

矩形斷面을 갖는 環狀핀에서의 過渡應答 解析

Analysis of the Transient Response in Annular Fin with Rectangular Profile

金 光 洙*, 龍 鎬 澤*
Kwang Soo Kim, Ho Taek Yong

Abstract

This study conducts an analysis for the heat diffusion of an annular fin considering convection phenomena at the fin edge as well as along the fin perimeter. When the temperature of the fin base is given with an increasing exponential function, the exact series solutions of temperature distribution are obtained by Laplace transformation in terms of dimensionless parameters. From these solutions heat flux and fin efficiency can be obtained. These exact solutions converge rapidly for large values of dimensionless time, but slowly for small ones. To avoid this convergence difficulty, approximate solutions of the temperature distribution and heat flux for small values of dimensionless time are also presented. Substituting the variations of dimensionless parameters into the these exact solutions, the characteristics of these response are investigated.

記 號 說 明

A_1, A_2, A_3 : 無次元變數 ($A_1 = m^2 + s$, $A_2 = m^2 - c$, $A_3 = c - m^2$)

a_1 : 指數

B_1 : 無次元變數 ($B_1 = 2R_B - R - R_A$)

Bi : Biot 數 ($Bi = \frac{hb(r_b - r_a)}{K}$)

C, C_1, D : 無次元變數 ($C = \frac{(r_b - r_a)^2 a_1}{\alpha}$,
 $C_1 = R - R_A$, $D_1 = R_B - R_A$)

h : 對流熱傳達係數

$I_n(x), K_n(x)$: 修正 Bessel 函數

$J_n(x), Y_n(x)$: Bessel 函數

K : 熱傳導係數

m : 無次元 環變數 ($m = (\frac{2h}{K\delta})^{\frac{1}{2}} (r_b - r_a)$)

N : 常數 Eq. (28)

n : 整數

p_1, q_1, r_1 : 無次元變數 ($p_1 = \frac{B_1}{2\sqrt{\tau}}$, $q_1 = \sqrt{A_3\tau}$,
 $r_1 = \frac{C_1}{2\sqrt{\tau}}$)

q_0 : 環바탕의 熱流動率

R : 無次元 길이變數 ($R = \frac{r}{r_b - r_a}$)

r : 半徑

* 正會員, 京畿工業開放大學

S_A, S_B, T_A, T_B : 超越方程式 Eq. (9)

- T : 溫度
- T_B : 바탕溫度
- t : 時間

그리스文字

- α : 熱擴散係數
- $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$: 常數 Eq. (8), Eq. (9), Eq. (11)
- δ : 輻 두께
- η : 輻 效率
- θ : 無次元溫度 ($\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}$)
- Φ : θ 에 대한 Laplace 變換 ($\Phi = \int_0^\infty e^{-st} \theta d\tau$)
- λ_n : 固有值
- τ : 無次元時間 ($\tau = \frac{\alpha t}{(r_b - r_a)^2}$)
- Ω : 無次元熱流束 Eq. (18)

下添字

- A, a : 바 탕
- B, b : 先 端
- O : 最大바탕
- $ideal$: 理 想 的
- ∞ : 周 圍

1. 序 論

擴張表面에 대한 解析은 주로 定常狀態로 局限되어 많은 研究가 이루어졌다.⁽¹⁻⁴⁾

最近에는 溫度 또는 速度變化에 따라 민감한 應答을 나타내는 各種 計測器 혹은 電動機 등의 制御裝置들을 設計하는 경우에는 過渡應答特性에 대한 광범위한 知識까지 要求되는 추세이다.

특히 環狀圓에 대한 過渡傳熱問題는 Chapman⁽⁵⁾에 의해 研究가 최초로 試圖되었으며, 그는 圓바탕의 溫度가 階段函數로 變化할 때 變數分離法으로 解析하였다.

Aziz⁽⁶⁾는 圓바탕의 溫度가 調和函數일 때 複素數法으로 持續解를 얻었다.

