고 하였다. 그러나 文, 文 등의 實驗값은 全 斷面에 관한 連續方程式도 대략 만족되어 Chang 등의 實驗보다 正確함을 나타내준다.

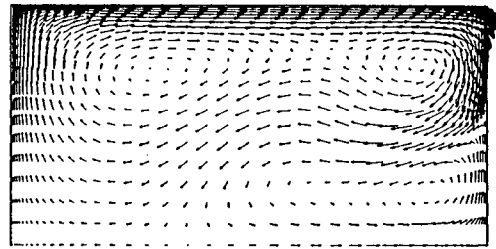
$\theta=90^\circ$, $\theta=130^\circ$ 에 대한 $\frac{\bar{W}}{W_B}$ 速度分布에서 특이한 현상은 $2X/D=1.0, 0.75, 0.50$ 에서 $\frac{\bar{W}}{W_B}$ 에 2重 極大點이 나타나는 것이다. 이것은 Fig. 7의 벡터 速度線圖에서 알 수 있는 바와 같이 2次流動에 3個의 渦流(vortex)가 생겨서 流線에 심한 屈曲이 있기 때문이다. $\theta=90^\circ$ 에서는 Chang 등의 實驗값은 文, 文 등의 實驗값과 局部的으로 약간의 차이가 있으나 代體的으로 잘 일치하고 있으나 $\theta=130^\circ$ 에서는 약간의 차이가 있다. 그것은 文, 文 등의 實驗은 $\theta=135^\circ$ 에서 測定되어서 測定位置의 差異가 있기 때문이 아닌가 생각된다. 實驗값과 解析값을 비교해보면 Johnson 解析結果에는 $\frac{\bar{W}}{W_B}$ 速度에 2重 極大點이 나타나지 않는데 崔와 Launder의 解析結果에는 약간 나타나며 本 解析結果에는 뚜렷이 나타남을 알 수 있다. 이와 같이 本 解析結果가 過去の 解析보다 速度分布를 正確히 豫測할 수 있는 것은 完全微細格子法을 사용함에 따른 壓力分布의 正確한 豫測과 代數應力모델을 사용함에 따른 複雜한 變形率을 갖는 流動場에서 레이놀즈應力을 正確히 豫測했기 때문으로 생각된다. 그러나 $2X/D=1.0, 0.5$ 등에서 本 解析結果에서는 實驗結果에서보다 $\frac{\bar{W}}{W_B}$ 의 2重 極大 現象이 작게 나타나고 있다. 그 主要原因으로 생각되는 것은 本 數值解析에서는 反復 計算을 매 格子點에서 連續方程式에 대한 相對殘留 源泉項(relative residual source)의 總이 0.004가 되기 까지 계속하였는데 이 값은 一般的으로 收斂 條件으로 사용되는 0.01보다는 작으나 解가 아직 완전히 收斂되었다고는 볼 수 없는 것이다. 相對殘留 源泉項이 0.004될 때 까지만 計算한 것은 本 代數應力모델에 의한 解析은 1回 反復計算하는데 드는 시간이 k, ϵ 方程式모델로 解析할 때보다 약 2배 정도 들어서 電算費用이 과다하기 때문이다.



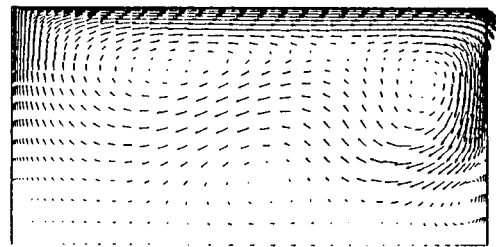
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 7 Secondary flow vectors at 130° station.

