

곡선 캠을 이용한 자동이송장치의 기구해석 및 Simulation 용 CAD 프로그램 개발(I)

신중호* · 최영휴** · 노창수*

**Kinematic Analysis and Simulation of an Automatic Feeding Mechanism
subjected by A Curvilinear Inverse Cam(I)**

Joong-Ho, Shin* · Young-Hyu, Choi** · Chang-Soo, Rho*

ABSTRACT

This paper is concerned on kinematic Analysis and Simulation of an automatic feeding mechanism and a curved inverse cam. The main objective is the development of an algorithm of the cam-feeding mechanism and a CAD program. The computer program CACAFS (Computer-Aided Cam and Automatic Feeding System) is developed by using the state-of-the-art for CAD. Thus, the program CACAFS is independent of computer hardwares and also interactive.

As the first part of paper, this paper introduces the algorithm to analyze the motion of the inverse cam and the automatic feeding mechanism. The second part of paper presents the technique for the mechanism simulation and graphics-oriented CAD programming.

* 창원본소 CAD/CAM室, Member of CAD/CAM Lab.
** 창원본소 응용역학실, Member of Applied Mechanics Lab.

1. 서 론

일반적으로 캠 기구는 구동부인 캠과 종동부인 피동차 (Follower)로 이루어진 기계요소를 일컫는다. 캠 기구는 종동부에 매우 다양한 형태의 운동을 정확하고 손쉽게 발생시킬 수 있는 가장 간단한 종류의 기구이므로, 내연기관이나 인쇄기, 공작기계, 가진기 및 자동이송 장치류 등에 널리 이용된다.

캠 기구를 이용하여 얻고자 하는 운동의 형태는 캠의 형상에 따라 결정되는데 흔히 사용되는 캠의 형상으로는 원반형 캠 (Disk cams), 병진 캠 (Translation cams), 원통형 캠 (Cylindrical cams) 등이 있으며, 기능상 특수한 형태로서 역 캠 (Inverse cams)이 있다. 보통의 캠 기구에서는 캠이 구동부 역할을 하지만, 역 캠에서는 캠이 종동부 기능을 갖게 된다.

캠 기구의 설계는 종동부의 변위선도 (Displacement diagram)를 정한 후에 구동부인 캠의 형상을 결정한다. 그러나 역 캠의 경우는 구동부의 변위선도에 따라 캠의 운동이 요구되는 설계조건을 만족하도록 설계해야 된다.

본 논문에서는 두 개의 직선 및 두 개의 원호로 된 안내면을 가진 곡선형 역 캠 (Curvilinear inverse cam)의 운동해석을 위한 방법을 제시하며, 자동이송장치의 기구해석도 수행한다.

2. 해석적 해법

해석적 해법에서는 캠을 직선부와 곡선부로 분할하여 각각의 운동을 해석한 후에 이를 종합하여 전체 캠의 운동을 구한다. 캠의 운동이 구해지면 이를 이용하여 이송기구의 나머지 요소에 대한 운동을 해석한다.

