

태양연못 안의 열-염분 이중확산계에 대한 수치적연구

Numerical Study of the Thermohaline Double-Diffusive System in a Solar Pond

임 경 빈**, 박 희 용*, 이 관 수*
K. B. Lim , H. Y. Pak , K. S. Lee

Abstract

In this study, numerical model was developed to predict behavior of several layers in a solar pond and was solved by finite difference method. The empirical correlation that described heat and salt fluxes across interfacial boundary layer between mixed layer and diffusive layer in a solar pond were obtained from experiments and utilized in developing numerical model.

As the results of this study, heat and salt fluxes across the interfacial boundary layer was found to depend on density ratio $\beta\Delta M_s/\alpha\Delta T$. It was also found that the predicted value obtained by using the modified Weinberger's stability criteria showed a good agreement with experiment data.

기 호 설 명

| | |
|----------|---|
| A | : 용기안 용액의 최대농도 |
| B | : 용기안의 용액높이 |
| C_p | : 비 열 |
| D_s | : 소금확산계수 |
| D_{st} | : Soret 계수 |
| D_t | : 열확산계수 |
| F_s | : 경계층을 통한 소금전달율 |
| H | : 경계층을 통한 열전달율 |
| H_p | : 경계층과 같은 온도차로 유지된 고체벽을 통한 열전달율 |
| k | : 열전도계수 |
| M_s | : 소금농도 |
| R_ρ | : 밀도비($\beta\Delta M_s/\alpha\Delta T$) |

| | |
|----------|----------|
| T | : 온 도 |
| α | : 열팽창계수 |
| β | : 체적팽창계수 |
| ν | : 동점성계수 |
| ρ | : 밀 도 |

하 침 자

| | |
|-----|---------|
| b | : 경 계 층 |
| d | : 확산안정층 |
| m | : 혼 합 층 |

1. 서 론

이중확산계(double-diffusive system) 안에는 확산에 의해서 같은방향 혹은 서로 반대방향으로 두가지 양의 수송을 촉진시키는 구배

* 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

** 한양대학교 대학원 기계공학과

가 존재한다. 열확산과 같은 단일확산계와는 달리 이중확산계는 제3매질내에 두가지 확산이 발생하며 특히 물이라는 매질속에 열과 소금이 확산되는 계를 열-염분 이중확산계(thermohaline double-diffusive system)라 한다. 태양연못(solar pond)은 열-염분 이중확산계 중에서 그 계가 안정한 소금농도구배와 불안정한 온도구배를 갖는 경우이다.

태양연못은 크게 상, 하부혼합층과 확산안정층 그리고 혼합층과 확산안정층 사이에 존재하는 상, 하부경계층으로 구분되며 하부혼합층에서 저장된 태양에너지는 확산안정층으로 통한 전도열손실만 존재하기 때문에 고온상태로 유지시킬 수 있으며 이 축열된 열은 난방이나 동력원으로 사용될 수 있다.^(1,2,3)

태양연못의 각 층의 거동을 묘사할 수 있는 수치적모델의 설정^(4,5)과 이에 대한 이중확산현상을 규명하고자 많은 연구^(6,7)가 수행되어 왔지만 전체계의 과도현상과 온도구배와 농도구배가 동시에 존재하는 복잡성 때문에 아직도 실제 태양연못에 응용하기에는 미흡한 실정이다. 특히 다량의 에너지를 축열하는데 중요한 혼합층과 확산안정층 사이에 존재하는 경계층을 통한 열전달율과 소금전달율에 관한 연구는 주로 두 혼합층 사이의 경계층을 통한 연구^(8,9,10)이기 때문에 수치적모델을 설정하기 위하여 이를 태양연못 안의 경계층에 이용하기에는 부적당하다.

