

研 究 論 文

大韓熔接學會誌  
第6卷, 第2號, 1988年 6月  
Journal of the Korean  
Welding Society  
Vol. 6, No. 2, Jun., 1988.

## 內外壓을 받는 壓力容器的 彈塑性 解析과 破壞舉動에 대한 考察<sup>+</sup>

嚴東錫\* · 康聖原\* · 柳基烈\*\*

### A Study on the Elastic-Plastic Analysis and Fracture Behavior of Pressure Vessel

D. S. Um, S. W. Kang, K. Y. Yoo

**Key Words;** Pressure Vessel (압력용기), Fracture Mechnics(파괴역학), Elastic-Plastic Analysis(탄소성 해석), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

#### Abstract

This paper reports on the elastic-plastic analysis and fracture behavior of cylinder with outer surface crack which is under external or internal pressure.

For the study of crack length effects in cylinder, ratios of crack lengths to finite thickness ( $a/t$ ) are determined 0.3, 0.4, 0.5. For the study of curvature effects in cylinders, ratios of mean diameter to finite thickness ( $R_m/t$ ) are determined 10.0, 15.0, 20.0.

Analysis is conducted using the theory of fracture mechanics and two dimensional finite element solution assuming the axi-symmetrical plane strain condition.

Main results of this study are as follows.

- 1) It is known from this paper that elastic-plastic strain is initiated near crack tip and enlarged between crack tip and inner side of cylinder.
- 2)  $K_I$  of cylinder under external or internal pressure is evaluated membrane stress  $\sqrt{\pi \times \text{crack length}}$ . The results of this study are inclined to Lomacky's result and Kobayashi's result.
- 3) Distribution of stress near crack tip is looked higher than that of other zone, as crack length of equal model is longer, and as diameter of cylinder is longer.
- 4) When other conditions are equal, displacement near crack tip is looked duller, as crack length is longer.

<sup>+</sup> 1987년도 춘계 학술발표대회 발표

\* 정회원, 부산대학교 공과대학

\*\* 진해 기계장

## 1. 서 론

최근 파괴역학에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있는데 이것은 선박, 압력용기, 항공기,<sup>1)</sup> 원자로, 철도, 교량 등이 피로 및 취성, 부식성이 있는 환경 등으로 인해 발생된 파괴들의 원인규명 방법으로부터 시작되었다.

특히 최근 들어 고장력강이 구조물 재료로 많이 사용되고 있는데, 이 재료들은 인장강도가 높은 반면 파괴인성이 낮으므로 균열을 포함하는 고장력강 구조물에 대한 파괴거동 연구가<sup>2)</sup> 더욱 필요하게 되었다.

파괴거동에 대한 연구는 시험편<sup>3)</sup>의 실험, 실 모형 실험 등의 실험적 고찰방법이 있는데 전자는 비교적 수행하기 쉽지만 실제 구조물에 적용할 때 난점이 있다. 후자는 비교적 정확한 근사해를 구할 수 있지만 막대한 소요예산 및 장비, 훈련된 요원이 필요하며, 복잡한 실험 과정이 필요하다. 이와 같은 실험적 고찰방법의 약점을 보완하고 비교적 정확한 근사해를 구하기 위하여 기존의 유한요소법<sup>4,5)</sup>에 파괴역학적 개념을 도입하여 파괴거동 및 탄소성 해석을 수행하고 있다.

축면 및 관통균열을 포함하는 평판 혹은 쉘 구조물의 파괴거동에 관한 정밀해법은 작은 균열을 포함하는 복잡한 구조물에서는 적용하기 곤란하다. 그래서 근사해법<sup>4)</sup>으로 2차원 평면 스트레인 혹은 평면 응력, 축대칭 3차원 문제 등으로 가정하는 유한요소법을 사용하고 있다. 유한요소법은 불규칙한 기하학적 경계조건을 가지고 균열 주위의 복잡한 응력 및 고 응력상태에 있는 쉘 구조물, 반구형 쉘 등의 해석에 적합하다.

Kobayashi<sup>6)</sup>는 변위법을 이용하여 쉘의 곡률에 따른 파괴거동을 조사하였고, Hilton과 Hutchinson<sup>7)</sup>은 평면 스트레인과 축대칭 문제에 대한 파괴거동을 검토하였다. 또한 1971년 NSRDC(Naval Ship Research and Development Center)의 Dglesby와 Lomacky<sup>7)</sup>는 내압을 받는 쉘을 축대칭 2차원 평면 스트레인으로 가정하고 유한요소법을 적용하여 균열주위의 변위, 응력, 응력확대 계수 등의 파괴거동을 검토하였다. 그리고 1972년 Lomacky와 Vanderveldt<sup>8)</sup>는 외압을 받는 선체의 설계를 하여 파괴 및 피로강도에 관한 연구를 수행하였다.

Watanabe와 Tagata<sup>9)</sup>는 박판 혹은 원통의 해석시 쉘요소를 적용한 유한요소 프로그램을 이용하여 내

압을 받는 쉘의 파괴거동을 검토하였다.

본 연구는 Shiradori Mashaki<sup>4)</sup> et al.의 프로그램을 쉘 문제에 적합하도록 수정하고 이를 이용하여 후판의 원통을 2차원 평면 스트레인 축대칭으로 가정하고 쉘에 내압과 외압이 작용할 때 파괴거동을 고찰하였다.

## 2. 유한요소법에 의한 쉘의 파괴거동 해석이론

### 2.1 가정 및 해석방법

Fig. 1과 같이 반지름  $R$ 인 원통에 외측표면 균열이 존재할 때 원통의 중심에 직교좌표의 중심을 잡았다. 이때 내압과 외압이 작용할 경우 균열주위의 파괴거동을 해석하기 위해서는 다음과 같은 가정들이 만족해야 한다.

- 쉘 재료의 구성 금속은 등방·등질성을 갖는다.
- 소성변형을 할 때 비압축성이다.
- 쉘의 좌굴은 모든 해석에 큰 영향을 미칠 만큼 크지 않다.
- 균열선단의 곡률반경은 영이고 원통은 축대칭이며 평면 스트레인으로 가정했다.