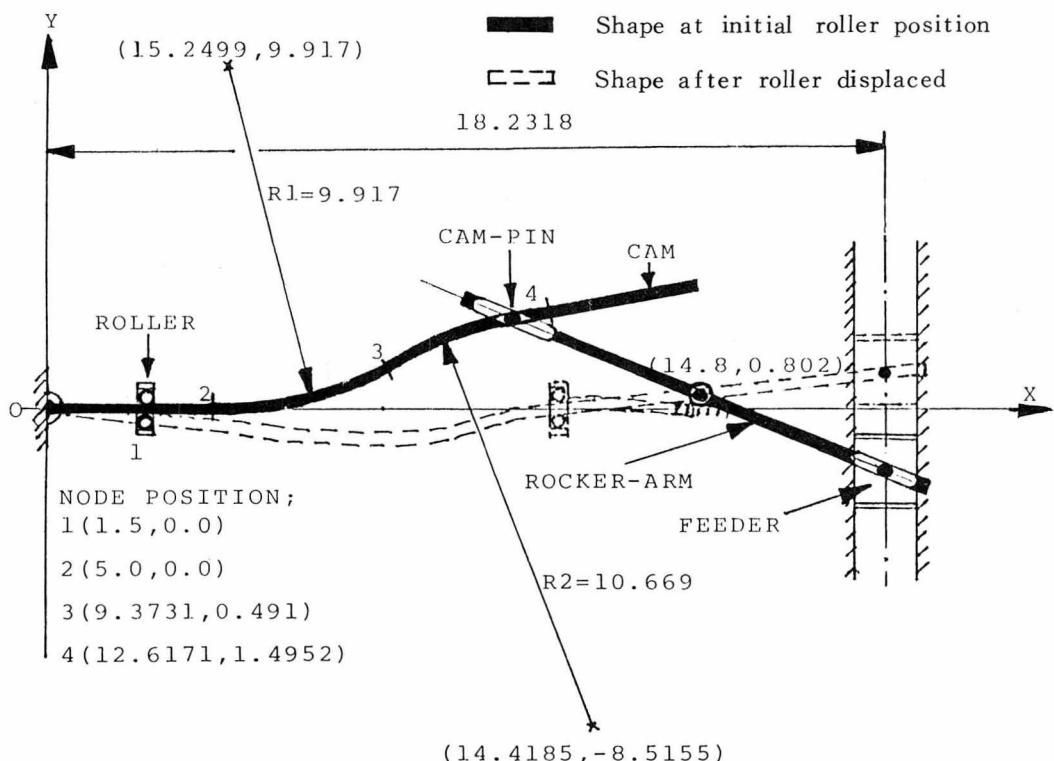


Fig. 1 Geometric Model of An Automatic Feeding System Using a Curvilinear Inverse Cam (unit; inch).

2.1 자동 이송기구 모델

해석하고자 하는 자동 이송기구의 모델은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 로울러(Roller), 캠, 로커 암(Rocker-arm), 피이더(Feeder)로 구성되어 있다. 해석 및 모델링에 사용된 좌표계는 그림에서 보는 바와 같다. 캠의 한쪽 끝부분은 좌표계 원점에 힌지(Hinged)되어 있다. 캠 핀(Cam-pin)은 캠에 완전히 고정되어 있다. 로커 암의 양단에는 홈이 있어서 각각 캠 핀 및 피이더에 연결된다. 로커 암 양단의 홈과 캠 핀 및 피이더는 각각 미끄럼 접촉을 한다. 피이더는 로커 암의 운동에 따라 그림의 Y축 방향으로 안내면을 따라서 미끄럼 운동을 한다. 로울러는 X축 방향으로 왕복운동을 하며 Y축 방향으로는 움직이지 않는다.

2.2 캠의 운동해석

Fig. 1에서 보는 바와 같이 캠은 원점 0에서 절점 2까지 부분과 절점 4 이후 부분은 직선으로 되어 있고, 절점 2에서 4까지는 2개의 원호로 되어 있다. 본 해석에서는 이러한 기하학적 특성에 따라 캠을 직선 형상의 경우와 원호 형상의 경우로 구분하여 각각의 운동을 해석한 후, 이들을 종합하여 전체 캠의 운동을 구한다.

2.2.1 직선 캠의 운동

Fig. 2와 같이 로울러가 직선 캠과 접촉하면서 X축 선상을 따라 움직일 때, 직선 캠의 각 변위 θ 는 원점에서 로울러가 움직인 거리 L

만큼 떨어진 캠 상의 위치까지 X축이 θ 만큼 역회전하는 것과 동일하다. 즉 로울러가 X축을 따라 움직일 때, 직선 캠의 운동은 Fig. 2의 L 과 θ 로써 표시할 수 있다.