본 연구에서는 태양연못의 각 층의 거동을 예측하기 위한 수치적 모델을 세우고, 이를 유한차분법으로 계산하였다. 실험을 통해서 태양연못을 특징짓는 혼합층과 확산안정층 사이에 존재하는 경계층을 통한 열 및 소금전달율의 식을 구하여 수치적모델에 사용하였다. 또한 혼합층의 성장을 위하여 Weinberger의 안정기준식을 수정하여 사용하였고 수치계산 결과의 타당성을 검토하기 위하여 실험결과와 비교하였다.

2. 경계층을 통한 열 및 소금전달율의 측정

본 연구에서는 실험을 통하여 태양연못을 특징짓는 확산안정층과 혼합층 사이에 존재하는 경계층을 통한 열 및 소금전달율 식을 Turner⁽⁹⁾의 이론을 바탕으로 구하였다. 실험을 위해 실험용 태양연못용기를 제작하였고, 용기 밑면에 가열기를 설치하여 열유속을 조절하도록 하였으며 농도가 각기 다른용액을 만들어 용기하부로부터 차례로 채워 선형구배가 되도록 한 뒤 열유속과 초기농도구배에 따라 각 층의 온도분포와 농도분포를 구하였다. 온도측정과 농도측정을 위해 전기도도-온도탐침(E-T 탐침)을 제작하였고 경계층의 위치 및 두께를 측정하기 위하여 shadowgraph장치를 설치하였다. 본 연구를 위하여 제작한 실험장치는 Fig. 1에 나타내었으며 실험방법에 대하여는 참고문헌(11)에 상세히 기술되어 있다.

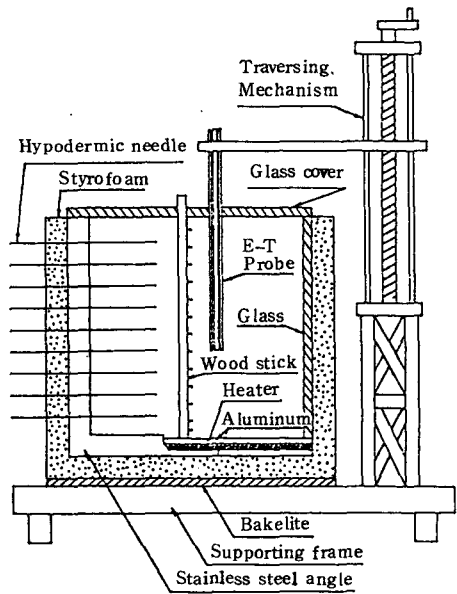


Fig. 1 Side View of Test Container

Turner⁽⁹⁾는 경계층을 통한 열 및 소금전달에 관한 관계식을 차원해석법을 이용하여 다음과 같이 제안하였다.

$$H/H_p = f_1(R_p) \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho C_p \beta F_s / \alpha H = f_2(R_p) \dots\dots\dots (2)$$

여기서 H 와 F_s 는 경계층을 통한 열전달율과 소금전달율이다. 그리고 H_p 는 경계층을 같은 온도차로 유지되어 있는 얇은 고체벽이라 가정하였을때의 고체벽을 통한 열전달율이고 R_ρ 는 온도차에 의한 밀도와 농도차에 대한 밀도의 비를 나타내는 밀도비 $\beta\Delta M_s/\alpha\Delta T$ 이다.

본 연구에서는 식(1)(2)의 상관관계식을 이용하여 확산안정층과 혼합층 사이에 경계층을 통한 열전달율과 소금전달율의 식을 밀도비의 함수로 구하였다. H 와 F_s , 그리고 H_p 는 태양연못의 계가 준평형상태(quasi-steady state)라 가정하고 확산층에 에너지보존법칙과 성분보존법칙을 이용하여 확산안정층의 온도구배와 농도구배 및 높이 그리고 경계층의 농도구배와 온도구배를 매일매일 측정하여 계산하였다.

밀도비 R_ρ 는 경계층의 온도차와 농도차를 측정하여 구하였고 각 물성치는 각 층의 평균 온도에서 구하였다.

본 연구의 실험결과를 이용하여 구한 H/H_p 에 대한 R_ρ 의 상관관계식을 Fig. 2에 나타내었다.