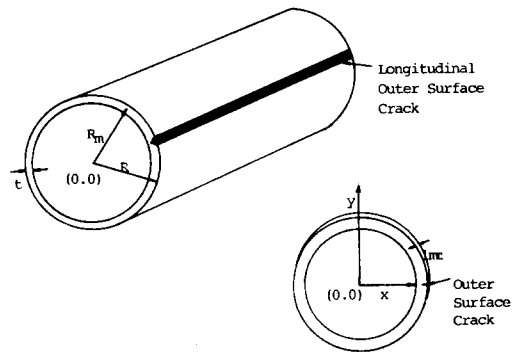


Fig. 1. Form of cylinder

본 연구의 모델로 사용한 원통형상을 Fig. 1에 나타냈고, 이 원통을 1/4 쉘로 가정, 작용압력 및 외압은  $25kg/mm^2$ 이며 실제 탄소 및 탄소성해석 수행시 요소를 항복시키는데 필요한 압력은 쉘의 평균반경( $R_m$ ), 균열 길이( $a$ ) 등에 따라 파괴거동 및 탄소성 해석을 Fig. 2와 같이 수행했다.

또한 적용재료는 HY-80강으로서 항복강도  $56kg/mm^2$ , 포아손비 0.3, 영율  $2.1 \times 10^4$  등의 물리적 성질을 갖는다.

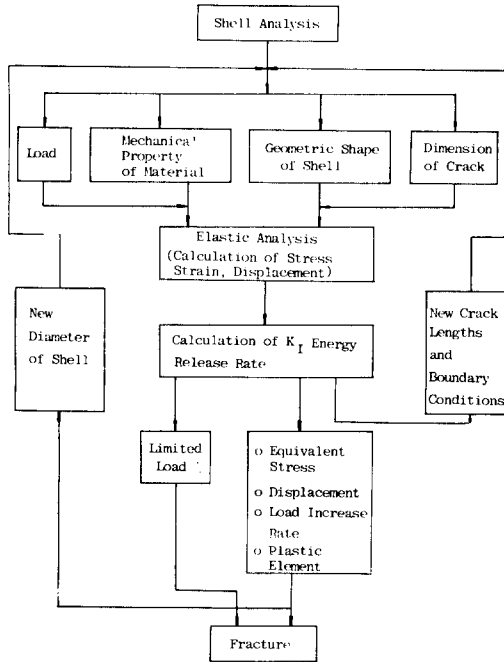


Fig. 2. Fracture behavior and elastic-plastic analysis of shell

2.2 탄소성 응력해석

탄소성 문제는 응력과 스트레인의 관계가 비선형이므로 후크 법칙이 성립하지 않으며 하중을 증분함으로써 각 증분 단계에서 얻은 해를 합산하여 그 때까지의 하중에 대한 해를 구한다.

유한요소법으로 탄소성 해석을 할 때 전스트레인 이론 혹은 스트레인 증분이론을 적용하여 증분형 강성 매트릭스 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[dF] = [K]_P \cdot [d\delta] + [dF_P] \tag{2-1}$$

$$[K]_P = \iint [B]^T \cdot [D^e + DP] [B] \, t \, dx \, dy \tag{2-1a}$$

[dF]; 현재의 요소항복 위해 필요한 외력 증가량

[K]P; 탄소성 상태의 강성 매트릭스

[dδ]; 변위 증가량

$$[F]_i = [F]_{i-1} + [dF]_i \tag{2-2}$$

$$[\delta]_i = [\delta]_{i-1} + [d\delta]_i \tag{2-2a}$$

$$[\sigma]_i = [\sigma]_{i-1} + [d\sigma]_i \tag{2-2b}$$

$$[\epsilon]_i = [\epsilon]_{i-1} + [d\epsilon]_i \tag{2-2c}$$

i, i-1; 증분단계를 표시하는 점자

[F]i; i단계에서 요소를항복시키는 데 필요한 외력

[F]i-1; i-1단계에서의 외력

[δ]i; i단계에서의 변위

[σ]i; i단계에서의 응력

[ε]i; i단계에서의 스트레인

[F]i를 구할 때 각 증분 단계에서 요소를 1개씩 항복시키면서 그 요소를 항복시킬 때 필요한 하중 증분을 결정하는 것으로 Yamada의방법을<sup>10)</sup> 이용했다. 하중 증분 및 항복요소 결정 과정은 다음과 같다.

○ 증분단계중에 처음으로 항복된 요소의 소성응력-스트레인 매트릭스 [DP] 및 탄성요소에 대한 응력-스트레인 매트릭스 [D<sup>e</sup>]를 이용하여 구조물 전체의 강성 매트릭스 [K]i를 구한다.

○ 임의의 하중증분에 대한 [K]i를 이용하여 [dδ]i를 구하고 요소 m의 응력증분을 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_i^m &= (\sigma_x)_{i-1}^m + (d\sigma_x)_i^m \\ (\sigma_y)_i^m &= (\sigma_y)_{i-1}^m + (d\sigma_y)_i^m \\ (\tau_{xy})_i^m &= (\tau_{xy})_{i-1}^m + (d\tau_{xy})_i^m \end{aligned} \tag{2-3}$$

요소 m이 탄성 상태에 존재하면 요소 m의 상당응력 (σ<sub>m</sub>)이 항복응력 (σ<sub>y</sub>)과 동일할 때 항복되며 항복되어지기 위해 필요한 하중증분을 r<sup>m</sup>[dF]i라고 하면 다음 2차 방정식의 근으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} & [(\sigma_x)_{i-1}^m + r^m \cdot (d\sigma_x)_i^m]^2 - [(\sigma_x)_{i-1}^m + r^m \cdot (d\sigma_x)_i^m] \\ & \times [(\sigma_y)_{i-1}^m + r^m \cdot (d\sigma_y)_i^m] + [(\sigma_y)_{i-1}^m + r^m \cdot (d\sigma_y)_i^m]^2 \\ & + 3[(\tau_{xy})_{i-1}^m + (d\tau_{xy})_i^m]^2 = \sigma_y^2 \end{aligned} \tag{2-4}$$

(2-4)식에서 r에 대한 2차 방정식의 해를 구하면 r 값이 최소가 될 때 (r<sub>min</sub>) 최소의 하중 증분으로 요소가 항복되어 진다.