Fig. 2에서 보는 바와 같이, 임의의 직선 캠의 식은 x , y 의 함수로 다음과 같이 표시된다.

$$f(x, y) = ax + by + c = 0 \dots\dots\dots(1)$$

이 식을 L , θ 의 함수로 변환하면,

$$f(L, \theta) = a \cdot L \cos \theta + b \cdot L \sin \theta + c = 0 \dots\dots\dots(2)$$

(2)식에서 L 은 로울러의 변위선도에서 주어지며, a , b , c 는 상수 값이므로 직선 캠의 각 변위 θ 는 다음과 같다.

$$\theta = 2 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{-B + \sigma \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - A} \right) \dots\dots\dots(3)$$

여기서,

$$A = a \cdot L$$

$$B = b \cdot L$$

$$C = c$$

$$\sigma = \pm 1$$

부호 σ 는 원점에서 거리 L 인 위치가 직선 캠상에 두곳임을 나타내며, 앞뒤의 운동관계에서 정확한 위치를 결정할 수 있다. (2)식을 1차 및 2차 미분하면 캠의 각 속도와 각 가속도를 각각 구할 수 있다. 즉,

$$\dot{\theta} = \frac{-CL}{L^2(a \sin \theta - b \cos \theta)} \dots\dots\dots(4)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-C\ddot{L} + CL\theta^2}{L^2(a \sin \theta - b \cos \theta)} - \frac{2\dot{L}\dot{\theta}}{L} \dots\dots\dots(5)$$

2.2.2 원형 캠의 운동

Fig. 3과 같은 원형 캠의 운동도 직선 캠의 경우와 유사한 방법으로 구할 수 있다.

원의 일반식은 다음과 같다.

$$g(x, y) = (x - u)^2 + (y - v)^2 - R^2 = 0 \dots\dots\dots(6)$$

(6)식을 L , θ 의 함수로 변환하면,

$$\begin{aligned} g(L, \theta) &= 2LU \cdot \cos \theta + 2Lv \cdot \sin \theta + R^2 \\ &\quad - L^2 - U^2 - v^2 \\ &= D \cdot \cos \theta + E \cdot \sin \theta + F = 0 \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

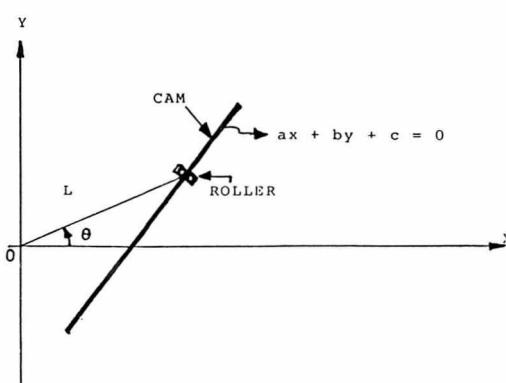


Fig. 2 Straight Cam Model.

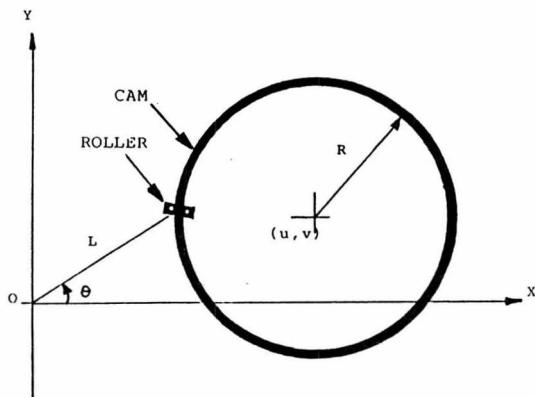


Fig. 3 Circular Cam Model.

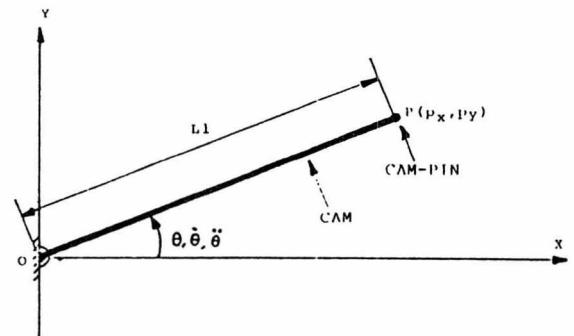


Fig. 4 Cam and Cam-pin Model.

