

새로운 亂數發生法에 의한 回路設計用 시뮬레이션 알고리즘 開發에 關한 研究

(下)

A Study on the Development of
Simulation Algorithm for the Circuit
Design by New Random Number Generation

李 根 喆

本協會 編修委員(工學博士)

3. 난 수

3 · 1 균일 난수의 발생법

난수는 균일난수와 임의 난수가 있다. 균일 난수는 물리난수, 산술난수, 난수주사위 및 난수표 등이 있고 임의 난수는 지수분포, 포아송 분포, 정규 분포 난수가 있다. 임의 난수는 균일 난수를 사용하여 만드는 것으로서 회로 해석에 이용되는 난수는 균일난수와 정규난수를 이용한다.

산술 난수는 전자계산기를 이용하여 발생되며 오백전부터 연구되어온 것이다. 대표적인 것으로는 중앙 2승법, 합동법 등이 있다.

의사난수가 만족해야 할 조건으로는 첫째 여러개

의 난수를 발생할 수 있어야 하며 발생하는 난수에 만약 주기성이 있다면 이 주기는 충분히 긴 것이 되지 않으면 안된다. 둘째 바람직한 난수 발생의 자격으로서는 재현성이 있어야 한다.

난수의 검정법에는 빈도 검정, 제차 검정, 포카 검정, 깎 검정, 연 검정, 카이스퀘어 검정(x^2) 및 Kolomogorov-Smirnov 검정법이 있으며 본 논문에서 사용한 난수 발생법을 빈도검정에 의하여 표준 정규분포를 가졌을 때 평균치 0과 1을 따르는가를 Kolomogorov-Smirnov 검정법에 의하여 검정한바 Two tailed의 값이 0.096%로 양호 하였음을 알 수 있다.

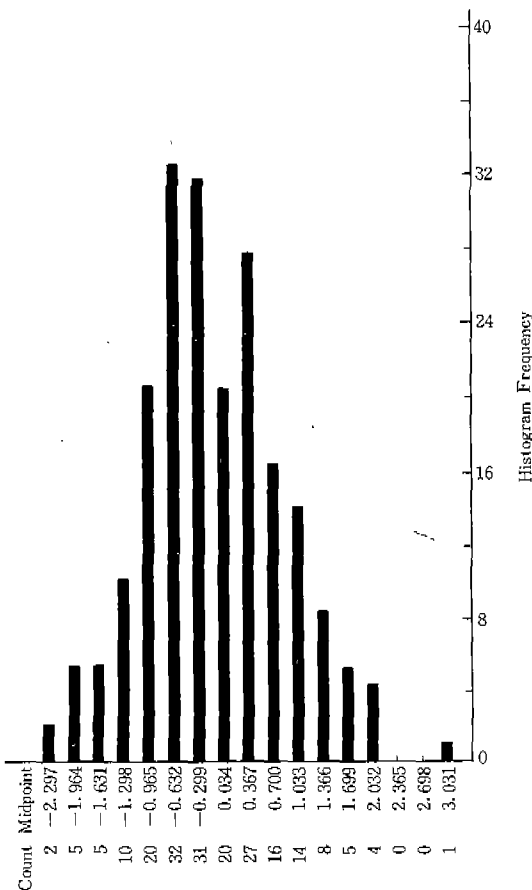
3 · 2 정규분포 난수 발생법

본 논문에서는 Kahn's의 근사화 정리나 중심극한 정리 (Central limit theorem) 보다 우수한 정규분포를 갖는 난수발생식을 다음과 같이 제안하였다.

$$P = \{-2 \ln r\}^{1/2} \sin(2\pi r) \dots\dots\dots (3 \cdot 1)$$

상기식은 sin 함수와 자연대수를 혼합한 식으로서 r는 균일난수이고 P는 정규분포 난수이다. 이식은 택한 이유는 sin 함수는 그값이 ±1 내에 있고 여기에 자연대수를 취하면 그 분포는 정규분포가 되기 때문이다. 그림 3·1은 MONSIM 프로그램에 사용된 난수발생식의 분포도로서 이것은 SPSS Frequency Histogram으로 프린트한 것이다.

