

# 동역학에 대한 교과과정

廉 榮 一

포항공과대학 기계공학과 교수



●1942년 1월 2일생  
●기구학 및 동력학을 전공하였으며, 특히 생체역학에 많은 관심을 가지고 있다.

## 1. 미국의 공과교과과정 인가제도

한 교과과정을 논의하자면 논의할 기준이 필요하다. 그러한 기준을 설명하기 위하여 미국에서의 공학교육에 적용되고 있는 인가제도에 관해 알아보기로 하겠다. 미국 문교부의 인정을 받고 1935년 이후 공과교육에 지대한 영향을 끼친 ABET(Accreditation Board for Engineering and Technology)는 그 목적을 (1) 학위를 받기위한 적절한 교과 과정 인가를 체계화하고 실천하며 한 교육기관이 교육과정을 계획함을 협조하며, (2) 공과 이외에 연관된 전문인의 지적 향상을 도모하며 인가에 필요한 공과가 연관된 기관에 기술적 지원을 함으로 하고있다.

인가제도의 목적은 (1) 해당 교육기관이 인가를 받기 위한 기본조건을 갖추고 있음을 관심 있는 일반인, 학생, 교육기관, 학회, 고용주 그리고 정부기관에 알리기 위함이며, (2) 공과에 관련된 교과과정의 향상을 위한 지침을 제공하고, (3) 미국내 공과교육에 질적향상을 도모하여 있다.

평가방법은 (1) 해당 교육기관이 ABET이 마련한 소정의 설문서를 작성 제출함으로 시작되며, (2) 다음으로 중요한 것은 ABET팀의 방문이다. 이 on-site visit은 설문서 작성에서술이 힘든 공학교의 학구적인 분위기, 교수와 학생들의 사기(morale) 그리고 직원과 학생의

질을 파악함과 아울러 학사운영, 입학규정, 교수의 강의부담, 실험실 상황, 재정적 보조, 교과과목등을 면밀히 검토함에 노력한다. 보통 방문(on-site visit)팀은 5명 정도로 구성되며 어느 한 공과대학의 학장이 위원장이 되는 경우가 많고 다른 멤버들은 교육경험이 많은 교수들로 팀이 짜여져 있다. ABET팀을 맞이하는 과는 그 준비를 1년전부터 하는 것이 상례이다. 학생에게 가르킨 교과서, 교과내용, 숙제와 시험을 성적의 상, 중, 하로 구분하여 모아 놓아야 하며 최선을 다한다.

학교를 방문한 평가팀은 3일을 머무르면서 모든 자료를 검토하고 학생들, 교수들과도 면담을 하며 정보를 얻어낸다. 이들이 시행하는 평가기준은 첫째로 교과과정이다. 대학의 공과교육은 교양과정을 마치고 반년의 3각함수 이후의 수학, 반년의 기초과학, 1년의 공과과학 그리고 반년의 공과설계로 구성되어야 한다. 여기서 반년은 보통 16학기당 시간을 의미한다. 이중 설계는 요즘 미국 공과대학 교육에 중요한 부분을 차지하고 있으며 꼭 까다롭게 요구하고 있다. 교과과정은 점진적으로 짜여져야 하며 해석(analysis)과 실험적 공부가 병행되어야 한다. 궁극적 평가기준은 그 대학 졸업생들이 전문인으로 활동하는데 지장이 없어야 한다. 둘째로 교수인데, 교수의 인원수, 자격, 강의시간등이 검토된다. 셋째로 학생이다. 이는 학생의 질 주로 입학 당시 SAT(Scholastic Aptitude Test) 성적을 분석하며 특히 졸업생

들의 활동을 조사한다. 넷째 기준은 행정이다. 행정의 4대요소는 (1) 교수의 임용, 감독 및 보조역할, (2) 학생 선발 및 보호감독, (3) 교수학생을 위한 시설운영, (4) 공중에 공정하게 학위의 현황을 알리는 것이다. 다섯째로 중요한 평가기준은 해당 대학의 시설이다. 적절한 실험실, 강의실, 도서관, 컴퓨터시설 등이 공과교육에 충분하도록 구비가 되어야 한다.