또한 스트레인에 있어서도 응력의 경우와 동일한 과정으로 계산하면 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$\begin{aligned} d\lambda &= \frac{3}{2} \cdot \frac{d\epsilon^P}{\bar{\sigma}} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma} H'} \end{aligned} \tag{2-5}$$

여기에서,

dε<sup>P</sup>; 상당소성 스트레인 증분량

dσ̄; 상당응력 증분량

H'; 스트레인 경화율

2.3. 응력 확대계수

응력확대 계수(Stress intensity factor; K)는 균열면에 하중이 수직으로 작용할 때 KI(Opening Mode), 면내의 전단 응력에 의해 발생되는 KII(Sliding Mode), 면의 전단 응력에 의한 발생되는 KIII(Tearing Mode) 등 3개의 모우드로 구분할 수 있고 본 연구에서는 KI만을 취급하였다. 응력확대 계수를 해석하는 방법은 수치 해석적 방법, 유한요소법을 이

용한 방법 등이 있지만 본 연구에서는 에너지 해방률과 유한요소법을 이용하여 계산하였다. 에너지 해방률은 균열이 전진한 길이만큼 구조물에 존재하는 에너지가 변화하게 되는 것을 이용한 방법으로 스트레인 에너지 밀도  $W$ 는 다음과 같다.

$$W = \iint 1/2(\sigma_x \cdot d\epsilon_x + \sigma_y \cdot d\epsilon_y + \tau_{xy} \cdot d\gamma_{xy}) dx dy \quad (2-6)$$

(2-6)식을 유한요소법에 적용하면 다음과 같다.

$$W = 1/2 \sum_{ij} d\epsilon_{ij}^V \cdot s \cdot t \quad (2.7)$$

여기서,

$d\epsilon_{ij}^V$ ; 가상하중 증분에 대한 스트레인 증분

$t$ ; 단위 두께

$s$ ; 삼각형 요소 면적

탄성 단계에서 응력과 스트레인이 비례하므로 스트레인 에너지의 변화량은 다음과 같다.

$$dU = 1/2 \sum \sigma_{ij} \cdot \epsilon_{ij}^A \cdot s \cdot t$$

$$= 1/2 \sum \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^V \cdot \alpha \cdot s \cdot t \quad (2-8)$$

여기서,

$\epsilon_{ij}^A$ ; 실제 하중에 대한 스트레인

$dU$ ; 실제 하중에 대한 스트레인 에너지 증분

$\alpha$ ; 실제 하중과 가상하중의 비

에너지 해방률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$g = P \frac{\delta}{da} - \frac{dU}{da} \quad (2-9)$$

$$\delta = \lambda p \quad (2-9a)$$

여기서,

$g$ ; 에너지 해방률

$p$ ; 외부 하중

$da$ ; 균열 길이 증가량

$\delta$ ; 변위량

$\lambda$ ; 스프링 정수의 역수

에너지 해방률  $g$ 를 그림으로 설명하면 Fig. 3과 같다.

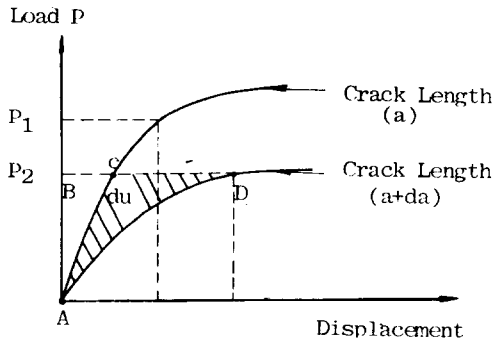


Fig. 3. Energy release rate calculation by total strain method

적용되는 항복하중이  $P_1$ 이고 균열 길이가  $a$ 일 때 스트레인 에너지가  $U_1(\triangle ABC)$ 이며 균열의 길이가  $a+da$ 일 때의 스트레인 에너지는  $U_2(\triangle ABCD)$ 이다.

두 상태의 스트레인 에너지 차이( $U_1-U_2$ ) 즉  $dU(\triangle ACD)$ 는 빗금친 부분에 해당된다. 여기서  $dU$ 는 증가된 단위 균열길이에 무관하기 때문에 균열 전진량을 고려해야 하므로 에너지 해방률  $g$ 는 다음과 같이 된다.

$$g = \frac{\partial U}{\partial a} \approx \frac{dU}{da} \quad (2-10)$$

따라서 평면 스트레인인 경우 응력확대 계수는 다음과 같다.

$$K_1 = \sqrt{g \cdot E / (1 - \nu^2)} \quad (2-11)$$

### 3. 모델설정 및 프로그램 구성

#### 3.1 프로그램 구성

본 연구에 사용한 프로그램은 탄성 해석 및 탄소성 해석을 수행할 수 있으며 Shiradori Mashaki와 Mioshi Junrou<sup>4)</sup>의 프로그램을 셀 구조물에 사용했다.

유니트법, 삼각형 요소를 이용하고 있으며 2차원 평면 응력 및 평면 스트레인 모두 취급할 수 있다. 또한 탄소성 문제에서는 스트레인 증분이론과 전 스트레인 이론 Von. Mises 항복 조건, 하중 증분법을 이용하고 있다.

#### 3.2 모델설정 및 요소분할

많은 사람들이 연구대상으로 취급했던  $R_m$ (셀의 평균직경)/ $t=10.0$ 모델과 셀의 직경 변화에 따른 파괴 거동을 검토하기 위하여  $R_m/t=15.0, 20.0$ 의 모델을 사용하고 두께는 일정한 20mm로 설정하였다. 이러한 원통은 원점에 대하여 축대칭이므로 1/4만을 해석하여도 원통 전체의 상황을 알 수 있다. 따라서 원통의 원점에 직교좌표의 원점을 두고 외측표면 균열의 움직임을 두께 방향으로만 가정하는 평면 스트레인으로 취급하였다. 또한 균열은 외측표면 균열로서  $a/t=0.3, 0.4, 0.5$ 가 되도록 하였고 경계조건을 Fig. 4와 Table 1에 나타내었다.

요소의 크기는 작을수록 더 정확한 결과를 기대할 수 있으나 구조물 해석에 있어서는 컴퓨터의 용량 및 소요경비 등의 이유 때문에 너무 작은 요소를 사용하기 어렵다. 일반적으로 구조물 해석에서 관심부위는 1mm 길이의 요소를 많이 사용하고 있는데, Lomacky<sup>7)</sup>는 1.5mm 길이의 삼각형 요소로 셀의 파괴 거동을 해석하였다.

본 연구에서는 Fig.4에서 보인 바와 같이 균열근방의 요소는 한 변의 길이가 1mm인 삼각형 요소로 분할하고 다른 부위는 2.0~6.33mm 길이의 삼각형 요소로 분할했다. 총 요소수는 336개, 절점수는 206

개, 유니트 수는 9개로 모델링하였다.