(a) Johnson⁽⁶⁾

(b) $k-\epsilon$ /mixing length with PSL⁽¹⁰⁾

(c) $k-\epsilon$ /mixing length without PSL⁽²⁷⁾

(d) Present study, ASM/mixing length with out PSL

Choi 등⁽²⁷⁾의 論文에서는 完全微細格子法만 사용하고 代數應力모델을 사용하지 않은 解析結果에 대해서도 자세히 설명하고 있는데 그들의 논문에 의하면 完全微細格子法에 k, ϵ 方程式모델을 사용한 해의 正確度는 PSL法에 k, ϵ 方程式모델을 사용한

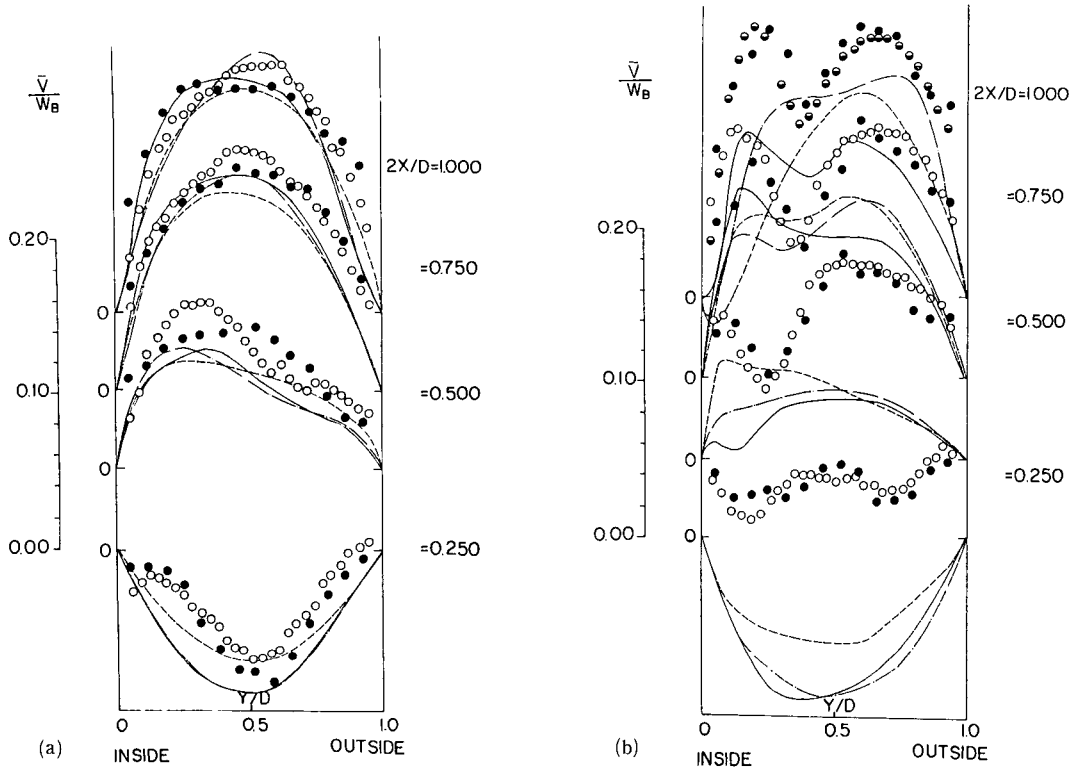


Fig. 8 Comparison of normalized y directional velocities at θ equal to (a) 45° (b) 90°

- : data, Moon⁽²⁵⁾, Moon et al.⁽²⁶⁾
- : data, Chang et al.⁽⁹⁾
- : Presnet study, ASM/mixing length without PSL
- - - : Choi and Launder⁽¹⁰⁾, $k-\epsilon$ /mixing length with PSL
- · · : Johnson⁽⁸⁾, wall function

경우와 完全微細格子法에 代數應力모델을 사용한 경우에 대한 解의 正確度の 중간정도임을 나타내 주었다.

Fig. 7은 $\theta=130^\circ$ 에서 각 解析方法에 의해 豫測한 2次流動의 벡터線圖이다. (a)는 Johnson⁽⁸⁾이 k, ϵ 方程式모델과 壁面函數法을 사용하여 解析한 結果인데 主 2次流動 이외에 內壁와 中心線의 모서리 부근에 조그만 渦流(vortex)가 발생한 것을 알 수 있다. 主 2次流動의 流線에는 屈曲이 거의 없기 때문에 Fig. 6 (d)에서와 같이 主流動速度에 2重極大點이 나타나지 않는다. (b)는 崔와 Launder⁽¹⁰⁾가 k, ϵ 方程式모델과 PSL法을 사용하여 解析한 것인데 主 2次流動의 流線에 약간의 屈曲이 나타나서 2개의 渦流로 나누어 지는 것을 알 수 있으며 역시 內壁側모서리 부근에 작은 渦流가 발생했음을 알 수 있다.