이러한 까다로운 인가절차를 거치고 나면 해당 학과는 인가결정이 나면 인가를 가(可)로 받는 경우 3년과 6년이 있다. 6년이 최대를 받을 수 있는 연한이며 3년의 경우는 무언가가 부족하다는 이유이며 결과보고서에 의해 부족한 점을 보완하고 3년후 다시 ABET에 연락을 하고 재인가를 받아야한다. “불인가” 결정의 경우 해당과의 졸업증서는 법적 효력을 잃게 되며 학생에게도 많은 지장을 초래하게 된다. 불공정하게 평가되었다고 인정되는 경우 항소(appeal)을 30일 이내로 할 수 있다. 이렇듯 미국의 공과대학 모든 학과는 정기적으로 ABET의 평가를 받으며 따라서 어느 대학을 졸업하여도 학생의 학문적 배경이 다소 차이는 있으나 대체적으로 통일이 되어있는 것이 특징

이다. 이 ABET제도는 미국 공과교육이 항상 최선을 다할수 있게 하는 좋은 제도라고 사료된다.

## 2. 동역학

공학의 기본을 이루고 있는 Newton의 역할은 고체역학과 유체역학으로 분류가 되며 고체역학은 다시 정역학과 동역학으로 세분된다(그림 1).

그림 1에서 보는 바와 같이 역학의 경우 교과교육내용은 도표에서의 순위대로 공과과정이 짜여져 있다. 즉 기초과학, 수학 및 교양과목이 끝나면 2학년 1학기에 정역학, 2학기에 동역학, 3학년 1학기에 재료역학, 2학기에 유체역학으로 이어지는 것이 상례이다.

그중 동역학은 가속의 운동을 가진 물체를 다루는 학문으로 다시 두 부분으로 나누어진 다. 하나는 운동학(kinematics)이고 다른 하나는 운동역학(kinetics)이다. 운동학은 운동 자체 즉 속도, 가속도만을 취급하며 운동역학은 운동을 일으키는 힘과 그 결과로 생기는 운동을 연관짓는 학문이다.