셸 전체의 균일분포 하중을 내압인 경우는 셸 내부에 위치한 절점에 x방향, y방향의 집중 하중으로 가정하여 모델링하였다. 계산방법은 다음 식에 의해 계산하였고 상세한 모델링 내용은 Table 1과 같다.

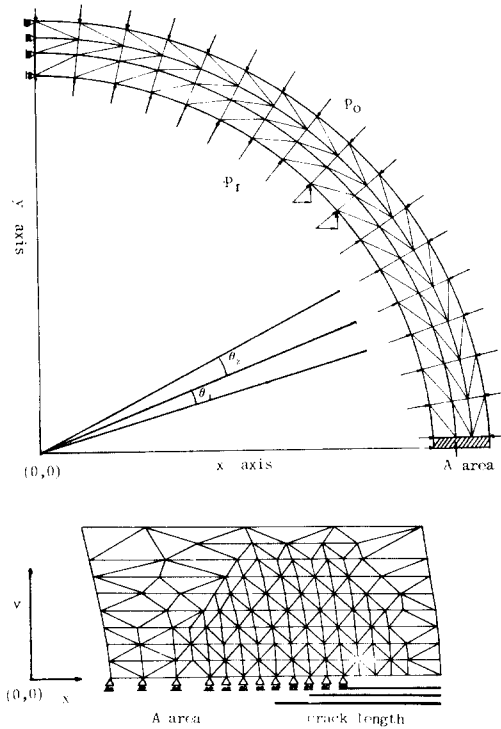


Fig.4. Modeling

4. 수치해석에 관한 결과 고찰

John Oglesby와 Oles Lomacký<sup>7)</sup>는 내압이 작용하는 원통을 2차원 평면 스트레인, 축대칭으로 설정하였다. 이때 유한요소법을 이용하고  $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.3, 0.4, 0.5$ 인 경우에 응력확대 계수를 구했다. 또한 이 응력확대 계수  $K_I$ 를 평가할 때에 Timoshenko-Goodier 공식<sup>10)</sup>에 의하여 계산한 막응력(Membrane Stress)과 균열 길이  $a$ , 셸의 기하학적 형상을 고려해야 하므로  $K_I$ (Stress Intensity factor Evaluation)는 응력확대 계수와  $\sigma_M \sqrt{\pi a}$ 의 비로써 나타낼 수 있다.

본 연구에서 내압과 외압을 받을 때 Table 1에 보인 모델들에 대해 동일한 응력확대 계수 평가방법을 이용하여  $K_I$ 를 계산했다. 이 결과 중 Lomacký 연구 결과<sup>7)</sup> Kobayashi 해석 결과<sup>7)</sup>와 비교하기 위하여  $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.3, 0.4, 0.5$  모델에 대한 것을 Table 2에 나타냈고 Lomacký와 Kobayashi 결과를 Fig.5에서 비교 검토했다. 길이가 증가함에 따라  $K_I$  값이 증가하는 경향이다. 이것은 균열길이가 커지면 균열선단이 외력에 대해 저항력이 약해진다는 것을

Table 1. Modeling content

□ : Part of elastic-plastic analysis

Content	Rm/t		10.0			15.0			20.0						
	Load		Outer Pressure	Inner Pressure		Outer Pressure	Inner Pressure		Outer Pressure	Inner Pressure					
Crack Length	6	8	10	6	8	10	6	8	10	6	8	10	6	8	10
Boundary Condition	16	14	12	16	14	12	16	14	12	16	14	12	16	14	12
a/t	0.3	0.4	0.5	0.3	0.4	0.5	0.3	0.4	0.5	0.3	0.4	0.5	0.3	0.4	0.5
Number of Node at Crack Surface	7	9	11	7	9	11	7	9	11	7	9	11	7	9	11
Shell Diameter	400		400	600		600	800		800	800		800	800		
Total Node	206		206	206		206	206		206	206		206	206		
Total Element	336		336	336		336	336		336	336		336	336		
Total Node of Acted Load	52		52	52		52	52		52	52		52	52		
Total Unit	9		9	9		9	9		9	9		9	9		
Shell Thickness	20.0		20.0	20.0		20.0	20.0		20.0	20.0		20.0	20.0		

Table 2. The calculation of  $\bar{K}_I$  ( $Rm/t=10.0$ )

Content	Pressre $a/t$	Inner Pressure			Outer Pressure		
		0.3	0.4	5.0	0.3	0.4	0.5
Pressure ( $kg/mm^2$ )		22.75	16.75	15.75	22.25	16.0	15.0
$\bar{K}_I$		163.22	171.29	230.55	148.31	155.01	200.87
$\sigma_M(kg/mm^2)$		26.3	19.1	17.9	25.7	18.2	17.0
$\sigma_M \sqrt{\pi a}$		114.14	95.69	100.24	111.54	91.18	95.2
$\bar{K}_I(K_I/JM \sqrt{\pi a})$		1.43	1.79	2.30	1.33	1.70	2.11

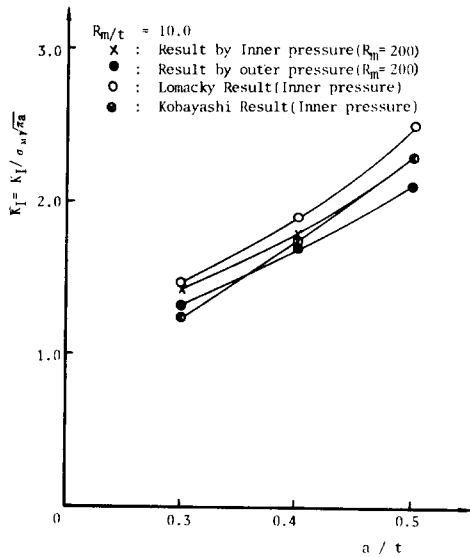


Fig. 5.  $\bar{K}_I$  Value

알 수 있다. 또한 본 연구결과는 Lomacky의 유한요소법에 의한 해석결과 보다 다소 작은  $K_I$  값을 나타내고 있는데 Lomacky는 1.5mm 삼각형 요소를 사용했지만 본 연구는 1mm 삼각형 요소를 사용했으므로 정도를 높일 수 있었다고 판단된다. Kobayashi의 수학적 해석결과와는 유사한 값을 보이고 있다.