(c)는 Choi등⁽²⁷⁾이 k, ϵ 方程式모델과 完全微細格

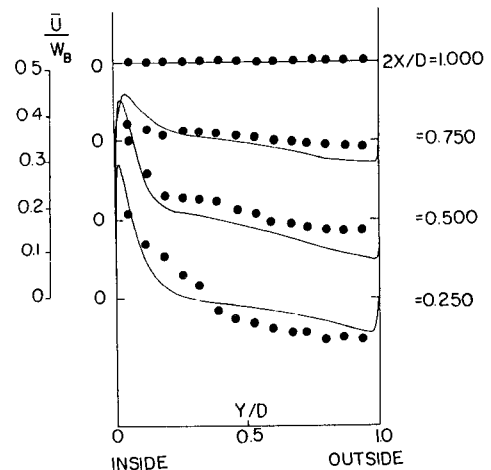


Fig. 9 Comparison of normalized x directional velocities at θ equal to 45°

- : data, Moon⁽²⁵⁾ Moon et al.⁽²⁶⁾
- : Present study, ASM/mixing length without PSL

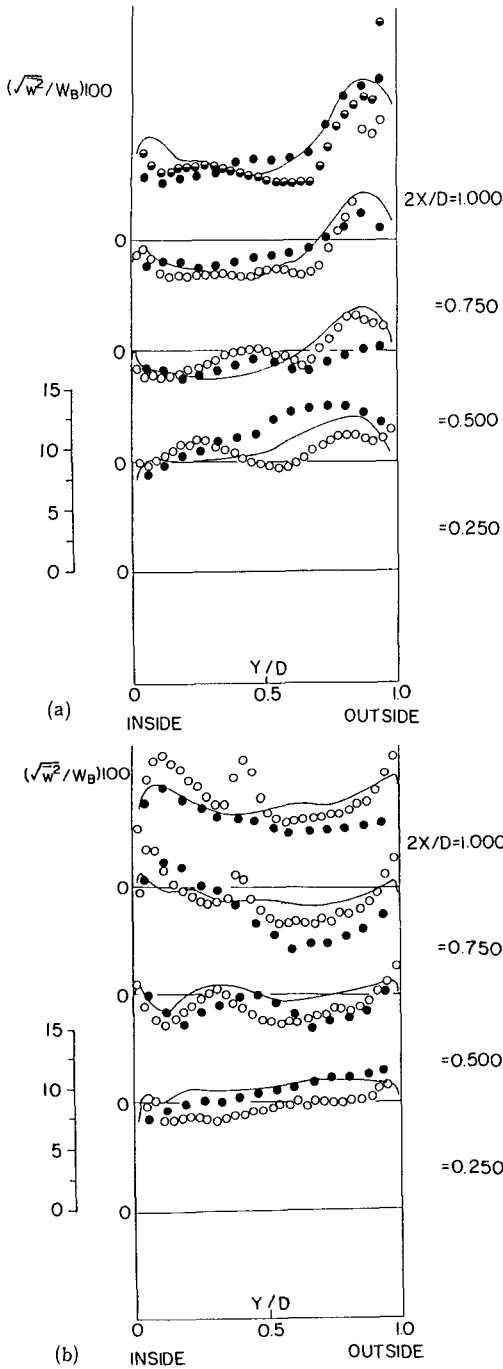


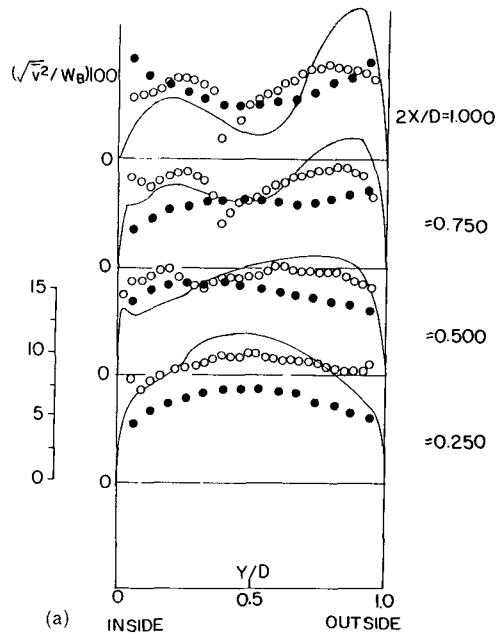
Fig. 10 Comparison of the normalized RMS streamwise turbulent velocity fluctuations at θ equal to (a) 45° (b) 90°
 ● : data, Moon⁽²⁵⁾, Moon et al.⁽²⁶⁾
 ○ : Chang et al.
 — : Present study, ASM/mixing length without PSL