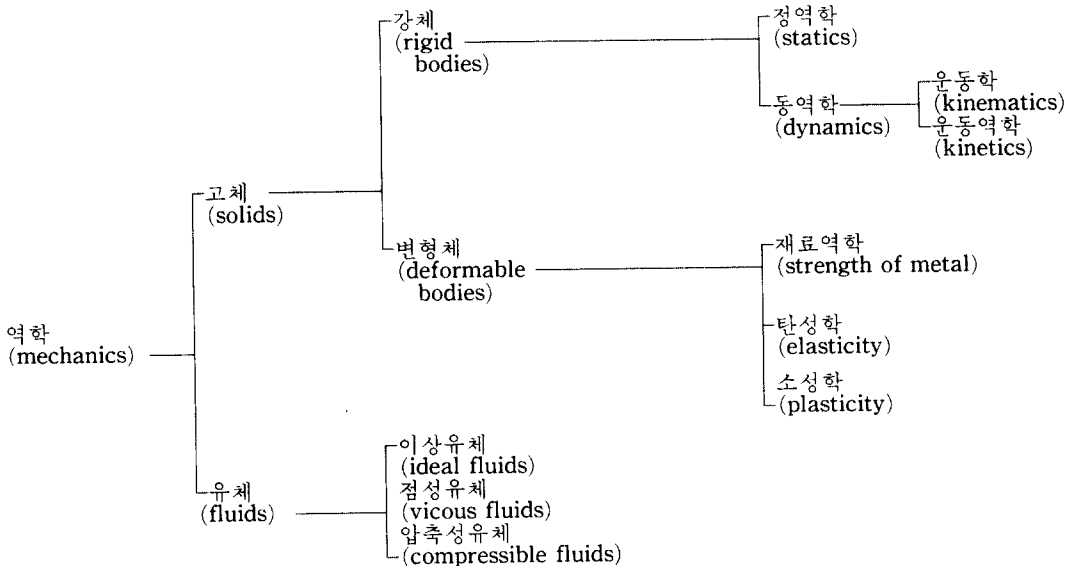


그림 1 Newton의 역학

역사적으로 동역학의 시작은 자유낙하를 실험으로 연구하고 진자운동을 주의깊게 관찰한 Galileo(1564~1642)로 부터 시작되었다고 보며, 곧이어 만유인력과 운동법칙을 제창한 Newton(1642~1727)에 의해 확고 부동의 학문으로 체계를 이루었다. 그 후 Bernoulli(1667~1748)의 Virtual work의 법칙, De Moupertius의 Least action의 법칙, Euler(1707~1783)의 강체의 운동방정식, D'Alembert(1717~1783)의 D'Alembert 법칙, Lagrange(1736~1813)의 Lagrange운동방정식, Coriolis(1792~1843)의 Coriolis가속도 발견, Hamilton(1805~1865)의 Hamilton의 법칙, Einstein(1897~1955)의 상대성이론 등으로 연이어 지면서 오늘날에 이르고 있다.

### 3. 동역학의 학부교육과정 내용

동역학의 학부과정은 주로 2차원을 다루며 크게 질점 동역학(particle dynamics)과 강체 동역학(rigid body dynamics)으로 나눈다. 동역학의 교과서는 거의 다 질점 동역학으로 시작되며 질점의 운동을 이해하는 과정에서 위치, 속도, 가속도의 개념을 알게된다. 여기서 중요한 것은 여러 좌표계의 소개와 절대 및 상대운동의 개념이다. 다음은 질점운동역학으로 Newton의 운동법칙을 이용한 운동방정식 유도 및 해석, 일과 에너지, 역적과 운동량(impulse and momentum)이 주된 내용이다. 다음으로 강체 동역학도 질점 동역학과 유사한 분류로 나누어져 있다. 한가지 유의할 점은 강체 운동학에서 회전축에 대한 상대운동이 가르치는 입장에서 특별한 배려가 필요하다. 충분한 예제와 Coriolis 가속도를 보여줄 수 있는 실험을 강의실에서 보여줄 수 있으면 좋으리라 생각된다.

교과서의 선택도 중요하다. 동력학의 교과서는 시대에 따라 예제와 문제도 변화하였음을 알 수 있다. 1960년 이후 인기가 있는 J.L. Merriam의 동력학은 당시 상황에 부응키 위

해 많은 문제가 우주항공에 치우치고 있음을 볼 수 있다. 또한 옛날의 딱딱한 느낌을 주는 교과서에서 탈피하여 색깔을 이용한 그림 예제들은 심리적으로 학생에게 친근감과 위압감을 해소하고 있는 것도 사실이다.

### 4. 선수과목과 시기

학생의 입장에서 동역학을 택하기 위하여서는 동역학을 이해하기 위한 기초과학의 기반이 있어야 한다. 학부 1년생에 일반물리 I과 calculus I과 II, 2학년에 calculus III와, 그리고 정역학이 끝나야 무리없이 동역학을 택할 수 있다. 미국의 경우 기계와 이외에 타 공과 학과에서도 정력학, 동력학을 필수로 요구하는 대학이 많다. 지도하는 교수 입장에서는 필요한 수학은 물론 정력학은 꼭 택하도록 지도하여야 한다. 정역학의 자유물체도(free-body-diagram)를 이용한 문제 풀이는 동력학 특히 운동역학 분야에서 중요한 위치를 차지한다. 한국의 많은 대학에서 정역학을 제외하고 고체 역학으로 합친 경우를 왕왕 보아왔는데 이는 시정되어야 할 줄 안다. 또한 동역학을 교수하는 시기도 어느 대학은 1학년 과정에 넣어놓은 예를 더러 보았는데 선수(prerequisite) 관계상 대학 2년 2학기가 최적이라고 보는 견해가 대부분이다. 미국의 경우 63개 대학의 설문조사 결과 기계과 교과과정표가 표 1에 나타나 있다. 한가지 알아두어야 할 것은 기계 시스템이 대부분 강체(rigid body)로 구성이 되었으며 많은 응용에 강체 동역학이 요구된다. 그러나 대학과정의 동역학은 운동학의 첫 단계인 위치 해석(position analysis)이 포함이 안된 상태에서 주로 속도, 가속도를 구하는 문제로 구성 되어 있다. 이 경우 위치해석은 주어진 조건이거나 아니면 쉽게 구할 수 있게끔 되어있다. 그림 2는 흔히 볼 수 있는 예제이며 이 예제에서 볼 수 있듯이 위치해석은 생략하고 속도 및 가속도를 요구한다. 물론 속도나 가속도를 구하기 위해서는 각 링크의 위치 벡터를 구하여

