韓國 軍事運營分析 學會誌
第14卷 第2號, 1988. 12. 31.

차량經路를 考慮한 多數分配施設 立地決定 模型

趙 京 翼*

1. 序　論

設備立地問題는 "몇개의 設備를 어디에 어느 規模로 維持하느냐"를 決定하는 것으로서, 基本的으로 輸送費用과 창고비용 사이의 最適均衡을 發見하는 것이다.

輸送問題는 工場으로부터 最終 需要地點까지 製品을 傳達하는 活動을 말하며, 이는 工場으로부터 분배센터까지의 積送(trunking)과 분배센터로 부터 最終 需要地點까지의 配送(delivery)活動으로 이루어진다.

設備立地 決定問題와 제품 수송문제는 密接한 相互關聯性을 가지고 있기 때문에 분배센터 立地 決定時에는 輸送費用이 가장 重要한 考慮要因 중의 하나가 된다..

積送은 대개 車扱(truckload)으로 이루어지거나 公共 輸送手段 等을 이용하기 때문에 그 비용은 製品 數量이나 무게 또는 운반거리에 比例하게 되며 配送은 대개 未車扱(less-then-truckload)으로 이루어지고, 또 自社 所有차량 利用이 增大되고 있기 때문에(16) 분배센터를 出發한 차량은 經路를 形成하여 여러 需要地點을 방문한 후 復歸하게 된다. 따라서 분배센터 立地決定時에는 차량이동경로에 따르는 全體 移動距離에 比例하는 配送費用을 반영하여야 한다.

본 研究에서는 차량經路에 따르는 配送費用을 反映하여 經濟的인 分配시스템을 구축하기 위한 分配센터의 個數 및 位置를 결정하고, 각 分配센터에서의 차량 經路問題를 解決하는 方法을 提示하고자 한다. 다만 그 範圍는 顧客의 需要가 確定的인 경우에 局限한다.

* 육군본부

2. 分配시스템 분석

Eilon, et al. 은 그림2. 1과 같은 典型的인 分配시스템 構造를 提示하고 있는데 分配活動을 積送(trunking)과 配送(delivery)으로 區分하고 顧客에게 製品을 供給하는 分配센터의 位置決定은 傳統的인 立地決定模型을 따르고 있다. (7)

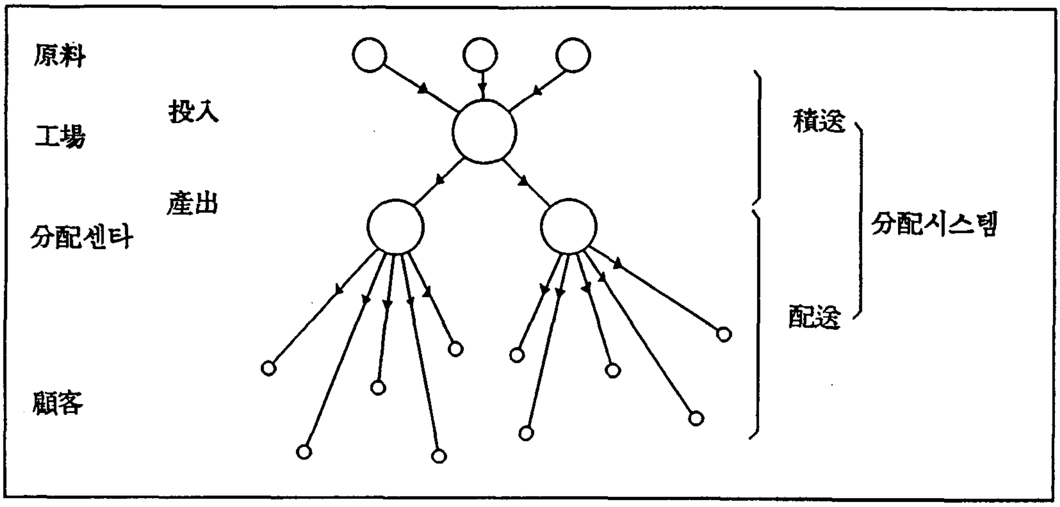

그림2. 1 分配시스템 構造(1)

그러나 각 需要地의 需要量이 未車扱(less-than-truckload)이고, 配送活動이 自社所有의 차량에 의해 이루어지는 경우에는 分配센터 立地 決定에 있어서 配送費用을 豫測할 때 차량 經路에 대한 考慮가 必要하며 또 차량經路의 設計는 立地 決定에 따라 左右된다.

따라서 設備立地 決定과 차량 經路問題 사이에는 密接한 相互依存性이 存在하는데 이는 學者들의 硏究結果에서도 잘 나타나고 있다.

M. H. J. Webb은 實證分析을 통하여 立地決定問題에 있어서 分配센터 立地와 차량경로 사이의 相互 依存性을 適切히 나타내지 못하는 境遇에는 最適分配센터 位置選定時 重大한 過誤를 犯할 수 있음을 指摘하고 있다. (20)

G. K. Rand는 "많은 종사자들은 立地 決定時 차량 經路問題를 考慮하지 않음으로써 最適의 結論을 얻지 못하는 危險性을 알고 있다. 그러나 차량 經路問題의 '計算上 複雜性' 때문에 經路問題를 立地 決定問題 解決時 考慮하지 않고 있다"고 指摘하고 있다. (18) 分配센터 立地 決定時 經路

問題를 考慮해야 하는 必要性에 對해서는 Eilon et al. 과(7) A. Wren & A. Holliday에 의해서 指摘되고 있다. (21)

이러한 概念을 圖示化하면 그림2. 1에 나타난 傳統的 分配시스템이 그림2. 2와 같은 새로운 構造로 變更되는데 差異點은 配送活動을 表現하는 方法에 있다. 그림2. 1에서는 配送活動에 必要한 走行距離를, 단순한 분배센터와 고객간의 거리의 合으로 표현하고 있는데 반하여 그림2. 2에서는 배송경로를 고려한 주행거리를 나타내고 있다는 점이다. 이렇게 함으로써 配送活動의 內容이 보다 正確히 輸送費에 反映되어 最適의 分配센터 立地決定이 可能하게 된다. 이러한 새로운 分配시스템 構造를 配送經路에만 局限시키는 境遇에는, 그림2. 3과 같이 配送經路를 "幹線距離"와 "可變走行距離"로 分類할 수 있다.