여기서,

$$D = 2Lu$$

$$E = 2Lv$$

$$F = R^2 - L^2 - u^2 - v^2$$

(1)식을 $t = \tan \frac{\theta}{2}$ 을 사용하여 t 의 식으로 변환하면,

$$(F-D)t^2 + 2Et + F + D = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

(8)식을 풀면

$$t = \frac{-E \pm \sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{F - D} \quad \dots\dots\dots(9)$$

(9)식으로부터 원형 캠의 각변위 θ 는 :

$$\theta = 2 \cdot \tan^{-1} \left\{ \frac{-E + \sigma \sqrt{D^2 - E^2 + F^2}}{F - D} \right\} \dots (10)$$

여기서,

$$\sigma = \pm 1$$

(7)식을 1차 및 2차 미분하여 정리하면 각 속도와 각 가속도 $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ 는 :

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{L} (L - v \sin \theta - u \cos \theta)}{L (v \cos \theta - u \sin \theta)} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{L} (L - u \cos \theta - v \sin \theta) + 2 \dot{L} \dot{\theta} (u \sin \theta - v \cos \theta) + L \dot{\theta}^2 (u \cos \theta + v \sin \theta) + \dot{L}^2 u \sin \theta}{L (v \cos \theta - u \sin \theta)} \quad \dots\dots\dots(12)$$

2.3 캠 핀의 운동

Fig.4에서 보는 바와 같이 원점에서 캠 핀 까지의 거리 L_1 은 일정하고, 캠의 운동해석에서 θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ 는 구하였으므로, 캠 핀의 운동은 이들을 이용하여 다음과 같이 구한다.

Fig.4의 캠 및 캠 핀의 기하학적 관계로부터 캠 핀의 변위를 구할 수 있으며, 이를 미분하여 캠 핀의 속도와 가속도를 구한다.

캠 핀의 x 축 및 y 축상의 변위는 :

$$\begin{cases} P_x = L_1 \cos \theta \\ P_y = L_1 \sin \theta \end{cases} \quad \dots\dots\dots(13)$$

캠 핀의 속도는 :

$$\begin{cases} \dot{P}_x = L_1 \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{P}_y = L_1 \dot{\theta} \cos \theta \end{cases} \quad \dots\dots\dots(14)$$

캠 핀의 가속도는 :

$$\begin{cases} \ddot{P}_x = -L_1 \dot{\theta}^2 \cos \theta - L_1 \ddot{\theta} \sin \theta \\ \ddot{P}_y = -L_1 \dot{\theta}^2 \sin \theta + L_1 \ddot{\theta} \cos \theta \end{cases} \quad \dots\dots\dots(15)$$

2.4 로커 암의 운동

로커 암의 운동은 캠 및 캠 핀의 운동으로부터 구할 수 있다. 로커 암의 운동은 헌지된 곳을 중심으로 대칭성이 있으므로 Fig.5와 같이 모델링하여도 그 운동을 충분히 구할 수 있다.