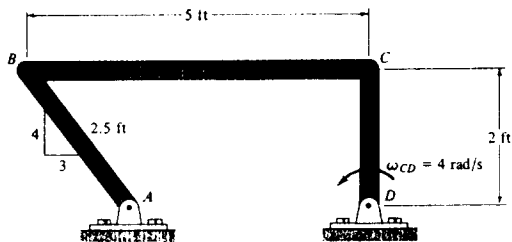
표 1 미국 기계공학과와 의 교과과정 설문조사표(63개 대학 대상)

교과과목	강의년도				평균학점	
	1학년	2학년	3학년	4학년	학기수 (평균)	학점 (평균)
대학에서 요구되는 교과과목						
Chemistry (100%)	90%	8%	2%	—	1.7	3.8
Calculus(100%)	100	—	—	—	2	4.0
Differential Eqns.(92%)	—	100	—	—	1	3.4
Multidimensional Calculus(97%)	—	100	—	—	1	3.6
Physics I (100%)	80	20	—	—	1	3.9
Physics II (95%)	30	70	—	—	1	3.9
Physics III (32%)	—	100	—	—	1	3.5
Engineering Graphics(68%)	100	—	—	—	1.3	2.1
Statics(100%)	75	25	—	—	1	3.0
Dynamics(100%)	—	83	17	—	1	3.0
Solid Mechanics(100%)	—	52	48	—	1	3.2
Thermodynamics I (100%)	—	52	48	—	1	3.1
Thermodynamics II (92%)	—	5	92	3	1	3.1
Fluid Dynamics(100%)	—	1	98	1	1	3.3
Heat Transfer(97%)	—	—	57	43	1	3.3
EE I Circuits & Signals(89%)	1	36	61	2	1	3.3
EE II E.lectronics/Electro magnetics (65%)	—	5	85	10	1	3.1
Materials Science(78%)	—	45	51	4	1	3.0
Computer Science(71%)	55	43	2	—	1	2.2
Engineering Economics(37%)	—	13	26	6	1	2.8
Manufacturing Processes(43%)	4	45	41	10	1	2.9
Kinematics/Dynamics of Machines (70%)	—	7	77	16	1.1	2.9
Vibrations(30%)	—	5	63	32	1	2.9
Machine Design I (94%)	—	—	41	59	1	3.3
Machine Design II (17%)	—	—	9	91	1	3.3
Statistics(14%)	11	22	45	22	1	3.0

야 하는데 모든 각도가 주어져 있어 쉽게 위치 벡터들을 구할수가 있다. 실제로는 이보다 어려워며 각 링크가 항상 변하고 있음을 유념하여야 한다. 일반적으로 위치해석은 비선형이라고 보며 그 자체가 동역학 일부의 큰 몫을 차지하는 학문이므로 기구학으로 별도로 취급한다. 많은 학생이 졸업 후 동역학을 배우고도 실제응용에서 약한 이유는 이런데도 기인한다고 본다. 그러므로 특히 기계공학과와 의 경우 대

학 3학년에 동역학의 일환으로 기구학(kinematics of mechanisms) 혹은 기계 동역학(dynamics of machinery)은 보장 되어야 하며 미국 대학의 대부분이 이를 따르고 있다. 동역학은 물론 기구학이 필수선택이 되는 경우, 진동학은 자유선택이 되는 경우가 많다. 특기할 만한 사항은 일반적으로 4학년에 전공선택으로 넣어 교과과정의 유연성을 강조한 점이다. 이 전공선택에서 학생이 원하는 분야의

링크 CD의 각속도,  $\omega_{CD}=4\text{rad/s}$ ,를 알고 1링크 BC 및 AB의 각속도를 구하라.