본 연구의 2.2절과 2.3절에서 보인 바와 같이 응력 확대계수는  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ , 변위에 의하여 계산되고 Fig.5에서 보인 바와 같이 응력확대 계수가 타당성있게 평가되었으므로, 상당응력, 변위 등의 평가도 타당하다고 생각된다. 본 연구에서는 균열근방 즉 Fig.4 A구역의 상당응력을 중점적으로 해석했으며 Von. Mises 항복조건에 의해 상당응력을 계산했다. 여기에서 상당응력이 재료의 항복강도( $56kg/mm^2$ )에 도달하면 소성으로 판정되며 항복강도 이하의 상당응력 크기와 분포는 다음 소성의 발생가능 부위와

응력분포를 알 수 있는 자료가 된다.

본 연구의 결과, 상당응력은 균열 선단 근방과 원통의 내측벽 근처에서 높았고 원통의 외측벽은 상당히 낮은 값을 나타내고 있다.

또한  $Rm/t$ 가 동일할 때 균열길이가 길어질수록 원통의 직경이 커질수록 점점 균열선단 근방에서 높은 상당응력값이 됨을 알 수 있었고 내외값 두 경우 모두 비슷한 경향임을 알 수 있었으며 해석결과와의 대표적인 것이 Fig.6~Fig.11이다.

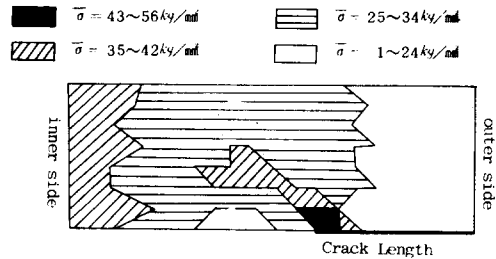


Fig. 6. Stress distribution by outer pressure ( $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.4$ )

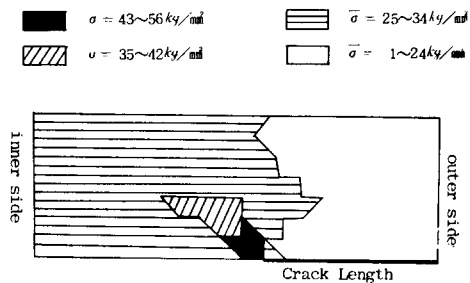


Fig. 7. Stress distribution by outer pressure ( $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.5$ )

Fig. 6, 7은  $Rm=200mm$ 이고 외압일 때  $a/t=0.4$ , 0.5인 경우로서 응력분포는  $a/t=0.5$ 가 균열선단 부근에서 큰 응력임을 보인다.

Fig. 8,9는  $Rm=300mm$ ,  $a/t=0.3$ 인 경우로서 외

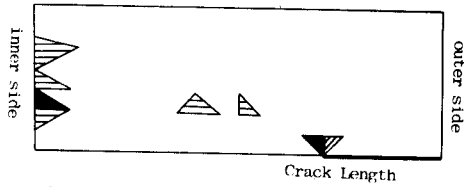


Fig. 8. Stress distribution by inner pressure ( $Rm/t=15.0, a/t=0.3$ )

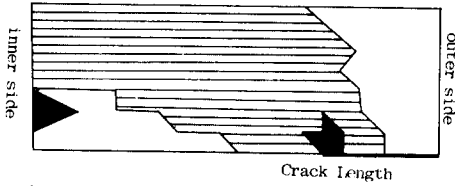


Fig. 9. Stress distribution by outer pressure ( $Rm/t=15.0, a/t=0.3$ )

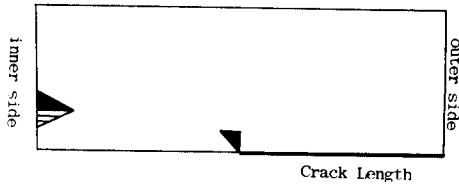


Fig. 10. Stress distribution by inner pressure ( $Rm/t=15.0, a/t=0.4$ )

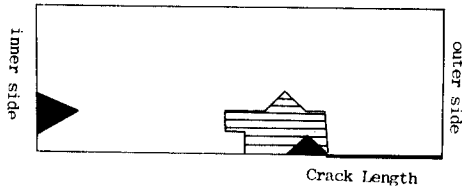


Fig. 11. Stress distribution by outer pressure ( $Rm/t=15.0, a/t=0.4$ )

압이 내압에 비해 큰 응력이 나타남을 보인다. Fig. 10, 11은  $Rm=300mm, a/t=0.4$ 인 경우에도 외압이 큰 응력을 발생시키고 있다.

이렇게 균열선단 근방에서 높은 상당응력이 발생하는 것은 파괴역학 이론에 부합되는 것이며 원통 내측에서의 높은 응력분포는 Timshenko-Goodier의 이론<sup>1)</sup>과 부합된다.

탄소성 해석은 파괴의 시발을<sup>11)</sup> 예측하기 위한 목적으로 균열 문제를 취급할 때 상당한 비중을 차지하고 있다. 평판이 외측균열을 가지는 경우 항복은 항복구역 외측의 응력분포에 영향을 받게 되고 이미 항복된 구역의 형상에 따라서 달라지게 된다.

Tresca와 Von. Mises<sup>10)</sup>은 균열을 가지지 않고 내

압을 받는 원통이 완전 탄성체, 탄성 및 소성의 경계구역이 비압축성,  $\epsilon_s=0$ 라고 가정했다. 이때 내압이 증가하여 항복조건을 만족하면 Fig. 12와 같이 소성영역은 내측 벽쪽이고 외측 벽쪽은 탄성영역이 됨을 보여주었다.

여기서  $P^*=\tau[1-(a/R)^2]$ 로서 전단응력과 두께, 직경 등의 변수에 따라 탄성 및 소성구역이 달라짐을 보여주었다.