캠 핀은 캠과 로커 암의 교점이므로

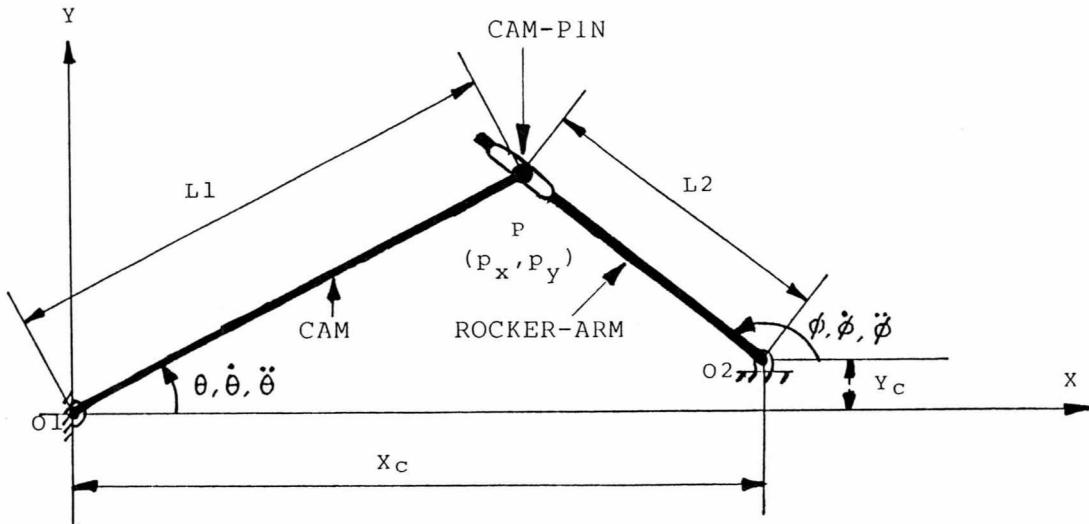


Fig. 5 Cam and Rocker-arm Model.

$$\begin{cases} P_x = L_1 \cos \theta = X_c + L_2 \cos \phi \\ P_y = L_1 \sin \theta = Y_c + L_2 \sin \phi \end{cases} \quad \dots \dots \dots (16)$$

(16) 식으로부터 로커 암의 회전 각변위 ϕ 는 :

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{P_y - Y_c}{P_x - X_c} \right\} \quad \dots \dots \dots (17)$$

베타 합을 이용하면 L_2 는 :

$$L_2 = \sqrt{(P_y - Y_c)^2 + (P_x - X_c)^2} \quad \dots \dots \dots (18)$$

(16) 식을 1 차 및 2 차 미분하여 정리하면, 로커 암의 회전 각속도 및 각가속도와 길이 변화 \dot{L}_2 , \ddot{L}_2 를 구할 수 있다.

$$\dot{\phi} = \frac{L_1 \dot{\theta} (\sin \theta \cdot \sin \phi + \cos \theta \cdot \cos \phi)}{L_2} \quad \dots \dots \dots (19)$$

$$\dot{L}_2 = L_1 \dot{\theta} (\cos \theta \cdot \sin \phi - \sin \theta \cdot \cos \phi)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{L_1 \dot{\theta}^2 (\cos \theta \cdot \sin \phi - \sin \theta \cdot \cos \phi)}{L_2} +$$

$$\frac{L_1 \dot{\theta} (\sin \theta \cdot \sin \phi + \cos \theta \cdot \cos \phi) - 2 \dot{L}_2 \dot{\phi}}{L_2}$$

$$\begin{aligned} \dot{L}_2 &= -L_1 \dot{\theta}^2 (\cos \theta \cdot \cos \phi + \sin \theta \cdot \sin \phi) \\ &\quad + L_1 \ddot{\theta} (\cos \theta \cdot \sin \phi - \sin \theta \cdot \cos \phi) + L_2 \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (20)$$

2.5 피이더의 운동

피이더의 운동은 로커 암의 운동을 이용하여 구할 수 있다.

Fig.6에서 피이더의 위치, Q_x, Q_y 는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{cases} Q_x = X_c + L_x \\ Q_y = Y_c + L_x \cdot \tan \phi \end{cases} \quad \dots \dots \dots (21)$$

(21) 식으로부터 피이더의 속도 및 가속도는 :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x &= 0 \\ \dot{Q}_y &= \frac{L_x \cdot \dot{\phi}}{\cos^2 \phi} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Q}_x &= 0 \\ \ddot{Q}_y &= L_x \cdot (\ddot{\phi} + 2 \dot{\phi}^2 \cdot \tan \phi) / \cos^2 \phi \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (23)$$

2.6 로울러의 운동선도

캠 기구 운동해석의 입력 데이터인 로울러의

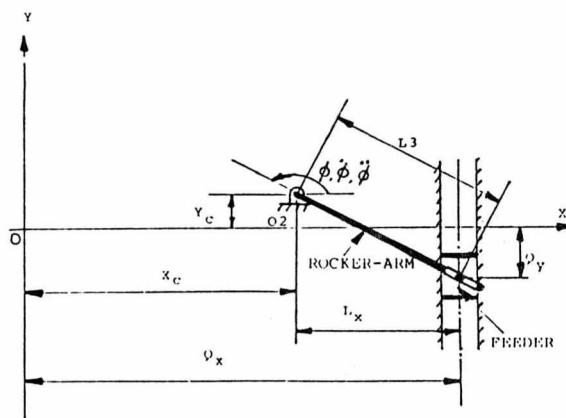


Fig. 6 Rocker-arm and Feeder Model.