링크 CB의 각속도( $\omega_{CB}=6\text{rad/s}$ )가 일정할 때 슬라이더 A의 속도 및 가속도를 구하라.

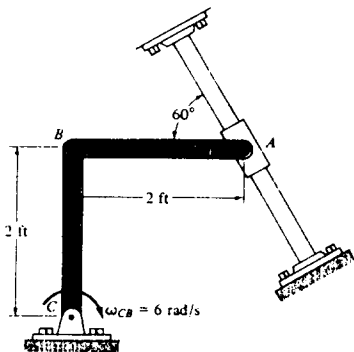


그림 2 동역학의 예제

과목을 선택할 수 있다.

### 5. 컴퓨터 응용의 중요성

컴퓨터는 이제 연구하는 학자만의 전유물이 아닌지 오래이며 일반 생활화되어 가고 있다. 하물며 공학을 배우는 학생이 특히 학부과정에서 전산과목 이외에 별 경험없이 졸업하는 것은 심히 유감스러운 일이다. 적어도 공과의 모든 과목은 컴퓨터 이용을 적극 권장하여야 하며 동역학도 예외는 아니다. 본인의 경험에 의

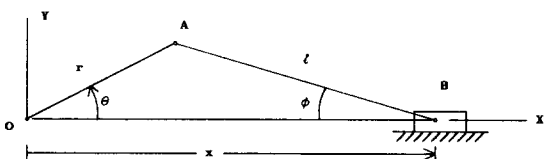


그림 3 슬라이더 크랭크 기구

하면 질점 동역학이 끝나면 남은 학기 프로젝트로 CAD(Computer Aided Design)를 시작할 수 있다. 강제운동학을 가르치면서 예제를 하나 선정하고 위치, 속도 그리고 가속도를 해석적으로 풀이한 다음 컴퓨터로 옮기게 한다. 다음은 슬라이더 크랭크 기구를 예로 들어 그림 3은 슬라이더 크랭크 기구의 도해이다.  $\triangle OAB$ 에서

$$x = r \cdot \cos \theta + l \cdot \cos \phi$$

한편

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi}, \quad \sin \phi = \frac{r}{l} \sin \theta$$

그러므로

$$x = r \cdot \cos \theta + \sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2 \theta}$$

윗식을 미분하면 속도의 방정식을 아래와 같이 얻게 된다.

$$\dot{x} = -r \cdot \dot{\theta} \left\{ \sin \theta + \frac{r \cdot \sin 2\theta}{2 \cdot \sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2 \theta}} \right\}$$

다시 윗식을 미분하면 가속도 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & -\ell \cdot \ddot{\theta} \left[ \sin \theta + \frac{r \cdot \sin 2\theta}{2\ell \cdot \cos \phi} \right] \\ & - \ell \cdot \dot{\theta}^2 \left[ \cos \theta + \frac{r \cdot \cos 2\theta}{\ell \cdot \cos \phi} \right. \\ & \left. + \frac{r^2 \sin^2 2\theta}{4\ell^{3/2} \cdot \cos^{3/2} \phi} \right] \end{aligned}$$

위의 운동방정식은 간단히 다음과 같이 표시된다.

$$x = f(\theta)$$

$$\dot{x} = f(\theta, \dot{\theta})$$

$$\ddot{x} = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$$

이러한 함수관계는 쉽게 전산도해(computer graphic)으로 나타낼수 있으며(그림 4) 시뮬레이션도 가능하다. 물론 각 대학에 있는 그래픽 패키지(graphic package)를 (IBM PC도 가능) 조사하여 그래픽 코멘드와 간단한 그래픽 예를 가르쳐 주면 학생이 많은 시간의 부담없이 컴퓨터 응용에 관한 귀한 경험을 얻을 수 있다.