3·3 상관된 난수



〈그림 3·1〉 MONSIM 프로그램에 사용된 난수발생분포도

정규분포를 갖는 상관된 난수는 다음과 같은 소자의 공분산 행렬 Z에 의해서 정의된다.

$$Z = \sigma_p \rho_p \sigma_p + \dots\dots\dots (3 \cdot 2)$$

여기서 σ_p 는 표준편차이고, ρ_p 는 상관 계수이며 Z가 양정수 (Positive Definite) 일때 발생될 수 있다. 출력공분산 매트릭스 Q는

$$Q = SZS^t \dots\dots\dots (3 \cdot 3)$$

식 (3·3)에서 S는 감도 매트릭스이다. 소자값 공분산 Z와 난수 r 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 가정하면

$$Z = Sr \dots\dots\dots (3 \cdot 4)$$

S와 Z는 다음과 같이 된다.

$$S = \sigma_p Q \wedge^{1/2} \dots\dots\dots (3 \cdot 5)$$

$$Z = (\sigma_p Q \wedge^{1/2}) r \dots\dots\dots (3 \cdot 6)$$

여기서 \wedge 는 실수 아이젠값의 대각선 매트릭스이다.

특정한 공분산 행렬을 갖는 정규 난수는 다음과 같이 발생시킨다.

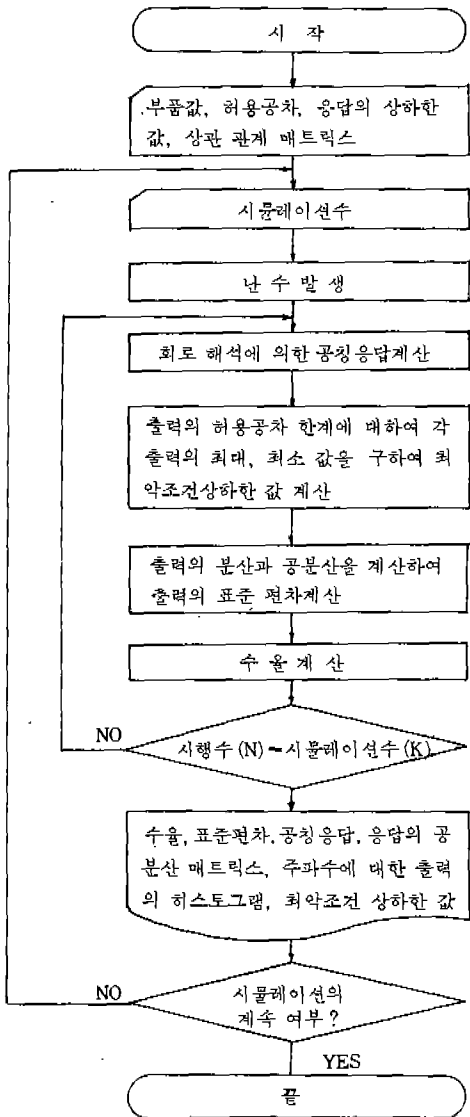
1. 처음의 입력에서 Q와 $\wedge^{1/2}$ 을 결정하고 S를 발생한다.
2. 단위 표준편차와 n개의 독립적인 정규난수 r를 발생한다.
3. $Z = Sr$ 를 사용하여 상관된 랜덤 소자값을 얻는다.
4. 평균값을 더한다.

4. 프로그램의 구성과 설계사례

4·1 본 논문에서의 몬테칼로 해석 순서

유통도에 의하여 회로를 해석하는 순서는 다음과 같다 (그림 4·1 참조)

- 1) 부품값, 허용공차, 응답의 상하한 값 및 상관 관계 매트릭스를 입력한다.
- 2) 원하는 설계사양 이내에 들어오도록 특정한 분포를 갖는 회로 소자값의 랜덤 집합을 발생시킨다.
- 3) 출력 성능 벡터를 얻기 위하여 회로를 해석한다.



(그림 4 · 1) MONSIM 프로그램 유통도

- 4) 가. 출력의 분산과 공분산을 얻기 위하여 분산식과 공분산식으로 부터 합계를 반복하며 구한다.
 나. 최악 조건 허용공차 한계에 대하여 각 출력의 최대, 최소값을 구한다.
 다. 공차장 한계가 정해지면 공차한계 이내에 들어오는 시뮬레이션수를 계산한다.
- 5) 원하는 통계적인 정확도를 주기 위하여 다수의 부품값을 발생시킬 때까지 1~3을 반복하여 수행

한다.

6) 수율, 공칭응답, 최악조건 상하한 값, 표준 편차 및 공분산 매트릭스를 결정한다.

본 논문에서는 몬테칼로 시뮬레이션 프로그램을 MONSIM이라고 하였으며 구성은 6단계 즉 데이터의 입력, 난수발생, 회로분석용 서브루틴, 통계적 분석, 출력 및 히스토그램으로 되어 있으며 베이직과 포트란 언어로 개발하였다.