子法을 사용하여 解析한 結果인데 主 2次流動의 流線에 屈曲이 더 심해져서 2개의 渦流가 뚜렷이 나타나고 있으며 中心線과 內壁 가까이에 생긴 제3의 渦流가 길어진 것을 알 수 있다.

(d)는 代數應力모델에 의한 本解析結果인데 流線에 屈曲이 더 심해졌으며 主2次流動은 3개의 渦流로 나누어 졌으며 (c)의 경우와 반대로 內壁側에 더 강한 渦流가 발생하였음을 알 수 있으며 제3의 渦流의 中心이 內外壁의 中間 부근으로 이동되었음을 알 수 있다. 本 解析結果에서 主流動速度에 2重極大點이 나타난 것은 2次流動에 3개의 독립된 渦流가 뚜렷이 나타났기 때문이다.

Fig. 8은 y 방향 速度 \bar{V} 를 W_B 로 無次元化한 값에 대한 解析結果를 實驗結果와 비교한 것이다. (a)는 $\theta=45^\circ$ 에 대한 結果인데 本 解析結果는 文⁽²⁵⁾, 文 등⁽²⁶⁾의 實驗結果와 더 잘 일치하고 崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 解析結果는 Chang⁽⁹⁾등의 實驗結果에 더 잘 일치한다. 主流動方向速度 分布의 豫測에서 本 解析이 崔와 Launder의 解析보다 精確한 것을 고려할 때 \bar{V} 速度의 測定에서 文, 文 등의 實驗이 Chang 등의 實驗보다 精確했을 가능성을 나타내준다.

(b)는 $\theta=90^\circ$ 에 대한 結果인데 역시 Johnson의 解析보다는 崔와 Launder의 解析이, 崔와 Launder의 解析보다는 本 解析에 의한 速度分布의 形象이 實驗結果에 가까우나 定量的으로는 세 解析結果