Fig. 2에서 볼 수 있듯이 밀도비 R_ρ 가 감소함에 따라 H/H_p 의 값은 점차 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 밀도비가 작을수록 안정성이 감소하므로 실제 경계층에서는

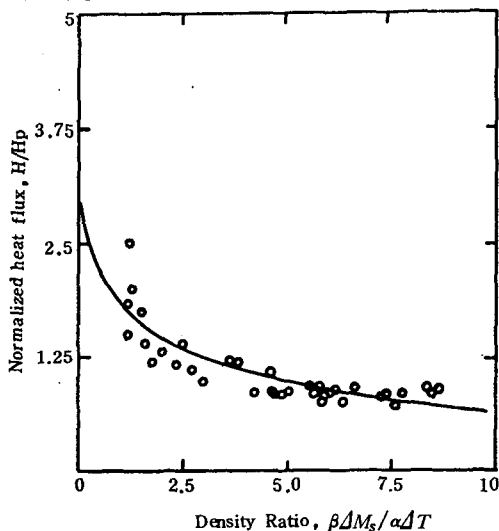


Fig. 2 Experimental results of the normalized heat flux ratio as a density ratio

혼합층과 인접한 경계층 면에서 파도와 같은 운동이 발생하여 열전달면적이 증가하기 때문에 고체벽이라 가정한 경계층보다 열전달이 크게 일어나기 때문이다. Fig. 1의 상관관계식을 최소자승법 (least-square method)을 이용하여 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H/H_p = 1.73 - 0.48 \ln(R_\rho) \dots\dots\dots (3)$$

또한 열전달율에 대한 소금전달율의 무차원비와 밀도비의 상관관계식을 본 연구의 실험결과를 이용하여 나타내면 Fig. 3과 같다.

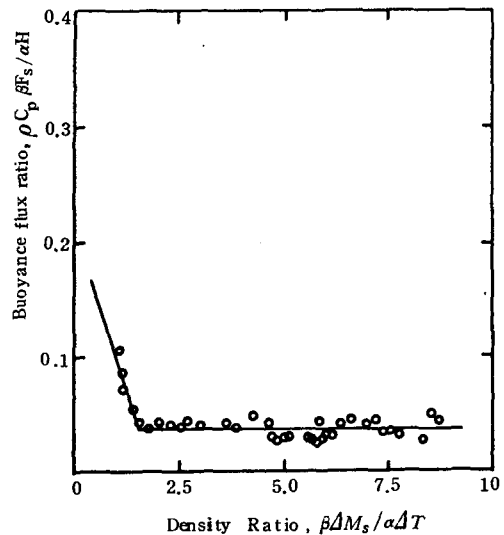


Fig. 3 Experimental results of buoyance flux ratio as a density ratio

Fig. 3에서 R_ρ 의 값이 1.6까지는 $\rho C_p \beta F_s / \alpha H$ 의 값은 안정성이 증가함에 따라 감소하고 R_ρ 가 1.6 이상에서는 R_ρ 에 무관하게 0.038의 일정한 값을 갖음을 알 수 있으며 이를 수식화하면 아래와 같다.

$$\rho C_p \beta F_s / \alpha H = 0.21 - 0.11 R_\rho \quad R_\rho < 1.6 \quad (4a)$$

$$\rho C_p \beta F_s / \alpha H \cong 0.038 \quad R_\rho \geq 1.6 \quad (4b)$$

3. 수치해석

3.1 모델과 가정

본 연구에서 고려한 태양연못의 1차원 모델은 Fig. 4와 같다.