Suryanarayana⁽⁷⁾는 直線圓에 대해 圓바탕의 溫度 및 熱流束이 階段函數, 調和函數로 變化할 때 Laplace 變換法으로 각각의 精密解를 구하였으며, 특히 짧은 時間領域에서 收斂速度가 빠른 近似解를 提示하였다.

Son⁽⁸⁾은 圓바탕의 溫度가 階段函數, 調和函數 및 指數函數型일 때 Laplace 變換法에 의해 溫度分布와 熱流束에 대한 精密解를 얻었으며, 아울러 收斂速度가 빠른 近似解를 나타내었다.

그러나 이들의 研究에서는 圓先端에서의 對流現象을 考慮하지 않았다.

Seoh⁽⁹⁻¹⁰⁾은 圓先端에서의 對流現象을 감안한 直線圓과 環狀圓에 대해, 圓바탕의 溫度 및 熱流束이 階段函數로 變化할 때 熱平衡積分法으로 溫度分布와 熱流束에 대한 二次元 近似解를 각각 提示하였다.

하지만 圓周邊의 對流現象을 考慮하여 設定한 環狀圓 形狀에 대한 過渡傳熱 方程式에서의 精密解는 一次元으로 이루어지고 있다. 왜냐하면 Laplace 變換法으로 二次元の 解를 얻고자 할 때, Laplace 逆變換 過程이^(8, 11-15) 難解하여 결국 解를 구하기가 困難하며, 대부분의 圓設計에서 縱橫比와 이 때 Biot 數를 算定하면 대개 $\frac{1}{10}$ 以下이므로 特殊한 경우를 除外하고는 一次元 解析結果로써 應用이 充分하기 때문이다.

本 研究는 環狀圓에서 圓바탕의 溫度가 指數函數型으로 增加할 때, 圓周邊 뿐만 아니라 圓先端에서의 對流現象을 考慮한 過渡應答에 대한 解析이다.

解析方法으로는 관련 無次元變數들로서 Laplace 變換法에 의해 溫度分布式을 얻고, 이로부터 熱流束과 輻效率에 대한 精密解를 각각 구하였으며, 아울러 짧은 時間領域에서 收斂速度가 빠른 近似解를 提示하였다.

解析結果로부터 特殊한 경우에 해당되는 Biot 數가 零일 때의 溫度分布와 熱流束에 대한 精密解와 近似解는 既存의 研究結果⁽⁸⁾와 一致되므로 解析의 妥當性을 確認할 수 있었다.

이들 精密解로부터 관련 無次元變數들의 變化가 應答特性에 미치는 影響을 알아보기 위해 電算處理 結果로써 分析하였다.

2. 理論解析

環狀핀의 形狀은 Fig. 1과 같고 흰바탕의 溫度가 指數函數型으로 變化할 때, 過渡應答特性을 알아보기 위해 다음과 같이 假定한다.

1. 흰의 傳熱은 一次元이다.^(5-8, 16-17)
2. 흰材質의 熱物性値는 溫度變化에 無關하게 一定하다.
3. 흰自體의 內部熱源은 없다.
4. 흰에서의 幅射傳熱은 考慮하지 않는다.

2.1 溫度分布

흰바탕의 溫度가 Fig. 2와 같이 指數函數型으로 增加할 때, 흰의 傳達方程式^(8,18)과 초기 및 경계조건은 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{2h}{K\delta} (T - T_\infty) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots (1)$$

初期 및 境界條件은

$$t \leq 0 \text{ 일 때 } T = T_\infty \dots\dots (2a)$$

$$t > 0 \text{ 일 때 } r = r_a \text{ 에서 } T = T_B \dots\dots (2b)$$

$$r = r_b \text{ 에서 } -K \frac{\partial T}{\partial r} = h_b (T - T_\infty) \dots\dots (2c)$$

이다. 이 때 式(2b)에서 T_B 는

$$T_B = T_\infty + (T_o - T_\infty)(1 - e^{-a_1 t}) \dots\dots (3)$$

이며 여기서 a_1 은 指數이다.