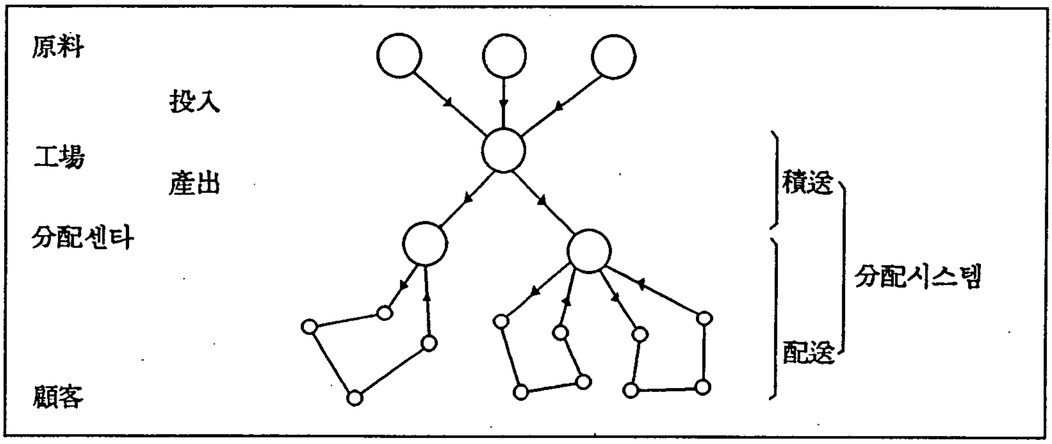

그림2. 2 分配시스템 構造(2)

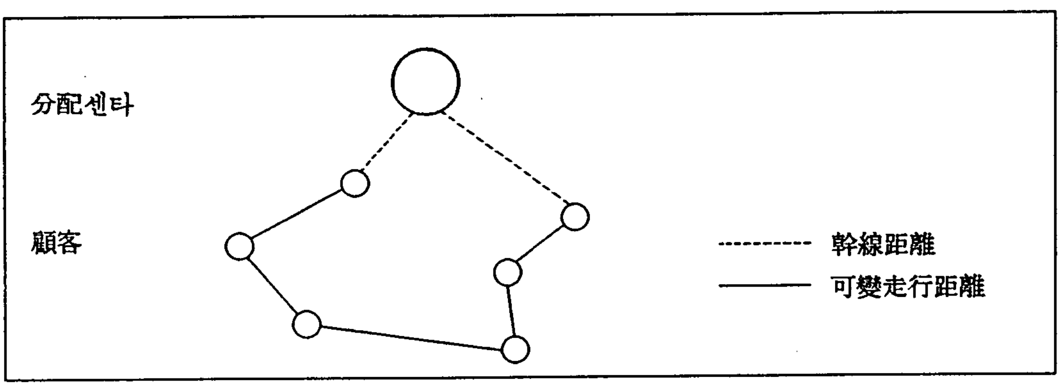

그림2. 3 配送經路의 區分

幹線距離란 "分配센터-經路상의 最初顧客"사이의 距離와 "經路상의 最終顧客-分配센터"사이의 距離를 合한 距離를 말하며 이는 配送費用에 對한 分配센터 立地의 影響을 나타낸다. 한편 "可變走行距離"는 顧客사이의 走行距離의 합을 意味하며 이는 다른 顧客에 對한 어떤 顧客의 相對的인 位置에 의하여 決定된다. 幹線距離와 可變走行距離는 모두 차량 경로에 의해 決定된다. 지금까지의 定義에 의하면 分配센터 立地問題는 設備立地와 顧客割當의 2가지 基本要素로 構成되어 있다. 또 앞서 檢討한 結果에 의하면 分配센터 立地問題에서 配送費用은 차량經路에 의해 決定된다.

따라서 分配센터 立地 問題는 實質的으로는 세가지 基本要素 즉 設備立地, 顧客割當, 차량경로로 構成되어 있으며 이들 사이에는 複合的인 相互依存性이 存在한다고 할 수 있다.

3. 旣存硏究 考察

입지결정이나 차량경로에 대한 연구는 지난 30년간 급속하게 증가했고 풍부하게 이루어진 반면에 두 분야를 결부시키려는 연구는 거의 이루어지지 않고 있다. (15)

가. 初期의 硏究

설비입지 문제에 차량경로를 고려해야 하는 필요성을 최초로 제기한 학자는 H. H. J Webb이다. Webb는 "거리의 합" (distance sum;이는 분배센터와 고객 사이의 직선거리의 합을 말한다)의 최소화로 얻어진 분배센터의 위치와 실제적인 경로의 최소화에 의해 얻어진 분배센터의 위치를 비교하고 있다. 그는 "차량용량"과 "최대 경로길이"를 변화시켜 가면서 "수요지점 관련 데이타"가 서로 다른 4개의 조합에 대하여 "거리의 합"과 "실제 경로 길이" 사이의 상관계수(correlation coefficient)를 계산하고, 회귀분석을 이용하여 이들사이의 비례관계를 평가하였다. Webb은 많은 경우에 "거리의 합"과 "경로 길이" 사이의 상관계수는 상당히 높지만, 이러한 상이한 방법에 의해 얻어진 분배센터 위치는 상이하다고 결론 짓고, 분배센터 위치를 "거리의 합"의 최소화 지점에 선정함으로써 초래되는 손해는 극심할 수 있다고 주장하였다. (20)

Christofides & Elion, Eilon et. al은 많은 분배관리 문제에 있어서, 고객들에게 봉사하기 위해서 차량을 운행할 경우 기대되는 운행거리를 고려해야 함을 지적하고, 그 예로 최적 차고 위치를 결정할 때 배송비용(delivery cost)의 척도로써 사용될 "기대운행거리"를 산정하는 공식을 다음과 같이 제시하였다. (4, 7)

$$E(LR) = \frac{A \cdot D}{E(n)} \times K' \sqrt{A} \cdot \sqrt{D}$$

단,

E(LR) = 예상되는 경로길이

A = 지역규모

D = 거리의 합

E(n) = 경로당 예상고객수

K′ = 상수

위의 공식은

i) 시스템내의 수요지점은 균일하게(uniformly) 분포되어 있으며

ii) 차량경로는 상호 교차하지 않고

iii) 경로당 수요지점 수는 포아송 분포(poisson distribution)을 따른다는 가정에 기초를 두고 있다. 그러나 이러한 가정은 현실적으로 유용성이 매우 적다는 것이 문제점으로 지적되고 있다.

나. 硏究의 發展

입지문제 결정시 경로문제를 고려해야 한다는 연구의 필요성이 제기된 이후 이들을 결합한 모형을 제시한 몇가지 연구가 발표되었다. Or & Pierskalla는 시카고 지역의 병원에 경로별로 혈액을 공급하는 혈액은행의 입지결정을 위한 BTAP(blood transportation allocation problem) 모형을 제시했다. (7)

그들은 BTAP를 "수송비용과 비수송비용의 합을 최소화 할 수 있도록 지역별 혈액은행의 수 · 규모 · 위치를 결정하고, 병원들을 이러한 혈액은행에 할당하며, 혈액공급활동의 경로를 결정하는 것"이라고 정의했다. 여기서 수송비용에는 "주기적 배달비용"(periodic delivery cost)과 "긴급수송비용"(emergency delivery cost)를 포함하고 있으며, 혈액은행을 위한 잠재적인 위치는 현존 병원만을 고려하고 있다.