본 MONSIM 프로그램에서의 수율(Yield) 계산은 적분 방식을 사용하지 않고 누적분포에 의한 확률 개념으로 수율값을 계산한 것이다. 즉, $A(0.0) = A(0.0) * 100 / \text{시뮬레이션 횟수}$ 로 나타내었다.

A의 0행에는 응답의 상한값이, 그리고 A의 0열에는 응답의 하한값이 들어가게 된다.

시뮬레이션할 때마다 계산된 결과가 A의 0행과 0열 사이에 들어오면 수율값을 계산하여 누적한 후 퍼센트로 나타낸 것이다.

이 프로그램을 이용하여 실제 사례를 제시하고 검토한다.

4 · 2 설계 사례

설계 사례 1

그림 4 · 2와 같은 대역통과 필터의 허용공차장, 최악 조건 허용공차 한계 및 수율을 계산한다.

통과대역과 정지 대역에서의 10개의 주파수를 사용하고 허용공차 한계는 표 4 · 1과 같다.

공칭 부품값은 $R_1 = R_2 = 1K\Omega$, $L_1 = L_4 = 1.919mH$, $L_2 = 7.5964mH$, $L_3 = 8.3438mH$, $C_1 = C_4 = 1.677\mu F$, $C_2 = 0.3859\mu F$, $C_3 = 0.4236\mu F$ 로 주었다. 차단 주파수를 계산한 결과 상측 차단 주파수는 2857Hz이고 하측 차단 주파수는 2753Hz이다.

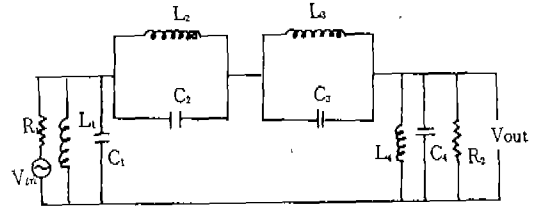
여기서 주어진 상한값과 하한값을 고정시키고 부품의 공차를 1%로 주고 수율값을 계산한 바 47.95%를 얻었다.

한편 부품의 공차를 0.5%로 낮추었을 때 수율값은 82%로 높아졌다.

표 4 · 2는 설계 사례 1에 대한 계산결과이며 각각의 주파수에 대한 응답의 공칭치를 그래프로 그린

〈표 4·1〉 대역통과필터의 허용공차한계

주파수 (Hz)	2650	2695	2760	2775	2795	2815	2835	2850	2920	2965
허용공차	▲									
상한 (dB)	4	4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	4	4
하한 (dB)	-50	-50	-1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-1	-50	-50

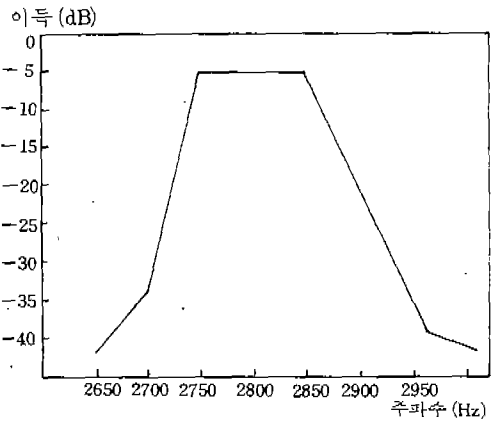


〈그림-4·2〉 대역 통과 필터

〈표 4·2〉 설계사례 1 에 대한 출력결과

HZ.	RESPONSE NOMINAL	RESPONSE UPPER LIMIT	RESPONSE LOWER LIMIT	RESPONSE STANDARD DEVIATION
2650.000	-40.054	-35.436	-75.917	1.973
2695.000	-35.539	-24.788	-90.058	4.737
2760.000	-6.162	-5.972	-10.368	.436
2775.000	~6.088	-5.960	-7.119	.150
2795.000	-6.062	-5.955	-7.129	.125
2815.000	-6.050	-5.960	-7.082	.120
2835.000	-6.088	-5.962	-7.129	.149
2850.000	-6.105	-5.965	-8.769	.358
2920.000	-35.468	-24.626	-96.133	4.671
2965.000	-40.802	-35.263	-86.263	2.527

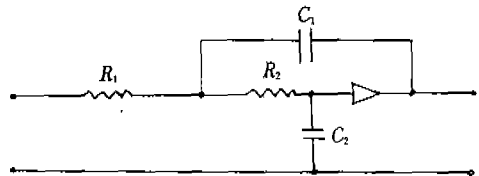
PERCENTAGE YIELD = 47.95%



〈그림-4·3〉 대역통과필터에 대한 주파수 응답곡선

〈표 4·3〉 저역 통과 필터의 허용공차한계

주파수 (Hz)	1250	2500	3750	5000	6250	7500	8750	10000	11250	12500
허용공차	▲									
상 한	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
하 한	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-50	-50	-50	-50	-50



〈그림-4·4〉 저역통과필터

것이 그림 4·3 과 같다.