$$\text{無次元變數 } \theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}, R = \frac{r}{r_b - r_a},$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{(r_b - r_a)^2} \text{ 를 利用하고 } m = \left(\frac{2h}{K\delta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$(r_b - r_a)$ 로 定義하여 式(1), (2) 및 (3)을 無次元化 하면 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) - m^2 \theta = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \dots\dots (4)$$

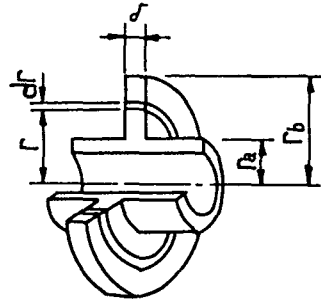


Fig.1 Coordinate system of an annular fin

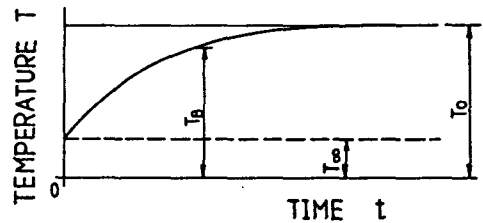


Fig.2 Exponential base temperature

$$\tau \leq 0 \text{ 일 때 } \theta = 0 \dots\dots (5a)$$

$$\tau > 0 \text{ 일 때 } R = R_A \text{ 에서 } \theta = 1 - e^{-C\tau} \dots\dots (5b)$$

$$R = R_B \text{ 에서 } \frac{\partial \theta}{\partial R} = -Bi\theta \dots\dots (5c)$$

$$\text{式(5b), (5c)에서 } C = \frac{(r_b - r_a)^2 a_1}{\alpha},$$

$$Bi = \frac{h_b(r_b - r_a)}{K} \text{ 이다.}$$

式(4), (5)를 Laplace 變換하면

$$\frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dR} - (m^2 + S)\Phi = 0 \dots\dots (6)$$

$$\tau \leq 0 \text{ 일 때 } \Phi = 0 \dots\dots (7a)$$

$$\tau > 0 \text{ 일 때 } R = R_A \text{ 에서 } \Phi = \frac{1}{S} - \frac{1}{S + C} \dots\dots (7b)$$

$$R = R_B \text{ 에서 } \frac{d\Phi}{dR} = -Bi\Phi \dots\dots (7c)$$

이다. 式(6), (7)에 대한 解 $\Phi(R, S)$ 는

$$\Phi(R, S) = \frac{1}{S} \left[\frac{I_0(\sqrt{A_1} R) + Y_1 K_o(\sqrt{A_1} R)}{I_0(\sqrt{A_1} R_A) + Y_1 K_o(\sqrt{A_1} R_A)} \right] - \frac{1}{(S + C)} \left[\frac{I_0(\sqrt{A_1} R) + Y_1 K_o(\sqrt{A_1} R)}{I_0(\sqrt{A_1} R_A) + Y_1 K_o(\sqrt{A_1} R_A)} \right] \dots\dots (8)$$

이때 여기서 $A_1 = m^2 + S$,

$$Y_1 = \frac{I_1(\sqrt{A_1} R_B) + \frac{Bi}{\sqrt{A_1}} I_0(\sqrt{A_1} R_B)}{K_1(\sqrt{A_1} R_B) - \frac{Bi}{\sqrt{A_1}} K_0(\sqrt{A_1} R_B)} \text{ 이다.}$$

式(8)을 Laplace 逆變換公式⁽¹⁹⁾에 代入하고 다음 式을 利用하면 溫度分布 $\theta(R, \tau)$ 는 다음과 같이 각각 表示할 수 있다.

$$\frac{I_0(mR) + Y_2 K_0(mR)}{I_0(mR_A) + Y_2 K_0(mR_A)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau} \frac{\lambda_n \{ \lambda_n [Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R)] + Bi [J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R)] - R_A S_A + Bi (R_B T_B - R_A T_A) \}}{(m^2 + \lambda_n^2) [\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} \dots (9)$$