따라서 BTAP에서는 고정시설비용이 없으며 비수송비용으로는 혈액은행의 변동비만이 고려되고 있다. 또 혈액은행의 처리능력은 제한이 없는 것으로 가정하고 있다. 그들은 BTAP가 GTP와 LAP 두가지 문제의 복잡한 결합체이기 때문에 최적화 모형형성을 시도하지 않고 혈액은행의 수와 위치는 주어진 것으로 가정함으로써 BTAP에서 입지 측면을 제거시킨 후 그것을 할당과 경로문제로 축소시켰다. (17)

이러한 가정하에서는 BTAP는 MDVDP와 AP의 결합이 되어 "0-1 정수계획모형"으로 정형화가 가능하나 MDVDP의 복잡성으로 인해 병원수가 20개 이상인 경우에는 전통적인 수리계획법으로는 最適解를 구할 수 없는 매우 복잡한 정수계획 문제가 된다. 결과적으로 그들은 BTAP를 해결하기 위해 2개의 가능해를 획득하는데서 시작하는 발견적 기법을 사용하고 있다.

Federgruen & Lageweg은 생산자로부터

소비자에게까지 몇 단계를 거쳐서 상품을 분배하는 계층적 분배시스템을 모형화한 ALLOCRO모형을 제시하였다. (18)

ALLOCRO모형은 "할당"과 "경로" 사이의 상호의존성에 연구의 촛점을 맞추고 있는데 분배센터 입지에 대한 대체안들을 생성시키는 메커니즘과, 경로를 분배센터에 할당하는 혼합정수계획 모형, 차량경로 문제를 해결하기 위한 해법들을 포함하고 있는 발견적 방법이다. 그들은 경로비용을 분배센터와 개개 수요지점 까지의 선형화된 수송비용으로 환산하는 방안과 차량이 방문할 수요지점을 집단으로 묶어 그 집단과 분배센터간의 수송비용을 산출하는 방안의 두가지 안에 의해 분배센터의 위치와 상품의 유통량을 결정했다.

ALLOCRO모형의 약점은 "입지문제"를 직접 해결하지 않고 몇개의 선정된 분배센터 후보지를 고려하는 최초의 안에서 시작하여 하나씩 후보지를 변경시키는 "대체안"들을 평가하는 방법에 의존한다는 것이다. 이 경우 잠재적 후보지의 수가 많아지면 대체안의 수는 방대해지고 이를 해결하기 위해서는 거대한 정수계획 모형이 필요하기 때문에 대체안의 극히 일부분만이 평가될 수 있다는 것이다.

Laporte & Nobert는 개개의 수요지점들이 하나의 분배센터에 있는 m명의 판매원에 의해 써비스 될 경우의 상황에 대한 분배센터 운영비용과 경로비용을 최소화하기 위해, n개의 수요지점들 중에 단일 차고를 입지시키는 문제를 고려하였다. (13)

이 경우에 비용함수는 분배센터의 위치 선택에 따라 크게 영향을 받게 되는데, 고객 수요나 차량능력, 경로의 최대길이 등에 대한 제약이 없고 변동비가 모든 위치에서 동일한 것으로 가정하며 설비를 수요지점에만 위치시키는 문제이기 때문에 일반적인 입지문제보다 상당히 단순한 문제가 된다. 그들은 최적의 차고 위치와 MTSP 경로를 동시에 산출하기 위한 정수 계획 모형을 수립한 후, 분단탐색법을 사용하여 20-50개 까지의 수요지점을 포함하는 경우의 정확한 해를 구하는 해법을 제시하고 있다.

4. 模型의 定型化

가. 問題의 定義

本 硏究에서 다루려는 問題를 定義하면 아래와 같다.

問題의 定義

"位置와 豫想需要量이 알려진 N개의 需要地點이 있다. 이들은 需要量을 週期的으로 供給하여 주는 지역분배센터에 割當되며 割當된 分配센터에서 製品을 供給받는다.

이때 豫想需要量은 하나의 代表的인 製

品의 單位로 환산하여 表示한다. 또 M개의 分配센터 立地 候補地와 각 후보지역에서의 비용요소 및 그 規模가 알려져 있다.

工場에서 分配센터까지의 積送費用은 積送되는 製品數量에 比例하며 分配센터에서 각 수요지점까지의 製品配送은 分配센터에서 運行하는 配送차량에 의해 定해진 經路에 따라 이루어지며 配送費用은 차량운행거리에 比例한다. 이때 운행경로수는 事前에 결정되어 있다.

여기서의 問題는 輸送費用(積送費用+配送費用)과 分配센터 關聯費用(固定費+變動費)을 最小化할 수 있도록 分配센터의 수, 位置를 決定하고 각 需要地點을 分配센터에 割當하며 배송차량의 運行經路를 決定하는 것이다."

위에 定義한 문제를 混合整數計劃模型으로 定型化할 경우 매우 複雜한 問題가 되어 작은 規模의 問題라 할지라도 混合整數計劃法으로 최적해를 구하기는 어렵다.

나. 假定 및 記號

(1) 假定

(가) 分配센터 開設에 있어서 經路問題의 近似解(approximative solution)는 "可變走行距離"와 "幹線距離"의 逐次的인 最小化에 의해 獲得할 수 있다. 차량경로 문제에 있어서 이러한 두가지 要素는 相互依存的이며, 最適 차량경로를 설계하기 위해서는 그들의 합을 最小化해야 한다. 이러한 假定에 의해 立地決定(location)과 經路(routing)問題를 상호연관지어 逐次的으로 다룰 수 있게 된다.

(나) 각 需要地點의 需要量은 確定的으로 알려져 있으며, 차량의 단 한번 訪問으로 그 需要가 충족된다. (이는 각 需要地點의 需要量이 未車扱(less-than-carload)임을 意味한다. 이때 한 需要地點의 需要量이 한차량분 以上이면 차량 대수분은 분배센터에서 需要地點으로 別途 輸送되는 것으로 하며 이때의 輸送費用은 考慮하지 않기로 한다.)

(다) 製品은 위치가 알려진 單一 工場으로 부터 供給되며, 각 분배센터에서 취급하는 製品數量은 割當된 需要地點들의 需要量의 合과 같다.

(라) 각 분배센터에서 제품단위당 變動費는 同一하며, 배송차량은 同一한 積載容量(capacity)을 갖는다.