설계 사례 2

그림 4·4와 같은 저역통과 필터에 대하여 허용 공차에 미치는 부품상관의 영향을 조사한다. 부품의 표준편차는 공칭치의 1%로 하고 10개의 주파수에 대한 허용공차는 표 4·3과 같으며 부품값은 $R_1 = R_2 = 2K\Omega$, $C_1, C_2 = 1.07132 \times 10^{-8}F$ 이다.

상관계수가 없다고 생각하고 계산한 결과는 표 4·4와 같이 39%의 수율을 나타내었으며 상관계수를 고려했을 때는 100%의 수율을 얻었다. 또한 표 4·4에서 주어진 10개의 주파수에 대한 응답의 공

칭치로 플로트 한 것이 그림 4·5와 같으며 차단 주파수를 계산한 결과 7428Hz였다.

설계 사례 3

그림 4·6과 같은 전압조정기에는 트랜지스터 Q_1, Q_2, Q_3 가 출력에 미치는 영향을 조사한다. 회로설계 조건은 부품값의 공차를 1% 주고 상한과 하한을 $\pm 0.1V$ 로 하고자 한다. 트랜지스터 Q_1, Q_2, Q_3 의 파라미터 값은 표 4·5와 같이 주어졌다.

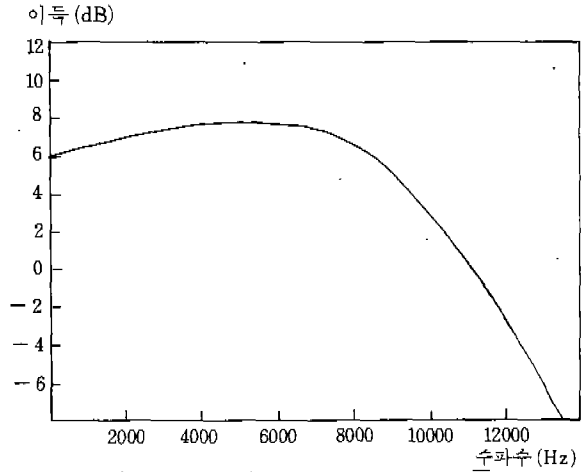
저항 R_1, R_2, R_3 및 R_4, R_7 에 대하여 각각 5%의 허용공차를 주고 시뮬레이션 한바 수율은 100%였으며 어느 경우에도 출력전압 $-16 \pm 1V$ 에는 변함이

〈표-4·4〉 설계사례 2 의 계산결과

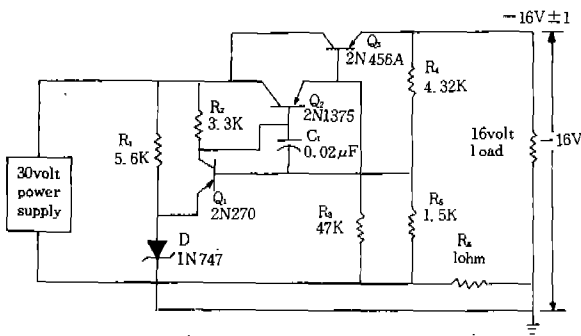
THE NUMBER OF SIMULATION IS 1000

HZ.	RESPONSE NOMINAL	UPPER LIMIT	LOWER LIMIT	STANDARD DEVIATION
1250	6.141787	6.165147	6.116414	.0100028
2500	6.480329	6.575413	6.374517	4.208911E 02
3750	6.935285	7.14752	6.680816	.1015433
5000	7.257279	7.649061	6.795788	.1901493
6250	7.026484	7.678999	6.338598	.2881867
7500	5.935177	6.756245	5.00269	.3550848
8750	4.151341	4.974023	3.124871	.3779397
10000	2.089335	2.826994	1.072243	.3764708
11250	.0350197	.804657	.9353622	.3676538
12500	-1.894755	-1.111973	2.81352	.3582232

PERCENTAGE YIELD 39



〈그림-4·5〉 저역통과필터에 대한 주파수응답곡선



〈그림-4·6〉 전압조정기

없었다. 또한 트랜지스터 Q_1, Q_2, Q_3 의 파라미터에 대하여 10%의 공차를 주고 1000번 시뮬레이션한바 63.6%의 수율을 얻었다.