여기서 $Y_2 = \frac{I_1(mR_B) + \frac{Bi}{m} I_0(mR_B)}{K_1(mR_B) - \frac{Bi}{m} K_0(mR_B)}$,

$$\begin{aligned} S_A &= J_1(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_1(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B), \\ S_B &= J_0(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B), \\ T_A &= Y_1(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B) - J_1(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B), \\ T_B &= J_0(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B) \end{aligned}$$

이며, 이 때 固有值 λ_n 은 다음 超越方程式에서 正의 根들이다.

$$\lambda_n [J_0(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B)] + Bi [Y_0(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B) - J_0(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B)] = 0 \dots (10)$$

a) $m^2 > C$ 일 때

$$\begin{aligned} \theta(R, \tau) &= Eq. (9) - e^{-c\tau} \frac{I_0(\sqrt{A_2} R) + Y_3 K_0(\sqrt{A_2} R)}{I_0(\sqrt{A_2} R_A) + Y_3 K_0(\sqrt{A_2} R_A)} \\ &- 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau} \frac{\lambda_n \{ \lambda_n [Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R)] + Bi [J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R)] - R_A T_A \}}{[m^2 + \lambda_n^2 - C] [\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} \dots (11) \end{aligned}$$

여기서 $A_2 = m^2 - C$,

$$Y_3 = \frac{I_1(\sqrt{A_2} R_B) + \frac{Bi}{m} I_0(\sqrt{A_2} R_B)}{K_1(\sqrt{A_2} R_B) - \frac{Bi}{m} K_0(\sqrt{A_2} R_B)} \text{ 이다.}$$

b) $m^2 = C$ 일 때

式(11)에서 $m^2 = C$ 를 代入하면

$$\theta(R, \tau) = Eq. (9) - e^{-c\tau} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau}$$

$$\frac{\lambda_n [Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R)]}{\lambda_n [\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} + \frac{Bi [J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R)]}{Bi (R_B T_B - R_A T_A)} \dots (12)$$

으로 나타낼 수 있다.

c) $m^2 < C$ 일 때

Bessel 函數에 대한 關係式⁽¹⁹⁻²⁰⁾을 利用하면

$$\begin{aligned} \theta(R, \tau) &= Eq. (9) - e^{-c\tau} \frac{\{ [J_1(\sqrt{A_3} R_B) Y_0(\sqrt{A_3} R) - Y_1(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R)] - Y_1(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R) - Y_1(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R_A) - i \frac{Bi}{m} [Y_0(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R) - Y_0(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R_A)] \}}{[J_1(\sqrt{A_3} R_B) Y_0(\sqrt{A_3} R_A) - Y_1(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R)] - Y_1(\sqrt{A_3} R_B) J_0(\sqrt{A_3} R_A)} \\ &- 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau} \frac{\lambda_n \{ \lambda_n [Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R)] + Bi [J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R)] + Bi (R_B T_B - R_A T_A) \}}{(m^2 + \lambda_n^2 - C) [\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} \dots (13) \end{aligned}$$

이며 여기서 $A_3 = C - m^2$ 이다.

式(11), (12) 및 (13)은 τ 가 짧은 경우에는 매우 느리게 收斂하므로 빠르게 收斂하는 解를 구할 必要가 있다. 따라서 I_0, I_1, K_0, K_1 에서 自變數(argument)가 클 때의 近似式⁽¹⁹⁾을 利用하여 式(8)에 代入하고 Laplace 逆變換한 結果⁽²¹⁾는 다음 式을 利用하여 整理하면 짧은 時間일 때의 $\theta(R, \tau)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_A}{R}} \left\{ e^{mB_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} + m\sqrt{\tau} \right) + e^{-mB_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} - m\sqrt{\tau} \right) + e^{mC_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{C_1}{2\sqrt{\tau}} + m\sqrt{\tau} \right) + e^{-mC_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{C_1}{2\sqrt{\tau}} - m\sqrt{\tau} \right) - \frac{2Bi}{m} \left[e^{mB_1} \operatorname{erf} \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left\{ \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} + m\sqrt{\tau} \right) - e^{-mB_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} - m\sqrt{\tau} \right) \right\} \dots \dots \dots (14)$$