(2) 記號

本研究에서 사용되는 記號는 다음과 같다.

h, g = 一定한 地點表示(분배센터 혹은 需要地點) $(1 \leq h \leq N+M,\ 1 \leq g \leq N+M)$

i = 需要地點表示 $(1 \leq i \leq N)$

j = 분배센터 후보지 表示 $(N+1 \leq j \leq N+M)$

k = 車輛 運行經路 表示 $(1 \leq k \leq K)$

s＝供給源(工場) 表示(1≦s≦S)

d_{ij}＝i와 j사이의 距離

q_i＝需要地點 i의 豫想需要量

FC_j＝분배센터 j의 固定費用

VC_j＝분배센터 j의 단위당 變動費用

T_j＝분배센터 j의 設備容量

CT_{sj}＝工場 s에서 분배센터 j까지의 단위당 積送費用

C_k＝經路 k를 運行하는 車輛의 容量(capacity)

G＝배송차량의 km당 走行費用

x_{ghk}＝ 1：經路 k상에서 地點 g가 地點 h의 바로直前에 先行하는 경우 / 0：其他

Y_{ij}＝ 1：需要地點 i가 분배센터 j에 割當되는 경우 / 0：其他

Z_j＝ 1：j 地點에 분배센터가 開設되는 경우 / 0：其他

f_{sj}＝工場 s에서 분배센터 j로 積送되는 數量

다. 數理計劃模型

問題의 定義와 假定에 따라 "다수분배센터 立地-經路問題"(multiple-depot location routing problem：MLRP)는 아래와 같은 數理計劃模型으로 定型化 할 수 있다.

【 MLRP 】

$$\text{Min } P=\sum_{j=N+1}^{N+M} FC_j\cdot Z_j+\sum_{j=N+1}^{N+M} CT_{sj}\Big(\sum_{i=1}^{N} q_i\cdot Y_{ij}\Big)+\sum_{k=1}^{K}\sum_{g=1}^{N+M}\sum_{h=1}^{N+M} G\cdot d_{gh}\cdot X_{ghk}$$

s.t

i) $\sum_{k=1}^{K}\sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk}=1$ $\qquad i=1\cdots N$

ii) $\sum_{i=1}^{N} q_i\cdot\sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk}\leqq C$ $\qquad k=1\cdots K$

iii) $\sum_{g\in v}\sum_{h\in \bar{v}}\sum_{k=1}^{K} X_{ghk}\geqq 1$ $\qquad$ (v는 시스템내의 모든지점중 분배센터 입지후보지의 집합)

iv) $\sum_{g=1}^{N+M} X_{ghk}-\sum_{g=1}^{N+M} X_{ghk}=0$ $\qquad k=1\cdots K, h=1\cdots N+M$

v) $\sum_{i=1}^{N} q_i\cdot Y_{ij}-T_j\cdot Z_j\leqq 0$ $\qquad j=N+1\cdots N+M$

vi) $Y_{ij}\geqq\sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk}+\sum_{h=1}^{N+M} X_{jhk}-1$ $\qquad i=1\cdots N, j=N+1\cdots N+M, k=1\cdots k$

vii) $X_{ghk}=0,1$ $\qquad g=1\cdots N+M, h=1\cdots N+M, k=1\cdots k$

$Y_{ij}=0,1$ $\qquad i=1\cdots N, j=N+1\cdots N+M$

$Z_j=0,1$ $\qquad j=N+1\cdots\cdots N+M$

여기서 목적함수는 분배센터 關聯費用中 固定費用 및 輸送費用(積送費用+配送費用)의 合을 最小化하고자 하는 것으로 固定費用 FC는 각 분배센터를 開設하는데 一定規模의 設備容量 T까지는 一定한 規模의 비용이 소요되는 것으로 前提하고 있으며 적송비용은 취급하는 제품수량과 積送거리에 比例하고 배송비용은 배송차량 운행거리에 比例한다.

制約條件 i)은 각 需要地點이 한번씩 訪問됨을 意味하며 制約條件 ii)는 각 經路別 需要量의 合이 未車扱(less-than-truckload)임을 뜻한다.

制約條件 iii)은 經路 制約式으로 모든 배송경로는 분배센터에 連結되어야 함을 意味하며, 制約條件 iv)는 모든 地點에서 차량이 進入하는 횟수와 나가는 횟수가 같다는 것을 의미한다. 制約條件 v)는 각 분배센터에 割當된 需要地點들의 수요량의 합은 분배센터의 容量을 초과하지 못함을 나타내는 것으로 분배센터 용량의 制約性을 表示한다.

制約條件 vi)은 MLRP에 있어서 割當變數(Y_{ij})와 經路變數(X_{ghk})를 連結시켜 주는 것으로 만일 한 需要地點이 特定 분배센터에 割當되기 위해서는 분배센터로 부터 需要地點을 通過하는 經路가 存在하여야 함을 나타내고 있다. 이를 좀더 자세히 說明하면 다음과 같다.

만일 차량 K가 需要地點 i로 부터 出發하고 ($\sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk} = 1$)분배센터 j로 부터도 出發 한다면 ($\sum_{h=1}^{N+M} X_{jhk} = 1$), 需要地點 i는 분배센터 j에 割當된다. ($Y_{ij} \geq 1+1-1=1$)

위의 두가지 條件 中 한가지라도 充足되지 않는 境遇는 $Y_{ij}=0$이 되어 i는 j에 割當되지 않음을 알 수 있다.

制約條件 vii)는 변수값에 대한 制約條件이다.

5. 解 法

가. 模型의 分解 및 解法의 段階化

앞에서 설명한 대로 MLRP는 포함되는 분배센터 및 수요지점의 수가 증대되는 경우에는 최적해를 구하는 것이 어려우므로 새로운 대체방법이 필요하게 된다. 여기서는 MLRP를 3가지 부문 문제(subproblem)로 분해(decomposition)하여 각각의 문제들을 상호관련성을 고려하면서 逐次的으로 최적화 또는 발견적 방법(heuristic method)에 의해 해결하는 방법을 제안한다. MLRP는 아래와 같은 3가지 부문문제로 분해가 가능하다.

i) 다수 분배센터 차량배정 문제 (multiple depot vehicle dispatch problem ;MVDP) : 제1단계

ii) 다수 분배센터 입지결정·할당문제

(multiple depot location-allocation problem ;MLAP) : 제2단계

iii) 다수 분배센터 할당 · 경로 문제(multiple depot allocation routing problem ;MARP) : 제3단계

MLRP모형은 아래의 條件下에서는 MVDP가 된다.

(1) 多數施設 차량配定 問題(MVDP)

a. $FC_j = 0$ $j = N+1, \cdot\cdot\cdot, N+M$

b. $CT_{ij} = CT$ $j = N+1, \cdot\cdot\cdot, N+M$

c. $\sum_{i=1}^{N} q_i \leq T_j$ $j = N+1, \cdot\cdot\cdot, N+M$

위의 조건 (1)과 (2)에 의해서 MLRP의 목적함수의 첫번째 項이고 두번째 항이 목적식에서 탈락되므로 목적함수가 다음의 MVDP에서의 목적함수와 같이 단순화 된다.

조건(1)에 의하면 고정비용이 0이므로 모든 Z_j값은 1이되어 MLRP의 제약식 vii)에서 Z_j는 제외된다. 또 조건(2)에 의해 할당변수 Y_{ij}의 값은 경로문제의 解에 영향을 미치지 못하므로 제약식 vi)는 탈락되고, 조건(3)에 의해 분배센터 용량은 제한이 없게 되어 제약식 (v)도 탈락된다. 따라서 조건식(1), (2), (3)에 의해 MLRP는 아래와 같은 차량 운행거리의 최소화를 목적식으로 하는 MVDP모형이 된다.