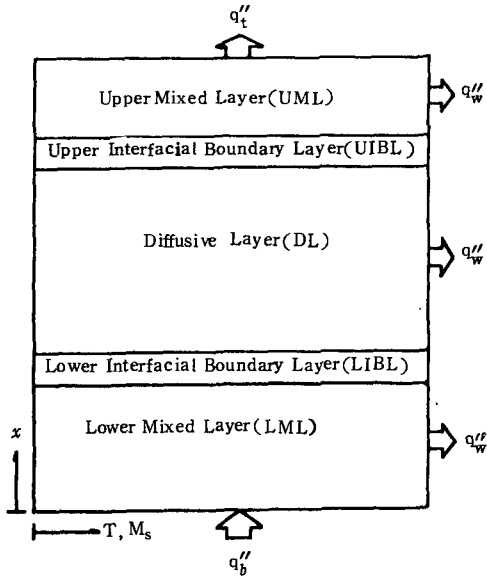


Fig.4 Pond configuration used in modeling

Fig. 4 에서와 같이 하부에서 열유속을 받게 됨에 따라서 열과 소금이 상부로 침투하면서 하부혼합층이 형성된다. 상부에서는 온도증가로 인한 증발로 인하여 농도가 증가하여 열적으로 불안정하게 되는 등 여러 현상으로 인하여 상부혼합층이 형성되며 그 사이에는 확산안정층과 경계층이 형성된다. 혼합층에서는 유체가 완전히 혼합되어 온도와 농도는 같게 나타나며 열과 소금은 혼합층에서 확산안정층으로 확산에 의하여 전달된다. 본 연구의 각 층의 온도분포와 소금분포에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + S \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_s \frac{\partial M_s}{\partial x} + D_{st} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (6)$$

초기조건 : $t = 0$ 에서 $T = T_\infty, M_s(x) =$

$$A \left(1 - \frac{x}{B} \right) \dots\dots\dots (7)$$

경계조건 : $x = 0$ 에서 $q'' = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial M_s}{\partial x} = 0$

$$\dots\dots\dots (8)$$

$x = B$ 에서 $q'' = h(T - T_\infty), \frac{\partial M_s}{\partial x} = 0$

$$\dots\dots\dots (9)$$

여기서 S 는 용기의 측면을 통한 열손실을 나타내는 source 항이고 D_{st} 는 Soret 효과라고 고려한 Soret 계수이다. 식(5)와 식(6)에서 열전달 계수 k 와 소금확산계수 D_s 는 확산안정층에서는 소금분의 분자전도계수(molecular conductivity)와 분자확산계수(molecular diffusivity)를 사용하였고 경계층에서는 식(3)(4)에서 구한 값을 사용하였으며 혼합층에서는 k 와 D_s 의 값을 충분히 크게 하여 완전한 혼합이 일어날 수 있도록 하였다.

또한 농도분포를 구하기 위하여 온도의 증가로 인한 소금의 확산률이 증가하는 Soret현상⁽¹²⁾을 고려하였다. 수치계산에 이용한 각 층의 열전도계수와 소금확산계수를 정리하여 Table 1에 나타내었다

유체의 밀도는 온도와 농도에 따라 동시에 변하기 때문에 임의의 위치에서 밀도구배는 온도구배와 농도구배의 상대적크기에 따라 안정한 상태 혹은 불안정한 상태가 되며 만약 임

Table 1 Conductivities and salt diffusivities of each layer in using numerical calculation

| | Diffusive layer | Interfacial Boundary layer | Mixed layer |
|-------|--|---|-----------------|
| k | $k_d = -0.7911 + 0.007633 T - 9.89 \times 10^{-6} T^2 - 1.15 \times 10^{-3} M_s$ | $k_b = k_d (1.73 - 0.48 \ln R_p)$ | $k_m = 10^{12}$ |
| D_s | $D_{sd} = 7.38 \times 10^{-5} - 5.62 \times 10^{-7} + 1.08 \times 10^{-9} T^2 + 1.14 \times 10^{-9} (T - 290) M_s$ | $D_{sb} = k_b (0.21 - 0.11 R_p) / \rho C_p R_p$ $R_p < 1.6$ $D_{sb} = 0.038 k_b / \rho C_p R_p$ $R_p \geq 1.6$ | $D_{sm} = 10^5$ |