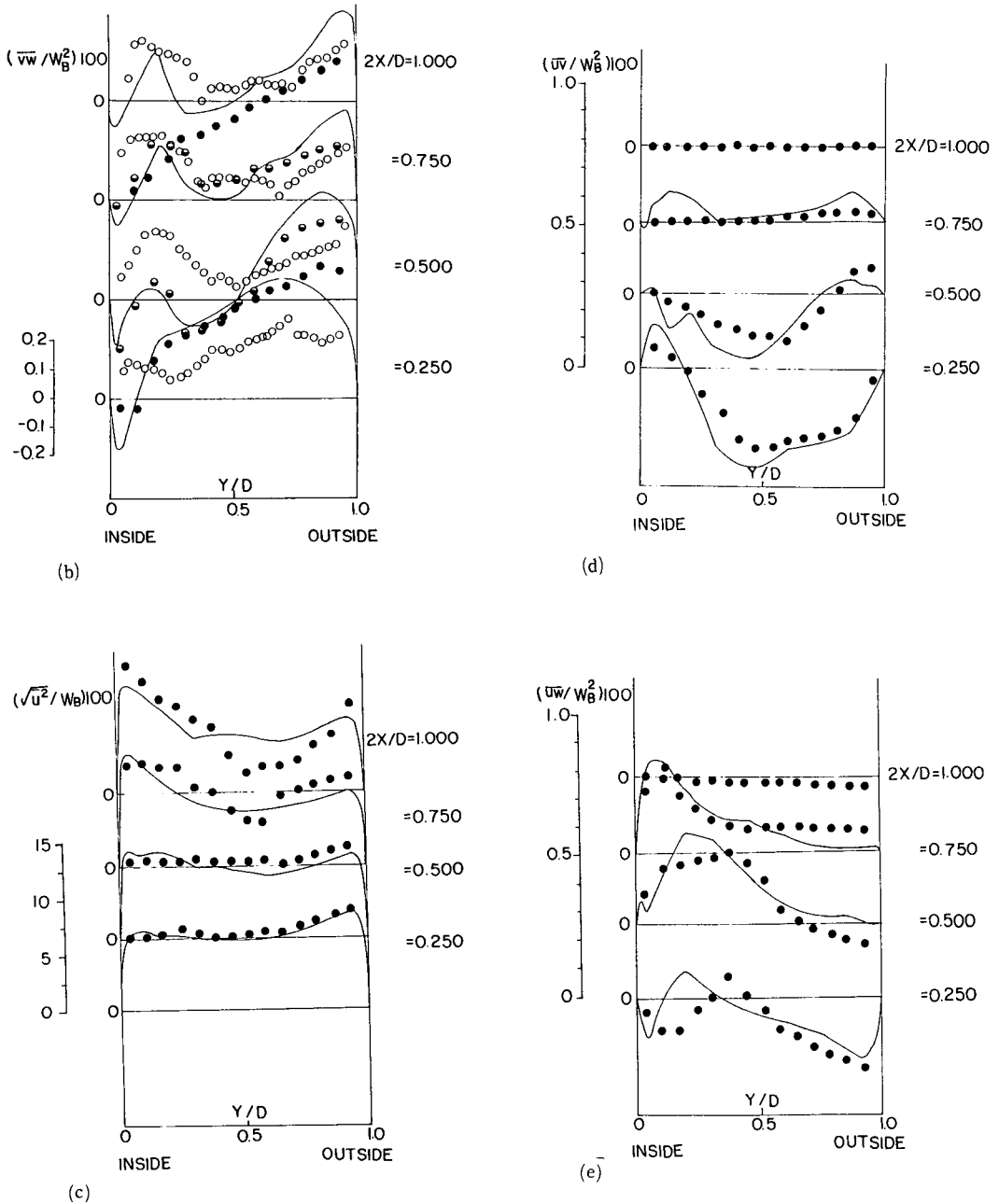


Fig. 11 Comparison of normalized Reynolds stresses at $\theta = 90^\circ$
 ●● : data, Moon⁽²⁵⁾, Moon et al.⁽²⁶⁾, ○ : Chang et al.⁽⁹⁾
 — : Present study, ASM/mixing length without PSL

가 모두 實驗結果와 큰 차이를 보인다. 이것은 $\theta = 90^\circ$ 부근에서는 강력한 2次流動이 발생하고 3개의 渦流가 발생하여 $2X/D$ 의 변화에 따른 \bar{V} 速度變化의 폭이 대단히 큰데 덕트 中心線($2X/D=1.0$) 부근의 格子 間隔이 너무 커서 발생한 誤差가 아닌 가 생각된다.

Fig. 9은 $\theta=45^\circ$ 일 때 x 方向의 速度 \bar{U} 를 W_B 로 무차원화한 값에 대한 本解析結果를 文⁽²⁵⁾, 文⁽²⁶⁾의 實驗結果와 비교한 것이다. 本解析結果는 實驗結果와 代體的으로 잘 일치하고 있다. 이 그림에서 주목할 점은 2次流動이 壁面에 밀착되어 흘러서 2次流動의 最大速度의 위치가 대부분의 영역에서 微細格子區域에 있다는 것이며 이것은 2次流動이 강력히 발생하는 流動解析에서 壁面函數를 사용하면 壁面附近의 解析이 不正確해질 것이라는 것을 나타내준다.

Fig. 10은 Z 方向의 레이놀즈應力 $\overline{w^2}$ 의 RMS값을 W_B 로 무차원화한 값에 대한 本解析結果를 實驗結果들과 비교한 것이다. 本解析結果는 文⁽²⁵⁾, 文⁽²⁶⁾의 實驗結果 그리고 Chang⁽⁹⁾의 實驗結果와 대체적으로 잘 일치한다.