【 MVDP 】

$$\text{Min } P_1 = \sum_{k=1}^{K}\sum_{g=1}^{N+M}\sum_{h=1}^{N+M} d_{gh} \cdot X_{ghk}$$

s.t.

i) $\sum_{k=1}^{K}\sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk} = 1$ i=1, N

ii) $\sum_{i=1}^{N} q_i \cdot \sum_{h=1}^{N+M} X_{ihk} \leqq C$ k=1, K

iii) $\sum_{g \in v}\sum_{h \in v}\sum_{k=1}^{K} X_{ghk} \geqq 1$ (v는 분배센터의 집합)

iv) $\sum_{g=1}^{N+M} X_{ghk} - \sum_{g=1}^{N+M} X_{ghk} = 0$ k=1, K, h=1, N+M

v) $X_{ghk} = 0,1$ g=1, N+M, h=1, N+M, k=1,⋯,K

MVDP는 MLRP를 해결하기 위한 첫번째 단계의 문제로써, MLRP에 있어서 분배센터 입지 결정에 대한 제약조건식의 영향력을 극소화하는 "경로"의 최초해를 구하고 "가변 주행거리"의 가능해를 구하는 것이 목적이다. 가변 주행거리의 가능해는, (i) 각 경로상에서 전체 수요량의 합은 차량의 용량을 초과하지 않으며 (ii) 모든 수요지점은 정확히 하나의 경로에만 포함되며, 그 경로상에서 한번만 방문된다는 조건을 만족시키면서 분배센터에 연결되지 않은 "경로의 집합"으로 정의한다.

따라서 MVDP의 해는 MLRP의 있어서의 配送費用의 下限값을 제공하게 되며, MVDP

는 "가변주행거리"의 可變解를 제공해 주는 경로들의 집합을 구하는 것이 된다.

(2) 多數設備 立地·割當 문제(MLAP)

MLRP모형 해법의 제2단계 부문 문제인 MLRP는 다음과 같이 정의된다.

"분배센터에 연결되지 않은 수요지점들의 순서쌍으로 구성된 경로들의 집합과 각 경로별 전체 예상수요량이 주어져 있다. 각 경로는 예상 수요량을 주기적으로 공급하여 주는 일정한 분배센터에 할당되며 또 M개의 분배센터 입지후보지와 각 후보지의 설비규모가 주어진다. 각 입지 후보지의 분배센터 운영비용과, 각 경로에서 각각의 분배센터입지 후보지까지의 '간선거리'가 주어지는데, 분배센터 운영비용의 경우는 분배센터 개설에 소요되는 고정비용과 취급물자의 량에 비례하는 변동비용으로 구성된다.

수송비용의 경우는 공장에서 분배센터까지의 적송비용은 제품의 積送量에 비례하며 분배센터에서 수요지점까지의 配送費用은 배송차량의 주행거리에 비례한다. 여기서의 문제는 분배센터 운영비용과 수송비용(積送費用+配送費用)의 합을 최소화 하도록 분배센터의 수, 위치를 결정하고 각 경로를 분배센터에 할당하는 것이다."

MLAP는 다음과 같은 0-1 정수계획 모형 문제가 된다.

[MLAP]

$$\text{Min } P_2 = \sum_{j=N+1}^{N+M} FC_j \cdot Z_j + \sum_{j=N+1}^{N+M} CT_{sj}\left(\sum_{k=1}^{N} Q_k \cdot Y_{kj}\right) + \sum_{j=N+1}^{N+M}\sum_{k=1}^{K} G \cdot SD_{kj} \cdot Y_{kj}$$

$$\text{s.t. i) } \sum_{j=N+1}^{N+M} Y_{kj} = 1 \qquad k=1,\ K$$

$$\text{ii) } \sum_{k=1}^{K} Q_k \cdot Y_{kj} - T_j \cdot Z_j \leqq 0 \qquad j=N+1,\ N+M$$

$$\text{iii) } Y_{ij} = 0,1 \qquad j=N+1,\ N+M$$

$$Z_j = 0,1 \qquad j=N+1,\ N+M$$

이때,

$$Y_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{경로 k가 분배센터 j에 할당되는 경우} \\ 0 & \text{기타} \end{cases}$$

Q_k = 경로 k상에 위치한 수요지점들의 수요량의 합

SD_{kj} = 경로 k와 분배센터 j사이의 간선거리

모형 MLAP의 목적식은 분배센터 고정비용과 수송비용(積送費用+配送費用)의 합의 최소화를 나타내고 있다. 제약조건식 i)은 각 경로가 한개의 분배센터에만 연결되어야 함을 의미하며 ii)는 각 분배센터에

할당된 경로들의 예상수요량의 합이 분배센터 처리용량을 초과하지 않음을 나타내고 있다. iii)은 할당변수($Y_{i,j}$)와 입지변수(Z_j)가 0, 1의 값을 갖는 이원적 변수(binary variable)임을 나타내고 있다. MLRP에서 가변 주행거리의 解(1단계 MVDP의 해)가 주어지면 아래의 정리 1, 2에 의해 MLRP의 解는 MLAP의 解에서 구할 수 있게 된다.

정 리 1

MLRP에서 가변 주행거리의 可能解가 주어지면 MLRP와 MLAP의 목적식은 대등하다.

정 리 2

MLRP의 가능해는 MLAP에 대해서도 가능해가 되며 그 역도 성립한다.

MLAP는 MLRP 해결 과정에서 2단계의 문제로서, 구해진 경로들과 분배센터 사이의 최적 결합을 결정한다. 앞에서의 가정과 정리에 의해 MLAP의 解는 MLRP에 대한 가능해(feasible solution)가 된다. 그러나 이 解는 3단계 MARP에 의해 개선이 가능하다.

(3) 多數設備 割當 · 經路 문제(MARP)

MLRP모형 해법의 제3단계 부분 문제인 MARP는 다음과 같이 정의한다.

"일정한 위치와 예상 수요량이 알려진 N개의 수요지점이, 위치가 결정된 분배센터로 부터 제품을 공급받는다. 또한 각 분배센터에 대한 공장으로부터의 단위당 적송비용과 각 분배센터의 설비규모가 주어져 있다. 이때 적송비용은 각 수요지점에 보내어지는 제품의 수량에 비례하며, 각 수요지점의 수요량은 하나의 대표적인 제품의 단위로 표시된다. 각 수요지점은 분배센터에서 운행하는 배송차량의 경로중의 하나에 포함되며 제품배송에 소요되는 비용은 배송차량의 운행거리에 비례한다. 여기서의 문제는 적송비용과 배송비용의 합을 최소화 하도록 각 수요지점을 개설된 분배센터에 할당하고 각 분배센터 단위로 배송경로를 설계하는 것이다."

이러한 MARP는 0-1 정수계획 모형으로 정형화 할 수 있다.