운동선도는 Fig. 7과 같이 가정하였다. 로울러는 최초 원점에서 1.5 인치 (inch) 떨어진 위치에서 출발하여 0.158 초 동안 1000 in/sec^2 으로 가속되면서 13.982 인치 지점까지 전진한다. 이때 순간적인 반발력이 작용하여 로울러는 최초 위치까지 후진한다. 후진시의 가속도는 2496.4 in/sec^2 이며, 초기위치까지 후진하는데 걸리는 시간은 0.1초이다. 로울러는 0.258 초의 주기로 후퇴·전진을 반복하나, 본 해석에서는 한 주기에 대한 운동만 해석한다.

3. 근사해법

근사해법에서는 Fig. 8과 같이 캠을 有限個의 절점으로 분할하여 모델링하였다. 캠을 제외한 부분은 해석적 해법의 경우와 모델링 및 해석방법이 동일하다.

근사해법에 의한 캠의 운동해석 과정은 다음과 같다. 먼저 캠을 n 개의 절점으로 분할하는데, 각 절점간의 간격은 로울러 변위선도의 시간 축을 $n - 1$ 개의 단위구간으로 분할한 것과 대응되도록 해야 한다. 캠 상의 i 번째 절점에서 원점까지의 거리를 L_i 라 하면, Fig. 8에서 L_i 는 다음과 같다.

$$L_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad i = 1 \sim n \quad \dots\dots (24)$$

여기서,

x_i, y_i 는 i 번째 절점의 좌표값

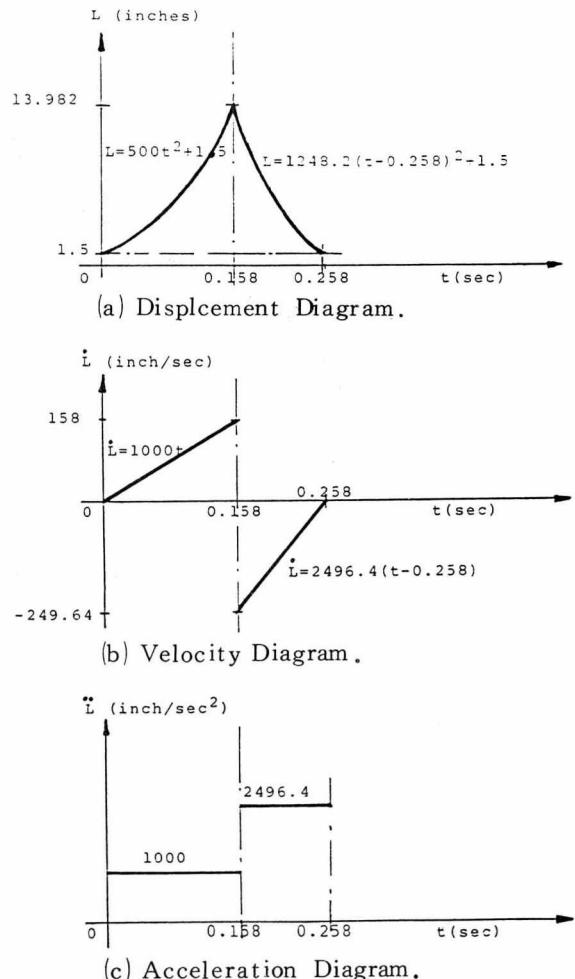


Fig. 7 Diagrams of Roller Motions (Assumed).

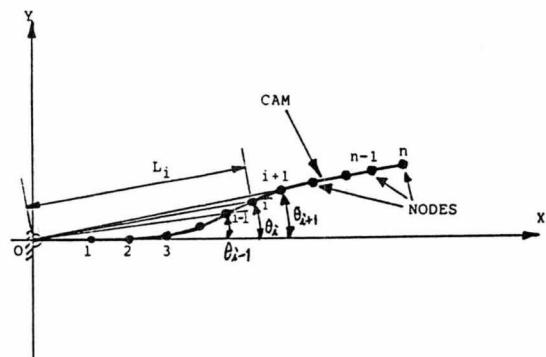


Fig. 8 Discrete Cam Model For The Approximate Solution.