$\theta=90^\circ$ 에서의 $\sqrt{\overline{w^2}}/W_B$ 값의 分布를 살펴보면 W 速度의 2重極大 現象에 따라 $\sqrt{\overline{w^2}}/W_B$ 의 分布에도 屈曲이 많아졌음을 알 수 있다. Fig. 11은 기타의 레이놀즈應力에 대한 本解析結果를 實驗結果들과 비교한 그림이다. 本解析結果는 實驗結果들과 대체적으로 잘 일치하고 있다. \overline{vw}/W_B^2 分布에 대한 그림을 살펴보면 $2X/D=1.0$ 에서는 本解析結果는 Chang⁽⁹⁾의 實驗結果와 잘 일치하며 文⁽²⁵⁾, 文⁽²⁶⁾의 實驗結果와는 차이가 크며 특히 內壁附近에서는 차이가 더욱 크다. 이것은 文⁽²⁶⁾의 論文에서 설명하고 있듯이 2次流動이 完全히 對稱으로 일어나지 않았을 가능성 때문으로 생각된다. 그러나 다른 $2X/D$ 에서는 本解析結果는 文, 文⁽²⁶⁾의 實驗結果와 더 잘 일치하며 Chang⁽⁹⁾의 實驗結果와는 차이가 큼을 알 수 있어서 文, 文⁽²⁶⁾의 實驗이 Chang⁽⁹⁾의 實驗보다 正確했으리라는 것을 간접적으로 나타내 주고 있다.

앞으로 代數應力모델과 完全微細格子法으로 4角斷面の 180°曲管 亂流流動을 좀 더 正確히 해석하려면 다음과 같은 研究를 해야 할 것으로 생각된다.

(1) 連續方程式의 相對殘留源泉項의 合을 0.001 이하로 낮출 때까지 反復計算한다.

(2) 덕트 中心線부근의 格子 間隔을 작게 한다.

(3) ASM常數의 變化가 解의 正確도에 미치는 影響을 조사한다.

5. 結 論

本 研究에서는 180°曲管을 갖는 正四角斷面 덕트에서의 亂流流動을 代數應力모델과 完全微細格子法을 적용하여 解析한 結果를 Johnson⁽⁸⁾, 崔와 Launder⁽¹⁰⁾의 解析結果 그리고 Chang⁽⁹⁾, 文⁽²⁶⁾, 文⁽²⁷⁾의 實驗結果와 비교함으로써 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) k, ϵ 方程式모델을 代數應力모델로 대체하므로 實驗과 더 잘 일치하는 速度分布를 얻을 수 있었다.

(2) 代數應力모델을 적용함으로써 實驗結果에 잘 일치하는 레이놀즈應力分布를 얻을 수 있었다.

(3) 壁面函數를 微細格子法으로 대체하므로 壁面附近의 流動解析의 正確도를 높힐 수 있었으나 모서리가 있는 四角덕트 流動의 解析에서는 PSL法을 적용하면 모서리 부분의 壓力分布의 不正確한 가정에 의해서 解의 正確도가 크게 저하되므로 完全微細格子法을 사용하여야 한다.

(4) $\theta=90^\circ$ 이후에 발생하는 主流動速度의 2重極大 現象은 2次流動이 3개 혹은 그 이상의 渦流(vortex)로 나누어지기 때문에 발생한 것이다.

後 記

이 研究는 IBRD海外教授派遣計劃과 美國海軍의 支援과 電算費用 일부를 KAIST SEC회원 지원으로 이루어진 것이며 이에 感謝드립니다.

參 考 文 獻

- (1) Launder, B. E., 1982, "Modelling of Turbulent Flow in Gas-Turbine Blading: Achievement and Prospects", Int. J. Heat & Fluid Flow, Vol. 3, No. 4, pp.171~184.
- (2) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1984, "PSL-An Economical Approach to the Numerical Analysis of near Wall Elliptic Flow", ASME J. Fluids Eng., Vol. 106, No. 241.
- (3) Azzola, J. and Humphrey, J. A. C., 1984, "Development Turbulent Flow in a 180° Curved Pipe and its Downstream Tangent", Rep. LBL-17681, Material