[MARP]

$$\text{Min } P_3 = \sum_{j=1}^{N+R} CT_{aj}\left(\sum_{i=1}^{N} q_i \cdot Y_{ij}\right) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{g=1}^{N+R}\sum_{h=1}^{N+R} G \cdot d_{gh} \cdot X_{ghk}$$

$$\text{s.t.} \quad \text{i)} \ \sum_{k=1}^{K}\sum_{h=1}^{N+R} X_{ihk} = 1 \qquad i=1,\ N$$

$$\text{ii)} \ \sum_{i=1}^{N} q_i \sum_{h=1}^{N+R} X_{ghk} \leqq C \qquad k=1,\ K$$

iii) $\sum_{g\in v}\sum_{h\in v}\sum_{k=1}^{K} X_{ghk} \geqq 1$ (v는 분배센터의 집합)

iv) $\sum_{g=1}^{N+R} X_{ghk} - \sum_{g=1}^{N+R} X_{ghk} = 0$ k=1, K, h=1, N+R

v) $\sum_{i=1}^{N} q_i \cdot Y_{ij} - T_j \cdot Z_j \leqq 0$ j=N+1, N+R

vi) $\sum_{h=1}^{N+R} X_{ihk} + \sum_{h=1}^{N+R} X_{jhk} - Y_{ij} \leqq 1$ i=1, N, j=N+1, N+R

vii) $X_{ghk} = 0,1$ g=1, N+R, h=1, N+R, k=1, K

$Y_{ij} = 0,1$ i=1, N, j=N+1, N+R

위의 모형에서는 분배센터 후보지역 중 최초 R개가 개설되는 것을 전제하고 있다.

그리고,

$$Z_j = \begin{cases} 1 & j=N+1, \cdots, N+R \\ 0 & j=N+R+1, \cdots, N+M \end{cases}$$

이다.

따라서 MARP에서는 개설되지 않은 M-R 개의 후보지와 관련된 변수들은 포함할 필요가 없게 된다. 이러한 조건하에서는 MLRP의 목적식의 첫번째항(분배센터 고정비)은 의사결정 변수와는 무관한 상수항이 되기 때문에 모형에서 탈락되며 이에 따라 MLRP의 목적식은 MARP의 목적식과 동일하게 된다. 제약조건에 있어서도 MLRP의 경우는 M개의 분배센터 후보지 모두를 고려하였으나 MARP의 경우는 개설된 R개만 고려하여, 개설되지 않은 M-R개와 관련된 제약조건은 탈락시키게 된다. 그러면 MLRP는 MARP와 같은 모형으로 변환된다.

MARP는 MLRP을 해결하는데 3단계의 문제가 되는데 그 목적은 주어진 분배센터에 대하여 수요지점의 할당과 배송차량 경로 문제 사이의 상호의존성을 고려하여 2단계에서 얻어진 해를 개선하는 것이다.

(4) 요 약

그림5. 1은 앞에서 정의되고 정형화된 3가지 부분 문제를 MLRP의 해결을 위해 결합하는 해결절차를 흐름도(flow chart)로 나타낸 것이다.

문제 해결을 위한 첫단계는 MVDP를 해결하는 것이며, 두번째 단계는 MLAP의 해결, 세번째 단계는 MARP의 해결이다. 이 중 첫단계는 단 1회만 수행하며 2단계, 3단계는 정해진 범위 이상 解의 개선이 이루어 지는 경우는 계속하여 계산을 반복한다. 문제를 해결하는데 있어서 각 단계별로 필요한 입력과 출력자료는 표5. 1과 같다. 이때 전 단계에서의 출력자료는 다음 단계의 입력자료로 사용된다.

표5.1 단계별 입력과 출력 자료

	입 력	출 력
MVDP 1 단 계	1) 수요지점 위치 및 수요량(q_i) 2) 분배센터 후보지 위치 3) 배송차량의 용량(C)	1) 각 부분센터에 대한 수요지점 할당 2) 각 부분센터의 배송경로 3) 배송차량 이동거리 (목적함수 값;P_1)
MLAP 2 단 계	1) 분배센터 후보지의 시설용량(T_j), 고정비용(FC_i) 2) 배송차량의 KM당 비용(G) 3) 분배센터 후보지에 대한 적송비용(CT_{Sj}) 4) 경로의 집합(K_i);분배센터에 미 연결 5) 경로별 수요량(Q_k) 6) 분배센터-경로사이의 간선거리 (SD_{kj}) 7) 경로별 변동주행거리	1) 개설된 분배센터 수 및 위치 2) 각 분배센터의 배송경로 3) 목적함수 값(P_2) 4) 전체 시스템 비용;P′ (P′=P_2+변동 주행 비용)
MARP 3 단 계	1) 개설된 분배센터 위치 $Z_j=1$	1) 각 분배센터의 배송경로 2) 목적 함수 값(P_3) 3) 전체 시스템 비용;P″. (P″=P_3+분배센터 고정비용)

1단계에서의 출력자료는 "최초의 경로집합"인데 이는 2단계에서 입력자료로 사용된다. 2단계 MLAP의 解는 주어진 경로집합에 상응하는 최적의 분배센터 후보지들을 선정하는데, 각 경로들은 이들 선정된 분배센터에 할당된다. 선정된 분배센터 후보지는 3단계에서의 입력자료로 사용되는데, 3단계에서는 개설된 분배센터에 수요지점들을 다시 할당하고, 분배센터 배송차량의 경로를 결정하게 된다. 3단계에서의 출력자료는 "경로집합"을 표시하는데 이는 새로운 반복에 있어서 2단계의 입력자료로 사용된다.

MLRP를 해결하는 절차에는 두가지 특징이 있다. 첫째는 2단계와 3단계에서 얻어진 해는 MLRP에 대한 가능해라는 점이고 둘째는 2단계에서 얻어진 해는 3단계에 대한 가능해가 되며, 3단계에서 얻어진 해는 다음 반복에서 2단계에 대한 가능해가 된다. 따라서 2단계와 3단계를 반복하게 되