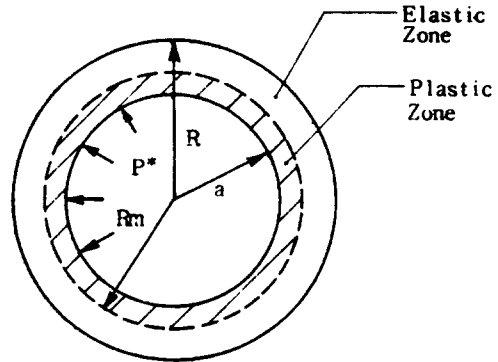


Fig. 12. The plastic zone under inner pressure load (Tresca and Von Mises)

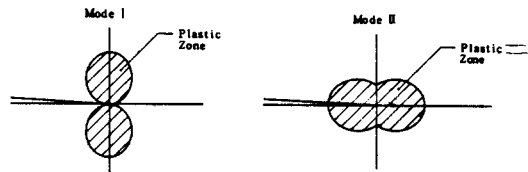


Fig. 13. The plastic zone of Mode I and Mode II near crack tip (plain strain)

Fig. 13은 탄성응력 분포가 항복과 포아손 비의 변화에는 영향이 없고 평면 스트레인으로 가정할 때, Von. Mises 항복조건 이상이 될 경우의 모드 I, 모드 II의 소성상태를 나타낸 것이다. 또한 전체 소성상태는 이 두 모드의 소성상태가 합쳐진 상태로 표시할 수 있다고 F. A McClintock와 G. R Irwin<sup>12)</sup>이 제한했다. 또한 그들은 소성구역이 소규모, 즉 균열길이에 비하여 소성구역이 작고 균열 길이가 길어질수록, 응력상태가 높을수록 소성구역은 더 커짐을 보여주었다. 이러한 결과는 탄성응력 분포가 소성 및 탄성구역의 경계조건으로 나타날 때 소성진행 방향의 경향은 작용응력, 균열길이에 의존하며 균열 선단의 한쪽면에 대하여 약 45° 이내가 소성구역으로 발생했음을 보여주었다.

본 연구에서, 쉘의 탄소성 해석은 균열선단 근방 및 쉘 내측 벽의 소성, 소성 진행 방향, 소성에 필요한 하중 증가율, 소성이 증가됨에 따른 균열면상의 변위 등을 해석했으며 균열근방 즉 Fig. 4에서 A구역을 집중적으로 해석하였다.

Fig. 14~Fig. 17은 내압이 작용할 때 하중 증가에 따른 소성구역과 소성 진행방향을 표시한 것으로  $Rm/t$ ,  $a/t$ 에 따라 소성에 필요한 하중이 다르긴 하지만 전체적인 경향은 균열선단 근방에서 최초로 소성이 발생하기 시작함을 알 수 있었다. 또한 그다음 쉘 내측에서 소성이 발생하였고 쉘의 외측벽은 소성이 발생하지 않았다. 여기에서 1 step(8번째 요소항목), 2step(16번째 요소항목), 3step(24번째 요소항목), 4step(32번째 요소항목)으로 표시했다.

Fig. 14, 15는  $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.4$ , 0.5일때의 소성단계이고, Fig. 16은  $Rm/t=15.0$ ,  $a/t=0.5$  일 때의 소성단계로서 다른 모델들도 유사한 소성경향이 다. 이것은 Fig. 13에 나타난 것과 같이 F.A. McClintock와 G.R. Irwin의 균열선단 근방의 소성현상과 Fig. 12에 표시된 Tresca, Von Mises의 쉘 내측

벽 소성현상이 합쳐진 상태로 본 연구의 소성해석결과가 나타남을 알 수 있었다.

탄소성 구역 및 소성구역은 균열선단과 내측벽 사이에서 발생하며 그들의 범위는 Fig. 14~Fig. 17 각각의 4step에서 균열선단과 소성구역의 근사 도심점을 이은 선과 x축(균열면과 일치)의 각도를 계산했다.

$a/t$ 가 증가될수록 소성구역 및 탄소성 구역이 점점 커지고  $Rm/t$ 가 증가될수록 그들의 구역이 더욱 커졌다. 그리고  $Rm/t=20.0$ ,  $a/t=0.5$ 일 때 탄소성 구역은  $0\sim 65.99^\circ$ 로 최대를 보인다.

내압이 쉘에 작용할 때 각 모델들의 탄소성 구역 및 소성구역은 Table 3과 같다.

Fig. 18, 19는 Fig. 4의 A구역 요소가 항복이 진행됨에 따른 균열면상의 변위를 나타낸 것으로 14번째 요소의 항복(14 stage)이 발생한 후에는 균열면상의 변위가 미소하게 변화하는 경향을 보였다.

균열의 길이에 따라 차이는 있지만  $Rm/t=10.0$ 에서  $a/t=0.3, 0.4, 0.5$ 일 때 최대 변위는  $0.15 \times 10^{-1} mm$ ,  $0.27 \times 10^{-1} mm$ ,  $0.39 \times 10^{-1} mm$ 로 계산되었다.

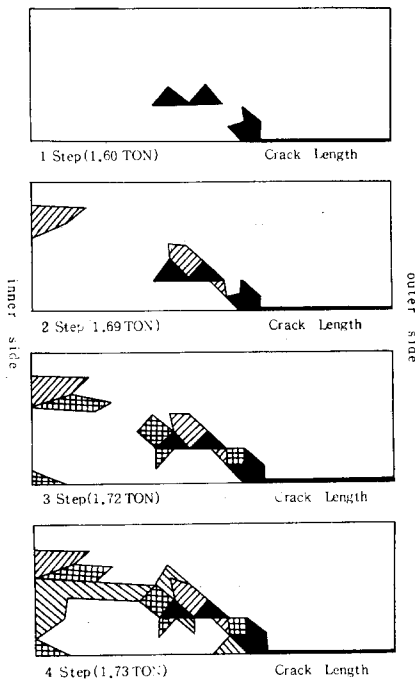


Fig. 14. Plastic step by inner pressure ( $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.4$ )

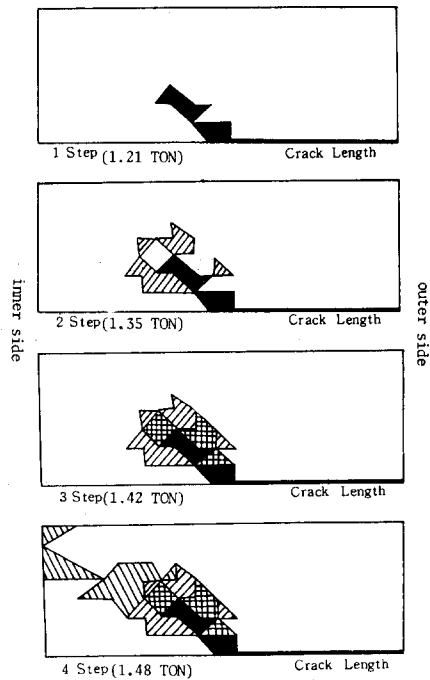


Fig. 15. Plastic step by inner pressure ( $Rm/t=10.0$ ,  $a/t=0.5$ )