- Science & Molecular Research Div., LBL.
- (4) Seban, R. A. and McLaughlin, E.F., 1963, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol. 6, p.387.
- (5) Iacovides, H., 1986, "Momentum and Heat Transport in Flow through 180° Bends of Circular Cross Section", Ph. D. Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
- (6) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1985, "ASM Predictions of Turbulent Momentum and Heat Transport in Coils and U-Bends", *Proc. 4th Int. Conf. Num. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Pineridge Press, Swansea, pp.1023~1045.
- (7) Baughn, J. W., Iacovides, H., Jackson, D.C. and Launder, B. E., 1985, "Field Temperatures and Local Heat Fluxes in Turbulent Flow around a 180° Bend", submitted to *Int. J. Heat & Mass Transfer*.
- (8) Johnson, R. W., 1984, "Turbulent Convecting Flow in a Square Duct with a 180° Bend; Experimental and Numerical Study", Ph. D. Thesis, UMIST.
- (9) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., 1983, "Turbulent Flow in a Strongly Curved U-Bend and Downstream Tangent of Square Cross Sections", *PCH Physico Chemical Hydrodynamics*, Vol. 4, p. 243.
- (10) 崔英淳, Launder, B. E., 1985, "4角斷面의 180° 曲管에서의 亂流流動과 熱傳達解析", *대한기계학회논문집*, 제 9 권, 제 1 호, pp.91~108.
- (11) Rodi, W., 1972, "The Prediction of Free Boundary Layers by Use of a 2-Equation Model of Turbulence", Ph. D. Thesis, Faculty of Engineering, University of London.
- (12) Shir, C. C., 1973, "A Preliminary Numerical study of Atmospheric Turbulent Flows in the Idealized Planetary Boundary Layer", *J. Atmos Sci.*, vol. 30, p. 1327.
- (13) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, p. 491.
- (14) Launder, B.E. and Samaraweera, D.S.A., 1979, "Application of a Second-Moment Turbulence Closure to Heat and Mass Transport in Thin Shear Flow-I. Two Dimensional Transport", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 1631~1643.
- (15) Ljuboja, M. and Rodi, W., 1980, "Calculation of Turbulent Wall Jets with an Algebraic Reynolds Stress Model, *Trans. of ASME, J. of Fluids Eng.*, Vol. 102, Sept., pp. 350~356.
- (16) Launder, B.E., 1980, "Turbulent Transport Models for Numerical Computation of Fluid Flow", *Class Notes for ME213, Dept. Mech. Eng., University of California, Davis.*
- (17) Launder, B.E. and Morse, A.P., 1979, "Numerical Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Reynolds Stress Closure Turbulent Shear Flows 1, Springer-Verlag, p. 279.
- (18) Launder, B.E., Morse, A.P., Rodi, W. and Spalding D.B., 1973, "Prediction of Free Shear Flows A Comparison of the Performance of Six Turbulence Models", *Proc. Langley Free Shear Flows Conf., NASA Report SP320.*, p. 361.
- (19) Jones, W.P. and Launder, B.E., 1972, "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301~314.
- (20) van Dierst, E.R., 1956, "On Turbulent Flow near a Wall", *J. Aero Sci*, Vol. 23, p. 1007.
- (21) Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and fluid Flow, McGraw Hill.
- (22) Huang, P.G. and Leschziner, M.A., 1985, "Stabilization of Recirculating Flow Computations with Second-Moment Closures and 3rd-Order Discretization", *Proc. 5th Symp. on turbulent Shear Flows*, Cornell, 20. 7.
- (23) Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1979, "Turbulent Flow in a Rectangular Duct", *J. Fluid Mech.*, Vol. 78, p. 289.
- (24) Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K., 1976, "TEACH-2E: A General Computer Program for Two Dimensional, turbulent, Recirculating Flows", *Dept. Mech. Eng. Imperial College, London.*
- (25) 文燦, 1988, "正四角形斷面 180°曲管内の 亂流流動 特性과 強制對流 熱傳達到 關한 研究", *全南大學校 博士學位 論文.*
- (26) 文燦, 梁承孝, 崔英淳, 俞浙在, 1988, "熱線流速計에 의한 180°曲管을 갖는 正四角斷面의 덕트에서의 亂流流動特性的 測定", *대한기계학회논문집* 제12권 제4호 게재예정.
- (27) Choi, Y.D., Iacovides, H. and Launder, B.E., 1987, "Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square-Sectioned 180° Bend", submitted to *Trans. of ASME, J. of Fluids Eng.*