5. 결론

본 논문에서 제안한 MONSIM 프로그램은 6단계로 구성하였으며 수율 계산은 직접 적분을 하지 않고 확률 개념이 들어가는 간단한 방법으로서 정해진 출력의 상하한에 들어오는 응답의 수를 누적한 후 시뮬레이션 횟수로 나누어 수율을 계산한 것이다. 본 MONSIM 프로그램에서 사용한 난수 발생식을 SPSS Frequency Histogram 으로 테스트 해

〈표-4·5〉 트랜지스터 Q_1, Q_2, Q_3 의 파라미터 값

파라미터	hie (Ω)	hfe	hoe (Ω)	Ico (mA)	V_B (V)
Q_1	950	83	0.0002	0.0003	0.15
Q_2	1110	90	0.00007	0.00006	0.14
Q_3	36.2	185	0.00006	0.002	0.18

본 결과 칸의 근사한 식이나 중심 극한정리보다 난수발생이 정규분포를 이루고 있으며 주기가 길고 처리 시간이 빠르며 신뢰도 구간이 양호하였음을 알 수 있었다.

그리고 퍼스컴을 이용하여 몬테칼로 해석을 시뮬레이션할 수 있었으며 임의로 선택한 주파수에서 스케일된 전달함수를 히스토그램으로 플로팅할 수 있고 파라미터간에 상관관계가 있을 때 이것을 고려하여 회로를 해석할 수 있게 하였다.

또한 허용공차장 개념을 도입하여 수율을 판단할 수 있는 프로그램도 개발하였다. 설계 사례에서 본 바와 같이 회로 설계자가 원하는 사양의 제품을 얻고자 할 때는 출력의 상하한 값을 고정하고 각 부품값들의 허용 공차를 변경하거나 반대로 부품값의 허용공차를 고정하고 출력의 상하한값을 변경하여 수율값을 조정할 수 있었다. 즉 주어진 출력의 상

하한 값에서 부품의 허용공차를 작게 주었을 때는 원하는 사양 이내에 들어오는 수율은 높았으며 반대의 경우는 수율이 낮아짐을 알 수 있었다.

설계사례 1에서는 주어진 상하한 값을 고정시키고 부품의 공차를 1%에서 0.5%로 낮추었을 때는 수율값이 47.95%에서 82%로 높아졌음을 알 수 있다.

설계사례 2는 집적회로 설계의 기본이 되는 것으로서 상관계수를 고려하여 회로의 신뢰도를 평가한 바 100%의 매우 양호한 수율값을 얻을 수 있었다.

설계사례 3의 전압조정기인 경우에는 트랜지스터 Q_1, Q_2, Q_3 의 파라미터의 5%의 허용공차를 주어회로를 시뮬레이션한 결과 82.5%의 수율을 얻었고, 10%의 허용공차를 주었을 때는 63.2%의 수율을 얻었는데, 출력의 상하한 값은 $\pm 0.1V$ 로 정한 경우이다.

그리고 저항 R_1, R_2, R_3, R_4, R_7 에 대해서 5%의 허용공차를 주고 시뮬레이션한 바 100%의 수율은 얻었으나 특히 R_4, R_5 에 대해서 동일한 5%의 허용공차를 주었을 때는 각각 36.30%의 수율을 얻었다.

이것은 저항 R_4, R_5 가 회로구성에 큰 영향을 준다는 것을 의미한다.

이상의 설계사례 내용에서 본 바와같이 공차가 적은 소자를 사용하게 되면 주어진 설계사양을 잘 만족시켜서 수율을 높이는 요인이 된다. 그리고 수율이 높아지면 생산비가 저렴해지는 요인이 되나 허용공차가 적은 소자가 가격이 크게 되면 전체적으로 가격이 올라갈 수 있다.

집적회로의 경우에는 제품 생산시 수율이 높아지면 가격이 내려가게 되므로 수율은 높여 주어야만 경쟁력이 생기게 될 것이다.

본 MONSIM 프로그램으로 필터와 전압 조정기에 대하여 시뮬레이션 하였으나 VLSI칩의 기본 셀이 될 수 있는 Static, Dynamic RAM이나 인버터 체인통과 같은 회로에 대해서 해석할 수 있는 프로그램을 개발하고자 하며 I.C설계시 필수적으로 사용하는 SPICE 프로그램에서 본 MONSIM 프로그램을 연결하여 사용할 수 있도록 하겠다. 그리고 앞으로는 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 반도체 모델링을 행하고자 한다. *

(참고문헌·부록은 지면관계로 생략)