로울러가 원점에서 L_i 만큼 X 축 상을 따라 움직이면 캠은 θ 만큼 회전하게 된다. Fig. 8의 기하학적 관계로부터 캠의 각변위 θ_i 는 다음과 같다.

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{y_i}{x_i} \right), \quad i = 1 \sim n \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

캠의 각속도와 각가속도는 센트럴 디프런스법 (Central difference predictor)을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\dot{\theta}_i = (\theta_{i+1} - \theta_{i-1}) / 2 \cdot \Delta t, \quad i = 1 \sim n \dots \dots \dots \quad (26)$$

$$\ddot{\theta}_i = (\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}) / \Delta t^2, \quad i = 1 \sim n \dots \dots \dots \quad (27)$$

여기서,

$$\theta_0 = \dot{\theta}_0 = 0$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n$$

$$\dot{\theta}_{n+1} = \dot{\theta}_n$$

$$\Delta t = \text{time interval}$$

근사해법에서 해석의 정확성을 높이기 위해선 분할 절점 수를 많이 할수록 좋다. 본 해석에서는 컴퓨터의 계산시간과 해석결과의 정확성을 감안하여, 로울러의 초기위치부터 최대

전진위치까지의 구간을 100 개의 절점으로 분할하였다.

4. 해석 결과

해석결과로는 캠과 로커 암의 변위, 각속도, 각가속도와 캠 편 및 피이더의 변위, 속도, 가속도 등이 있다. 이를 해석결과중 최대·최소값을 롤러 위치에 대응시켜서 Table 1에 정리하였다. Fig. 9~Fig. 10에는 캠과 피이더의 운동해석결과를 나타낸다.

Table 1과 Fig. 9 와 10에 의하면 롤러 위치의 전 구간에서 캠은 0 도에서 - 9 도로 회전하며 롤러의 속도와 가속도에 의해 각 위치에서 캠의 회전 각속도와 각가속도에 변화가 발생한다. 이는 피이더의 Y 방향에서의 변위, 속도 및 가속도에도 상응하는 변화가 발생됨을 보여 주며, 롤러의 최초 위치에서 피이더는 - 0.656 (inches)에 위치하며, 로울러의 최대 이동거리에서 피이더는 2.042 (inches) 까지 이동함을 보여준다.

Table 1. Kinematic Properties of Cam and Feeder.

Time (Sec)	Roller position (Inch)	Cam motion			Feeder motion		
		θ (Deg.)	$\dot{\theta}$ (Rad/sec)	$\ddot{\theta}$ (Rad/sec ²)	Y (Inch)	\dot{Y} (Inch/sec)	\ddot{Y} (Inch/sec ²)
0.0	1.500	0.00	0.000	0.0	- 0.656	0.0	0
0.087	5.276	0.00	- 0.043	- 143.4	- 0.656	0.67	2236
0.128	9.689	- 6.00	- 4.49	- 107.1	1.125	86.0	2097
0.130	9.900	- 6.90	- 4.51	278.4	1.256	80.0	- 479
0.150	12.765	- 9.00	- 0.157	168.1	2.042	2.8	- 2985
0.152	13.000	- 9.00	0.00	0.0	2.039	0.0	0
0.163	12.765	- 9.00	0.00	0.0	2.039	0.0	0
0.164	12.529	- 8.98	0.332	382.8	2.033	- 5.9	- 6800
0.178	9.488	- 6.21	7.193	652.4	1.171	- 127.5	- 11160
0.179	9.290	- 5.78	7.344	- 254.0	1.039	- 129.7	4978
0.205	5.000	0.00	0.016	- 345.9	- 0.656	- 0.3	5395
0.206	4.875	0.00	0.00	0.0	- 0.656	0.0	0
0.258	1.500	0.00	0.00	0.0	- 0.656	0.0	0