1 Step Plastic Zone      3 Step Plastic Zone  
 2 Step Plastic Zone      4 Step Plastic Zone

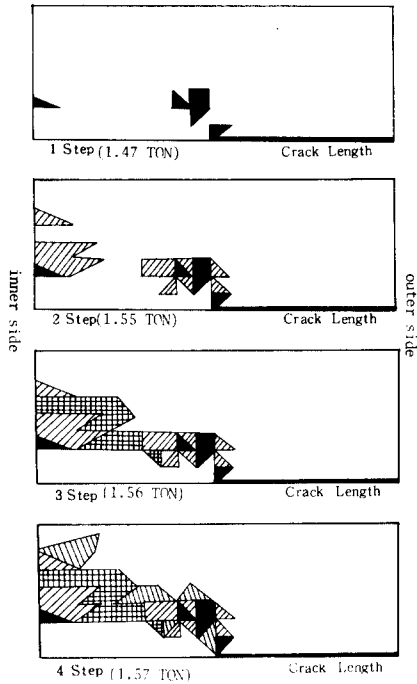


Fig. 16. Plastic step by inner pressure ( $R_m/t = 15.0$ ,  $a/t = 0.5$ )

1 Step Plastic Zone      3 Step Plastic Zone  
 2 Step Plastic Zone      4 Step Plastic Zone

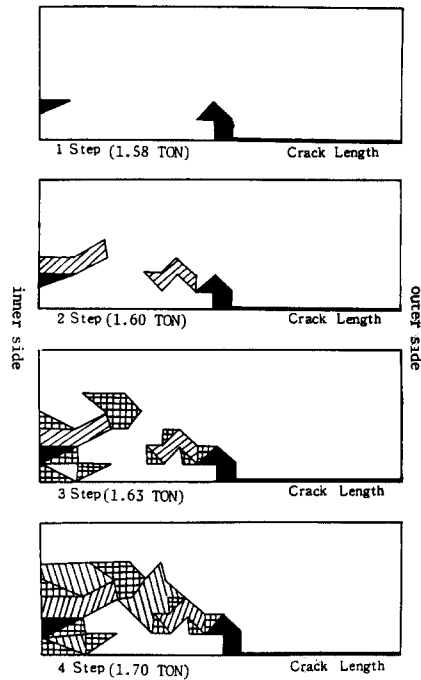


Fig. 17. Plastic step by inner pressure ( $R_m/t = 20.0$ ,  $a/t = 0.5$ )

Table 3. Elastic Plastic range

Load	$R_m/t$	$a/t$	Elastic-Plastic Zone	Plastic Zone
Inner Pressure Load	10.0	0.3	0-42.75°	0-38.0°
		0.4	0-46.76°	0-42.35°
		0.5	0-51.58°	0-47.57°
	15.0	0.3	0-54.28°	0-50.01°
		0.4	0-58.35°	0-54.28°
		0.5	0-62.81°	0-59.07°
	20.0	0.3	0-61.87°	0-58.05°
		0.4	0-65.38°	0-61.87°
		0.5	0-69.18°	0-65.99°

또한  $R_m/t = 15.0$ 이고  $a/t = 0.3, 0.4, 0.5$ 일 때는  $0.1 \times 10^{-1}mm, 0.2 \times 10^{-1}mm, 0.29 \times 10^{-1}mm$ 로 해석되었다.

이것은 균열의 길이가 길어질수록 균열면상의 변위는 증가되어지고, 셀의 직경이 클수록 동일한 조건에서 균열면상의 변위는 증가한다는 것을 알 수 있었다.

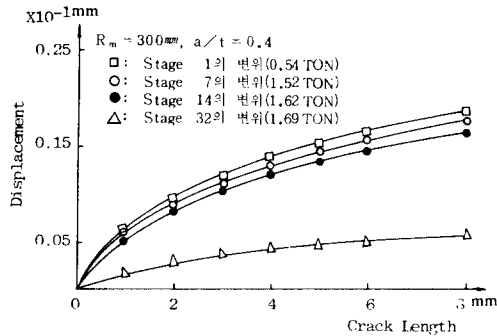


Fig. 18. Displacement near crack surface of stage ( $R_m/t = 15.0$ )

Fig. 20~Fig. 22는 Fig. 4의 A구역 요소가 반복이 진행될 때 작용압력( $P = 25kg/mm^2$ )에 대한 하중 증가율을 나타낸 것으로 5번째 요소가 반복(5 stage)될 때까지는 다소 큰 하중증가율을 나타내고 있지만 그 후 요소가 반복될 때에는 미소한 하중증가율의 경향을 보였다. Fig. 20은  $R_m/t = 10.0$ 으로  $a/t = 0.3$ 인 경우 작용압력( $25kg/mm^2$ )의 1.6배의 하중증가율 최대값을 보였고  $a/t$ 가 커질수록 하중증가율은 감소하여

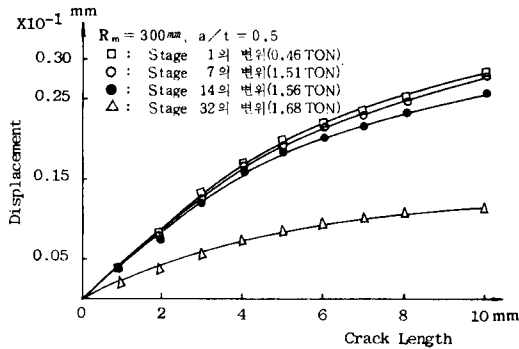


Fig. 19. Displacement near crack surface of stage ( $R_m/t=15.0$ )

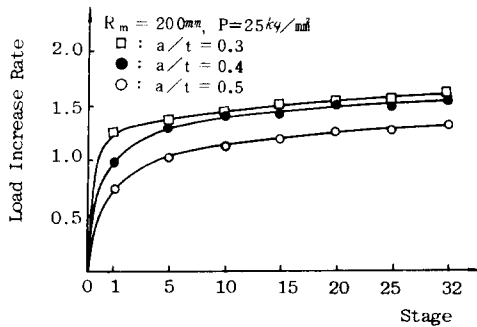


Fig. 20. Yielding load increase rate ( $R_m/t=10.0$ )

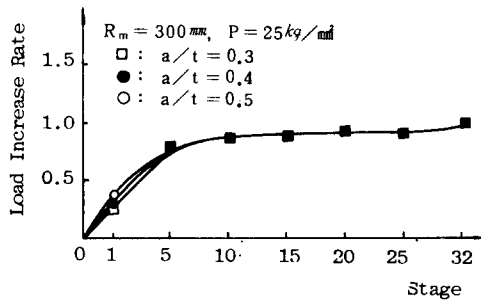


Fig. 21. Yielding load increase rate ( $R_m/t=15.0$ )

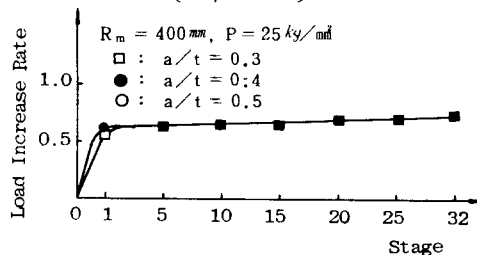


Fig. 22. Yielding load increase rate ( $R_m/t=20.0$ )

작용압력의 1.6배(약  $40\text{kg/mm}^2$ )에서 거의 하중증가 없이도 소성발생이 계속되는 수렴현상을 보였다.