### 6. 대학원 교과과정

대학원에서 동역학을 전공하는 경우 연구방

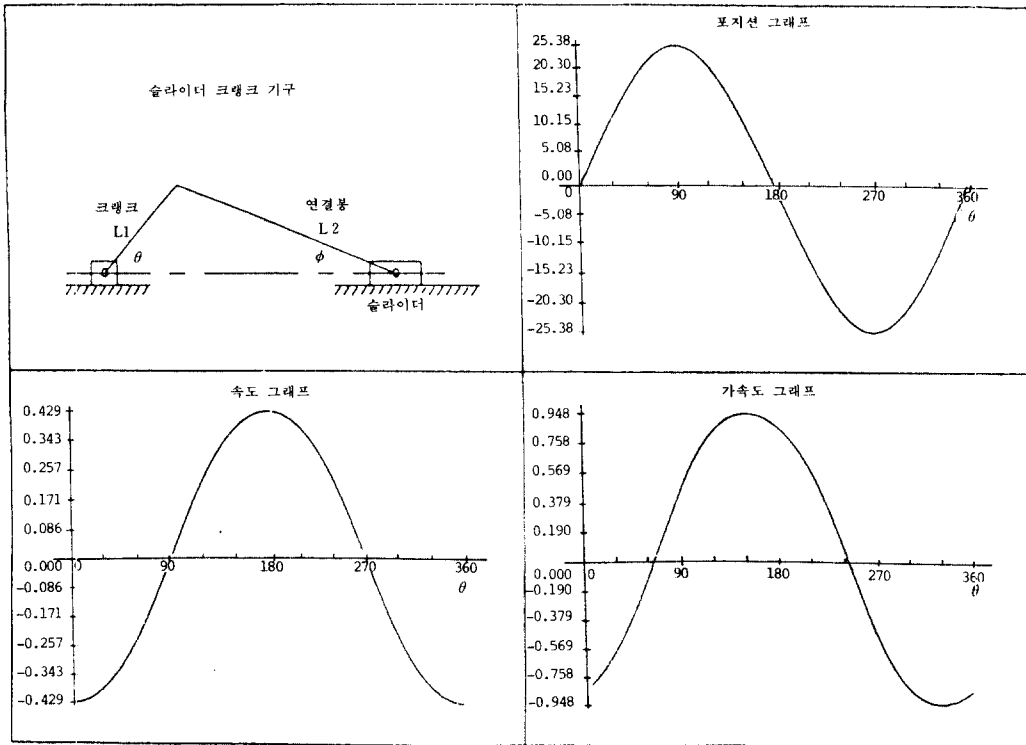


그림 4 슬라이더 크랭크 기구의 컴퓨터를 이용한 운동해석

향에 따라 과목선정이 달라 질 수 있다. 미국의 예를 들면 시대적으로 1960년대에는 로켓 동역학에 치중하여 과목이 탄성학, 소성학, 연속체 역학, 셸 이론, 판 이론, 셸 및 판 진동, 비선형 진동학등이 포함되고 수학쪽으로도 편미분 방정식, 변분법, 에너지 방법등으로 짜여져 있었으나 근래에 들어와 컴퓨터와 전산도해법의 발달로 전산동역학이 각광을 받고있다. 따라서 이 방향의 연구를 위한 대학원 과목은 고등 동역학(진동학 포함) 및 고등수학 이외에 선형 대수, 수치해석, 유한요소법, 전산도해/

시뮬레이션등이 포함되어야 한다. 지난 10여년간에 생산성 향상을 위해 로보틱스 연구가 활발함에 따라 로봇 동역학이 큰 비중을 차지하고 있다. 이를 위해서는 전산동역학 이외 로봇 제어를 위한 동제어 이론도 필요한 교과과목중의 하나이다. 한가지 부언하고 싶은 것은 동력학문제하면 무조건 general purpose package를 찾는 것은 지양하고 원하면 하시라도 운동 방정식을 유도하고 수치해석으로 풀 수 있는 교육적 시도가 중요하다는 것을 말하고 싶다.