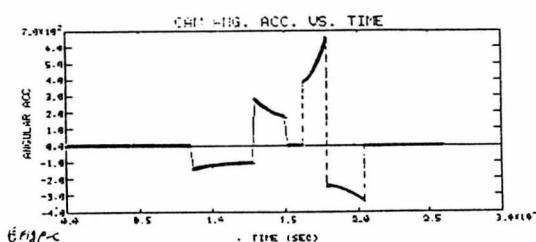
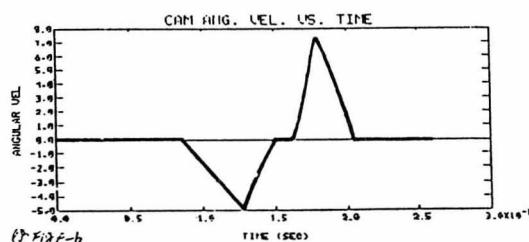
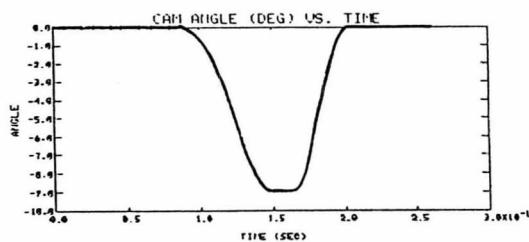


Fig. 9 Diagrams of The Cam Motions Calculated By Analytical Solution.

5. 결 론

본 논문에서는 곡선 역 캠 (Curvilinear inverse cam)을 이용한 자동 이송기구의 운동 해석에 관하여 연구하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 직선형상의 역 캠과 원형 역 캠의 운동을, 직선과 원의 일반식을 이용하여 해석하였으며, 두 경우의 해석방법을 결합하여, 임의형

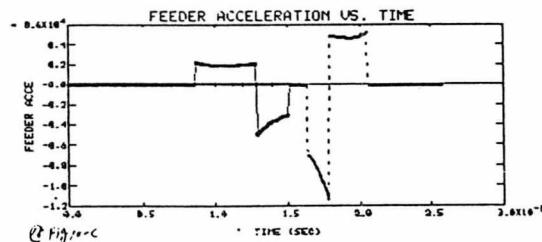
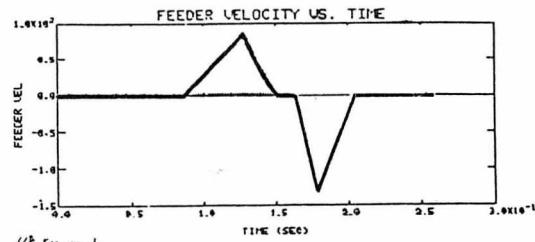
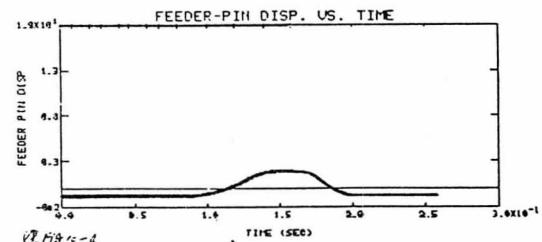


Fig. 10 Diagrams of The Feeder Motions Calculated By Analytical Solution.

상의 역 캠 운동을 규명할 수 있는 해석적 방법을 제시하였다.

- 2) 임의형상의 역 캠을 有限個의 절점으로 분할하고, 센트럴 디프러스법 (Central difference predictor)을 사용하여 캠 운동을 규명하는 근사해법도 제시하였다.

- 3) 곡선 역 캠의 회전운동을 직선운동으로 변환시키는 자동 이송기구의 운동을 규명하는 해석방법을 제시하였다.

- 4) 본 연구에서 제시한 곡선 역 캠의 운동을 규명하기 위한 해석적 방법은 간단한 수식

으로 캠의 형상과 운동을 표현하므로, 캠 기구의 설계를 위한 컴퓨터 시뮬레이션 (Computer

simulation)이나 반복해석 등에 매우 효과적으로 활용될 수 있다.