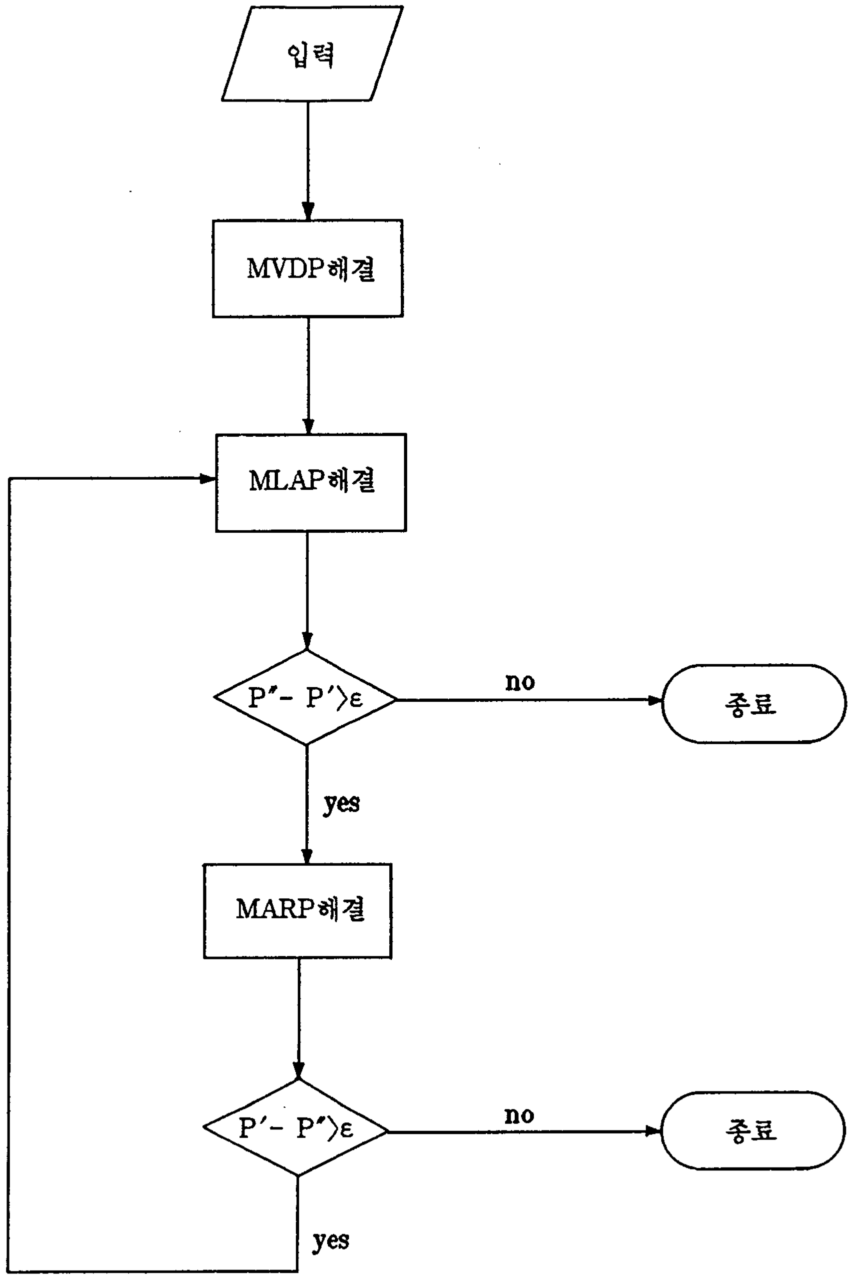

그림5. 1 MLRP의 문제해결절차 흐름도

면 MLRP에 대한 동등의 혹은 개선된 해를 얻게 된다. 이 절차는 일정단계에서 解의 개선이 주어진 일정한 값보다 작을 때 종료된다. 따라서 이 방법에 의해 획득된 전체 시스템 비용은 單調 감소현상을 나타내게 된다.

MARP 解에 의한 전체시스템 비용 P″가 MLAP 解에 의한 전체시스템 비용 P′보다 개선되는 것은 분배센터에 대한 수요지점의 할당 변경이나 배송차량의 경로변경에서 기인한다. MLAP 解에 의한 전체시스템 비용이 직전의 MARP 解에 의한 전체시스템 비용보다 감소되는 것은 선정된 분배센터 입지 후보지가 변경된 것에 기인한다. 解의 개선 여부를 판단하는 기준인 "전체시스템 비용"은 2단계에서서는 MLAP의 목적함수(P_2)값에 변동 주행비용을 더하여 구하고, 3단계에서는 MARP의 목적함수 값(P_3)에 분배센터 고정비용을 더하여 구한다.

나. 각 段階別 解法

MLRP의 부분 문제중 MVDP와 MARP는 경로문제에 해당되는데 "다수 분배센터 경로 문제"는 규모가 커지면 기존의 최적화 방법을 사용해서는 최적해를 구하는 것이 불가능하므로 "발견적 방법"을 이용하여 解를 구하여야 한다. MVDP에 대한 기존의 해법들 중 특정한 방법이 전적으로 우월하다고 평가하기는 어려우나 본 연구에서는 Gillet & Johnson의 "할당-휩쓸음" 방법에 의해 MVDP를 해결하기로 한다.

(1) MVDP

MVDP의 문제 해결절차는 다음과 같다;

1) 각 수요지점들을 하나씩 분배센터에 할당한다(다수분배센터 할당방법 적용) (17)
2) 각 분배센터 단위로 할당된 수요지점들을 차량능력을 고려하여 분할한다(휩쓸음 방법 적용) (11)
3) 차량능력 단위로 분할된 수요지점들에 대하여 경로문제를 해결한다(컨벡스 헐 방법 적용) (17)
4) 경로문제에 대한 최초해를 개선시킨다. (교환절차사용) (17)
5) 분배센터에 대한 할당 문제를 재 검토한 후 2)-4)단계를 반복 수행한다.

(2) MLAP

MLAP는 최적화 방법을 사용하여 문제를 해결할 수 있는 "입지형 문제"로서 0-1 정수계획 모형으로 정형화 되었다. 정수계획법에 대한 현존의 최적화 방법은 절면법(cutting plane method), 분단탐색법(branch & bound method), 부분 열거법(implicit enumeration methods)등을 들 수 있다(22).

이러한 몇가지 해결방법 중 어떤 특정한

방법이 전적으로 우월하다고는 할 수 없으나 현재까지의 계산 경험에 의하면 일정규모 이내의 0-1 정수계획 모형 문제에 대하여서는 부분 열거법이 매우 효율적 임이 입증되고 있다(22).

이 방법을 사용하면 가능해가 조기에 발견되고 부수되는 절차에 의해 신속히 해가 개선된다.

이러한 특성은 실질적으로 매우 중요한 의미를 가지는데 이에 따라서 부분 열거를 끝까지 수행하지 않고도, 전단계에서의 해에 대하여 일정수준의 개선이 이루어질 때까지 혹은 일정 회수(iteration)를 지정하여 그 절차를 단축할 수 있다. 부분 열거법에 의한 지금까지의 계산 경험에 의하면 최적해는 보통 탐색과정의 초기에 획득되나 이 최적(optimality)을 확인하는 데는 많은 계산시간이 요구된다는 사실이 알려져 있다(22).

앞서 언급한대로 MLAP를 해결하는데 있어서 부분 열거법은 최적해가 확인되거나 일정 회수까지의 순환(iteration)이 이루어질 때까지 수행된다. 이러한 순환회수는 사용자가 지정하는데 착수한 문제의 크기에 따라 좌우되며, 일정회수의 순환을 완료하는데 요구되는 시간은 MLAP에 포함된 변수의 수가 증가함에 따라 급격하게 증가한다(10).

(3) MARP

MARP를 해결하기 위하여 요구되는 특성들은 MVDP를 해결하기 위하여 요구되었던 특성과 거의 동일하다. 따라서 MARP의 해결방법은 구조상 MVDP와 거의 유사하나 아래의 두가지 기본적인 요소에서 차이가 난다.