Fig. 21은  $R_m/t=15.0$ 으로서 균열길이에 무관하게 5 번째 요소가 항복(5 stage)될 때까지 하중증가율이 증가하고 그 후에는 미소한 증가를 보였다. 이 경우는 작용압력의 0.9배(약  $22.5\text{kg/mm}^2$ )에 수렴하는 현상을 보였다.

Fig. 22는  $R_m/t=20.0$ 으로 균열길이에 무관하게 하중증가율이 미소한 양으로 증가했으며 작용압력의 0.7배( $17.5\text{kg/mm}^2$ )에 수렴하는 현상을 보인다.

이 결과로부터 다른 조건이 동일하고 셸의 직경만이 다를 때에는 셸 직경이 작을수록 항복시키는데 필요한 하중은 커져야 한다. 이것은 원통해석시 막응력 계산결과와 동일한 경향이다.

### 5. 결 론

내압 혹은 외압을 받는 압력용기의 탄소성 해석 및 파괴거동을 유한요소법과 파괴역학 개념을 도입하여 해석하였다. 본 연구 해석방법 및 결과는 압력용기, 외압을 받는 선박의 선체, 항공기 동체, 원자로 등의 원통형상의 구조물 설계시 적용가능할 것이다.

본 연구에 의해 얻은 주요 결론은 다음과 같다.

- 1) 내압을 받고 균열을 포함하는 원통의 소성영역은 균열선단 근방에서 먼저 발생하고 다음에 내측벽에서 발생하여 탄소성 영역이 균열선단과 내측벽 사이에서 확대됨을 알 수 있었다.
- 2) 응력확대 계수( $K_I$ )와 막응력을 이용하여 원통의 응력확대 계수 평가가 가능함을 확인하였고 본 연구의 결과는 Lomacky, Kobayashi 해석 결과와도 유사한 경향임을 보였다.
- 3) 균열선단 근방과 원통의 내측벽에서 높은 응력이 작용하고 있으며, 원통의 재원이 동일하고 균열 길이가 길어질수록 균열선단 근방과 원통 내측벽의 일부분만 높은 응력이 나타남을 알 수 있었다.
- 4) 균열 선단 근방의 변위는 균열길이가 길어질수록 둔한현상을 보이고 원통의 외측표면 균열에 대해 내압이 외압보다 변위가 약간 작음을 알 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. W. D. Graziano and G. E. Fitch, J. r., "Initiation and Growth of Fatigue Cracks and Residual Strength of the F-100 Wing", ASTM (Ame-

- rican Society for Testing and Materials) STP No. 486. p. 144-163, 1971.
2. W.H. Munse, W.H. Brucker, A.J. Harsmann et al., "Studies of the Fatigue Behavior of Butt-welded Joints in HY-80 and HY-100 steels", University of Illinois Urbana Nov. 19 64.
  3. G. Sorkin, C.H. Pohler, A.B. Stavoy, F.F. Borriello, "Fatigue and Fracture for Design and Certification of Advanced High Performance Ship", J. of Engineering Fracture Mechanics Vol. 5, p. 307-352, 1973.
  4. 白鳥正樹·三好俊郎·松下久雄, "수치과괴역학", 실교출판주식회사, 1980.
  5. 宮本博, "유한요소법과 파괴역학", 일본 철구조 협회.
  6. Kobayashi, A.S. Polvinicha. N. Emery et al., "Inner and outer Crack in internally pressurized Cylinders", J. Pres. Ves. Techn., ASME Vol. 99, p. 83-89, 1977.
  7. John J. Dglesby and O. Lomacky. "An Evaluation of Finite Element Methods for the Computation of Elastic Stress Intensity Factors". AD 735-874, Naval Ship Research and Development Center. 1971.
  8. O. Lomacky and H. Vanderveldt. "Critical Fracture and Fatigue Analysis", AD 742-753, Naval Ship Research and Development Center, 1972.
  9. T. Watanabe, K. Tagata et al., "J-Integral Analysis of plate and shell Structures with Through-Wall Cracks using Thick Shell Element", 1985년. 한일기술 심포지움.
  10. Yamada Ga Jonu, "소성해석", Chapter 4(탄소성해석의 해).
  11. P. D. Hilton and G. C. Sih "Calculation of Stress Intensity Factors", Chapter. 8.
  12. F. A. McClintock and G. R. Irwin, "Plasticity Aspects of Fracture Mechanics", ASTM STP No. 381, p. 84-128, June, 1964.
  13. N. Miyazaki and K. Shibata et al., "Stress Intensity Factor Analysis of Surface Cracks in Three-dimensional Structures", 1985년 한일기술 심포지움.
  14. N. A. Fleck, C. S. Shin and R. A. Smith, "Fatigue Crack Growth under Compressive Loading", J. of Engineering Fracture Mechanics, Vol. 21, No. 1, p. 173-185, 1985.
  15. CLIVE L DYM, "Introduction to the Theory of Shells", Department of Civil Engineering Carnegie-Mellon University. Pittsburgh. Pennsylvania. Chapter I. II. III.
  16. T. Reynolds. O. Lomacky and M. Krenzke "Design and Analysis of small Pressure Hull" Computer & Structure, Vol. 3, p. 1125-1143, 1973.
  17. W. W. Wilkening, H. G. deLorenzi, M. Barishpolsky, "Elastic-plastic Analysis of Surface Flaws in a Reactor Vessel", Journal of Pressure Vessel Technology vol. 106, p. 247-252. Aug. 1984.
  18. 엄동석·강성원, "A Study on the Behavior of Elastic-Plastic Stress Distribution in Front Fillet Welds by F.E.M", 부산대학교 공과대학 생산기술연구소 보고서 제11, 1976. 12.