의 위치에서 밀도구배가 불안정하다면 혼합층은 성장하게 된다. 본 연구에서의 혼합층의 성장은 Weinberger의 안정성 판정식 $(\nu + D_i) \cdot \alpha \frac{\partial T}{\partial x} + (\nu + D_s) \beta \frac{\partial M_s}{\partial x} \geq 0$ 을 수정하여 사용하였다. 계산 초기에는 확산안정층만이 존재하므로 Table 1의 k_d 와 D_{sd} 를 사용하여 온도와 농도에 대한 확산방정식을 풀었으며, 매시간 증분마다 모든 격자점사이의 온도구배와 농도구배를 안정성판정식에 비교하였다. 이때 안정성판정식에 만족하지 않는 격자점은 혼합층으로 변하게 하여 k_m 과 D_{sm} 을 사용하였고, 경계층은 실험에 따르면 평균 2cm 정도로 나타났기 때문에 혼합층 위의 2cm 두께를 경계층으로 하여 k_b 와 D_{sb} 를 사용하였으며, 나머지 격자점에서는 k_d 와 D_{sd} 를 사용하였다. 시간이 경과함에 따라 상부에서도 안정성판정식에 만족하지 않는 격자점이 발생하며 이때의 격자점을 혼합층으로 하여 k_m 과 D_{sm} 을 사용하였고, 상부혼합층 아래의 2cm 두께를 경계층으로 하여 k_b 와 D_{sb} 를 사용하였다. 열손실은 상, 하부혼합층 그리고 확산안정층의 측면 열손실은 참고문헌(13)으로부터 대류열전달계수와 열전달계수 및 총합열전달계수를 구하여 실험용기의 밑바닥면적을 기준으로 환산하였으며 윗면열손실은 용액표면과 덮개사이의 대류열손실을 고려하여 계산하였다. 수치계산시 각 격자점 사이의 거리는 등간격으로 하였고, fully implicit scheme을 사용하였다. 시간증분 ΔT 는 0.2시간, 각 시간마다 5번씩 iteration 하여 수렴하도록 하였으며 각 층의 물성치는 참고문헌(14)의 자료를 사용하였다.

4. 수치계산과 실험사이의 비교

태양연못을 특징짓는 확산안정층과 혼합층 사이에 존재하는 경계층에 대하여 실험을 통하여 경계층을 통한 열전달율과 소급전달율식을 구하고 이 식을 이용하여 수치적모델을 세워 수치계산한 결과를 실험결과와 비교하였다. 수치계산은 초기농도구배를 36.4, 27.3 및 18.2 %/m하였고 하부정미열유속은 실험에서의 열

유속에 따라서 110 W/m^2 과 160 W/m^2 으로 하였다. 태양연못 안의 각 층의 온도분포 및 농도분포는 상, 하부혼합층의 성장율에 따라 크게 변하므로 상, 하부혼합층의 성장율을 Weinberger 판정식에 따라 실험결과와 수치해석결과를 비교하여 Fig. 5에 나타내었다.

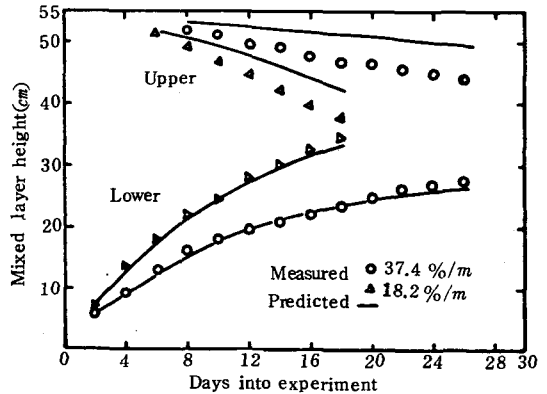


Fig. 5 Comparison of predicted and measured mixed layer height for $q''_0 = 110 \text{ W/m}^2$

다량의 태양에너지를 축열시키기 위하여는 하부혼합층의 성장율이 무엇보다도 중요하기 때문에 Fig. 5에서 보는바와 같이 Weinberger 판정식을 다음과 같이 수정하였을 때 하부혼합층성장율은 실험전체에 걸쳐서 수치해석결과와 잘 일치하였다.