1) MVDP에서의 목적식은 배송비용(이동거리)의 최소화인데 MARP에서의 목적식은 配送費用+積送費用의 최소화이다.

2) MARP에서는 분배센터의 능력을 고려하며 분배센터의 수가 MVDP에서 보다 훨씬 적다. 이러한 차이점을 고려하여 MARP는 아래 순서에 의해 문제를 해결하게 된다.

1) 각 수요지점을 하나씩의 선정된 분배센터에 할당한다. 이때 적용되는 절차는 MVDP에서의 절차와 동일하나 마지막에 다음 절차를 추가한다.

할당을 고려하는 수요지점 i의 할당 예정 분배센터가 j_1일때, 분배센터 j_1에 이미 할당된 수요지점들의 전체 수요량의 합을 Q_r 이라고 하고

$Q_r + q_i \leq T_{j1}$ 를 만족시키는지 검토한다.

만일 이 조건이 충족되면 수요지점 i는 분배센터 j_1에 할당되고, 충족되지 않으면 두번째와 세번째 가까운 분배센터 j_2, j_3에 대하여 할당 절차를 다시 적용한다.

2) 각 분배센터 단위로 경로 문제를 해

결한다. (MVDP와 동일)

3) 경로문제에 대한 최초해를 개선한다. (MVDP와 동일)

4) 분배센터에 대한 할당 문제를 재검토한후 2), 3)단계를 반복한다. 이때 적용되는 절차는 아래 사항을 제외하고는 MVDP에서와 동일하다.

MVDP에서는 할당 변경의 기준이 되는 비용요소를 배송비용(운행거리)만을 고려하였으나 여기서는 이에 추가하여 적송비용까지를 고려해야 하므로 아래의 식에서 $TSC_i > 0$이면 수요지점 i는 분배센터 j_2로 할당이 변경되고 $TSC_i < 0$이면 수요지점 i는 분배센터 j_1에 원래대로 할당이 이루어진다.

$$TSC_i = q_i \times (CT_{ij1} - CT_{ij2}) + K \cdot C \times (D_1 - D_2)$$

단, TSC_i : 전체 절약 비용

D_1 : 수요지점 i가 분배센터 j_1에 할당될때 전체 배송거리

D_2 : 수요지점 i가 분배센터 j_2에 할당될때 전체 배송거리

6. 結 論

本 硏究에서는 각 需要地點의 需要量이 未車扱인 경우의 분배센터 立地選定時에는 차량경로를 고려하여야 하는 必要性과 그 模型 및 解法에 대하여 考察하였다.

提示된 方法論에 의한 문제 해결의 경우 費用要素가 正確히 反映되어 분배센터 立地選定時 보다 合理的인 意思決定이 가능하다. 그러나 本 硏究에서는 단순히 費用最小化만을 고려함으로써 分配시스템에 의해 提供되는 對 고객 서비스 수준이 反映되지 못하였으며, 분배센터 관련 고정비용이 一定하고, 自社所有 標準 차량만을 사용하는 것으로 가정하는 등의 限界點을 내포하고 있다.

따라서 이를 극복할 수 있는 추가적인 연구가 필요하다. 이러한 多數分配施設 立地決定模型은 병참시설의 位置選定 및 분배차량 經路 구성시에 有用하게 사용할 수 있다.

參考文獻

(1) Ball, M. & M. Magazine, "The Design and Analysis of Heuristics", Networks Vol. 11, No. 1 (1981), pp215-219

(2) Bellmore, M. & G. L. Nemhauser, "The Traveling Salesman Problem - A Survey", Operations Research Vol. 16 (1968), pp. 538-558

(3) Bodin, L., B. Golden, A. Assad, & M. Ball, "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews : The State of the Art", Computers and Operations Research Vol. 10, No. 2, (1983), pp. 63-211

(4) Christofides, N. & S. Eilon, "Expected Distance in Distribution Problems", Operational Research Quarterly, Vol. 20, No. 3 (1969), pp. 437-443

(5) Clarke, G. & J. Wright, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Point", Operations Research, Vol. 12 (1964), pp. 568-581

(6) Daganzo, C. F. & G. F. Newell, "Configuration of Distribution Networks", Networks Vol. 16 (1986), pp. 113-132

(7) Eilon, S., C. D. T. Watson-Gandy & N. Christofides, Distributions Management : Mathematical Modeling and Practical Analysis, (N. Y. : Hafner Publishing Company, 1971)

(8) Federgruen, G. & B. J. Lageweg, "Hierachical Distribution Modeling with Routing Cost", Research Working Paper, BW 117/80, Amsterdam, 1980

(9) Fisher, M. L. & R. Jaikumar, "A Generalized Assignment Heuristics for Vehicle Routing", Networks Vol. 11, No. 2 (1981), pp. 109-124

(10) Gillet, B. E. Introduction to Operations Research, (N. Y. : McGraw-Hill, 1980)

(11) Gillet, B. E. & L. R. Miller, "A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem", Operations Research, Vol. 22 (1974), pp. 340-349

(12) Gillet, B. E. & J. G. Johnson, "Multi-Terminal Vehicle Dispatch Algorithm", OMEGA, Vol. 4, No. 6 (1976), pp. 711-718

(13) Laporte, G. & Y. Nobert, "An Exact Algorithm for Minimizing Routing and Operating Cost in Depot Location", European Journal of Operational Research Vol. 6 (1981) pp. 224-226.

(14) Lin, S. & B. Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithm for the Travelling Salesman Problem", Operations Research, Vol. 21 (1973). pp. 498-516

(15) Madsen, O. B. G. "Methods for Solving Combined Two Level Location-Routing Problems of Realistic Dimensions", European Journal of Operational Research, Vol. 12 (1983), pp. 295-301

(16) Neuchel, R. P., "Physical Distribution Forgotten Frontier", Harvard Business Review, Vol. 45 (1967), pp. 125-134

(17) Or, I. & W. P. Pierskalla, "A Transportation Location-Allocation Model for Regional Blood Banking", AIIE Transactions, Vol. 11 (1979), pp. 86-95

(18) Rand, G. K. "Methodological Choices in Depot Location Studies", Operational Research Quarterly, Vol. 27 (1976), pp. 241-249

(19) Watson-Gandy, C. D. T. & P. J. Dohrn, "Depot Location with Van Salesman - A Pratical Approach", OMEGA, Vol. 1 (1973), pp. 321-329

(20) Webb, M. H. J. "Cost Functions in the Location of Depots for Multi-Delivery Journeys", Operational Research Quarterly, Vol. 19, No. 3 (1968), pp. 311-328

(21) Wren, A. & A. Holliday, "Comuter Scheduling of Vehicles from One or More Depots to a Number of Delivery Points", Operational Research Quarterly, Vol. 23, No. 3 (1972), pp. 333-344

(22) Zionst, S., Linear and Integer Programming (N. J. : Englewood Cliffs, 1974)