$$(\nu + D_i) \alpha \frac{\partial T}{\partial x} + (\nu + D_s) \beta \frac{\partial M_s}{\partial x} \geq 1.98 \times 10^{-7} \dots\dots\dots (10)$$

상부혼합층의 성장율은 하부혼합층의 성장율에 비하여 실험값과 잘 일치하지 않음을 볼수 있는데 이는 수치계산에서 상부혼합층의 복사열손실과 증발열손실을 무시하였기 때문이라 생각된다. Fig. 6는 초기농도구배가 36.4 %/m, 하부정미열유속이 110 W/m^2 일때 각 층의 온도분포에 대한 수치해석결과와 실험결과를 나타낸 것이다.

그림에서 보는 바와같이 본 연구의 수치해석결과와 실험결과는 전체적으로 잘 일치하고 있음을 볼 수 있으며 각 층의 성장이 뚜렷하게 나타남을 알 수 있다. 특히 열침투깊이가 상부

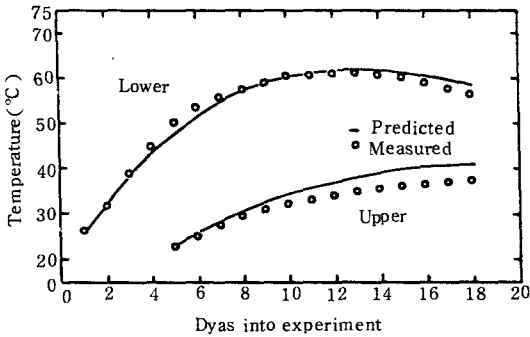


Fig. 6 Comparison of predicted and measured mixed layer temperature for $q_b'' = 110 \text{ W/m}^2$, $(\frac{dM_s}{dx})_{init} = 27.3\%/m$

에 도달하기까지 걸리는 시간은 실험결과와 거의 일치하며 Bergman⁽⁴⁾과 Pak⁽¹¹⁾의 모델에서 구한 수치해석결과보다 실험결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7에서는 초기농도 구배가 27.3%/m, 하부정미열유속이 160W/m²일 때의 각 층의 농도분포를 수치해석결과와 실험결과를 비교하여 나타내었다.

그림에서 알 수 있듯이 수치해석결과와 실험 결과는 대체로 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 6과 Fig. 7에서 나타난 바와같이 상부혼합층에서의 온도분포와 농도분포는 하부혼합층에서 보다는 실험결과와 비교하여 오차가 크게 나타났다. 이는 각 층의 온도분포와 농도분포는 혼합층의 성장율에 따라 크게 좌우되므로

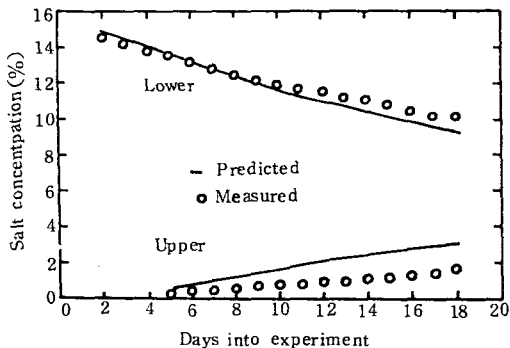


Fig. 7 Comparison of predicted and measured mixed layer salt concentration for $q_b'' = 160 \text{ W/m}^2$, $(\frac{dM_s}{dx})_{init} = 27.3\%/m$

상부혼합층의 성장높이에 대한 수치해석의 결과와 실험결과의 오차때문이라 생각된다.

이상에서 살펴본 바와같이 본 연구의 모델링 해석에서 수치해석결과와 실험결과를 비교하여 본 결과 각 층의 시간에 따른 온도분포와 소금농도분포 및 성장높이 등은 상부혼합층을 제외하고는 매우 잘 일치함을 볼 수 있었다. 이는 본 연구에서는 태양연못의 모델링에서 기존에 무시하였던 경계층을 통한 열전달 및 소금전달에 관한 식을 실험을 통하여 구하였고 수치해석의 모델을 설정하는데 이를 이용하여 수치계산을 하였기 때문이라 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 실험을 통하여 태양연못을 특징짓는 확산안정층과 혼합층 사이에 존재하는 경계층을 통한 열전달 및 소금전달을 식을 구하였고 이를 이용하여 태양연못의 열-염분 이중확산계의 각 층의 거동을 예측하기 위한 모델을 세워 수치계산하였다. 수치해석의 결과와 실험결과를 비교하여본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 태양연못을 특징짓는 확산안정층과 혼합층 사이에 존재하는 경계층을 통한 열전달 및 소금전달을 식은 밀도비 R_ρ 가 $1 < R_\rho < 10$ 의 범위에서 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 H/H_p &= 1.73 - 0.43 \ln(R_\rho) \\
 \rho C_p \beta F_s / \alpha H &= 0.21 - 0.11 R_\rho & R_\rho < 1.6 \\
 \rho C_p \beta F_s / \alpha H &\cong 0.038 & R_\rho \geq 1.6
 \end{aligned}$$

(2) 혼합층의 성장율을 예측하는데 있어서 Weinberger의 안정성판정식은 다음과 같이 수정되어 사용되어질 수 있다.

$$(\nu + D_t) \alpha \frac{\partial T}{\partial x} + (\nu + D_s) \beta \frac{\partial M_s}{\partial x} \geq 1.98 \times 10^{-7}$$

(3) 본 연구의 태양연못에 대한 수치해석의 결과는 실험결과와 잘 일치하였고, 이는 태양연못 안의 각 층의 거동을 예측하는데 이용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. Tabor, H., "Large Area Solar Collectors for Power Production" *Solar Energy*, Vol.7, No.4, pp.189-194, 1963.
2. Rabl, A., and Nielsen, C.E., "Solar Ponds for Space Heating" *Solar Energy*, Vol.17, pp.1-12, 1975.
3. Weinberger, H., "The Physics of the Solar Pond" *Solar Energy*, Vol.8, No.2, pp.45-56, 1964.
4. Bergman, T.L., Incropera, F.P., and Viskanta, R., "A Multi-Layer Model for Mixing Layer Development in a Double-Diffusive Thermohaline System Heated from Below", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.25, No.9, pp.1411-1418, 1982.
5. Meyer, K.A., "A Numerical Model to Describe the Layer Behavior in Salt-Gradient Solar Ponds", *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.105, pp.341-347, 1983.
6. Poplawsky, C.J., Incropera, F.P., and Viskanta, R., "Mixed Layer Development in a Double-Diffusive, Thermohaline System", *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.103, pp.351-359, 1981.
7. Deardorff, J., Willis, G., and Stockton, B., "Laboratory Studies of the Entrainment Zone of a Convectively Mixed Layer" *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.3, pp.173-184, 1973.
8. Marmorino, G.O., and Caldwell, D.R., "Heat and Salt Transport Through a Diffusive Thermohaline Interface", *Deep-Sea Research*, Vol.23, pp.59-67, 1976.
9. Turner, J.S., "The Coupled Turbulent Transports of Salt and Heat Across a Sharp Density Interface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.8, pp.759-767, 1965.
10. Crapper, P.F., "Measurements Across a Diffusive Interface" *Deep-Sea Research*, Vol.22, pp.537-545, 1975.
11. 박희용, 임경빈, "태양연못 안의 각층의 거동에 관한 연구," *대한기계학회논문집* 제 11 권 제 2 호, pp. 304-313, 1987.
12. Rothmeyer, M., "The Soret Effect and Salt-Gradient Solar Ponds" *Solar Energy*, Vol.25, pp.567-568, 1980.
13. Incropera, F.P., and D.P. Dewitt, *Fundamentals of Heat Transfer*, John Wiley and Sons, 1981.
14. *Saline Water Conversion Engineering Data Book*, Office of Saline Water, U.S. Dept. of Interior, 1965.