여기서 $B_1 = 2R_B - R - R_A$, $C_1 = R - R_A$ 이다.
 짧은 時間의 경우
 a) $m^2 > C$ 일 때

$$\begin{aligned} \theta(R, \tau) = Eq. (14) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_A}{R}} e^{-cr} \left\{ e^{B_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{A_2} \tau \right) + e^{-B_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} - \sqrt{A_2} \tau \right) \right. \\ \left. + e^{c_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{C_1}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{A_2} \tau \right) + e^{-c_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{C_1}{2\sqrt{\tau}} - \sqrt{A_2} \tau \right) - \frac{2Bi}{m} \left(e^{B_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{A_2} \tau \right) - e^{-B_1 \sqrt{A_2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} - \sqrt{A_2} \tau \right) \right) \right\} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

가 된다.

b) $m^2 = C$ 일 때
 式(15)에서 $m^2 = C$ 을 代入하면

$$\theta(R, \tau) = Eq. (14) - \sqrt{\frac{R_A}{R}} e^{-cr} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{B_1}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{C_1}{2\sqrt{\tau}} \right) \right\} \dots \dots \dots (16)$$

이 된다.

c) $m^2 < C$ 일 때
 式(15)에서 $m^2 < C$ 일 때는 虛數가 나타나므로 誤差函數에 대한 關係式⁽²²⁾을 利用하여 整理하면

$$\begin{aligned} \theta(R, \tau) = Eq. (14) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_A}{R}} e^{-cr} \left\{ 2(\cos 2p_1 q_1 \operatorname{erfc} p_1 + \cos 2r_1 q_1 \operatorname{erfc} r_1) + \frac{1}{\pi} \left(\frac{e^{-p_1^2}}{p_1} (1 - \cos 2p_1 q_1) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{e^{-r_1^2}}{r_1} (1 - \cos 2r_1 q_1) \right) - \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{1}{4} n^2} \left[\frac{p_1 e^{-p_1^2}}{n^2 + 4p_1^2} (\cos 2p_1 q_1 - \cos hnq_1) + \frac{r_1 e^{-r_1^2}}{n^2 + 4r_1^2} (\cos 2r_1 q_1 - \cos hnq_1) \right] - i \frac{4Bi}{m} \left[\sin 2p_1 q_1 \operatorname{erfc} p_1 \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{e^{-p_1^2}}{2\pi p_1} \sin 2p_1 q_1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{1}{4} n^2} \frac{p_1 e^{-p_1^2}}{n^2 + 4p_1^2} (\sin 2p_1 q_1 + \frac{n}{2p_1} \sinh nq_1) \right\} \dots \dots \dots (17)$$

여기서 $p_1 = \frac{B_1}{2\sqrt{\tau}}$, $q_1 = \sqrt{A_2} \tau$, $r = \frac{C_1}{2\sqrt{\tau}}$ 이다.

2.2 熱 流 速

원바탕($R=R_A$)에서 任意時間 τ 에 대한 熱流速은 다음과 같이 定義할 수 있다.

$$\Omega = \frac{q_0}{2\pi KR_A \delta (T_B - T_{\infty})} = - \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=R_A} \quad (18)$$

여기서 q_0 는 원바탕에서의 熱流動率을 나타내며 式(11-13)과 (15-17)을 式(18)에 代入하고 다음 式을 利用하면 각각의 熱流速 Ω 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m \frac{Y_2 K_1(mR_A) - I_1(mR_A)}{I_0(mR_A) + Y_2 K_0(mR_A)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau}}{[m^2 + \lambda_n^2]} \frac{\lambda_n^2 [\lambda_n S_A + Bi T_A]}{[\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

a) $m^2 > C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = Eq. (19) + e^{-cr} \sqrt{A_2} \left[\frac{I_1(\sqrt{A_2} R_A) - Y_3 K_1(\sqrt{A_2} R_A)}{I_0(\sqrt{A_2} R_A) + Y_3 K_0(\sqrt{A_2} R_A)} \right. \\ \left. - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau} \lambda_n^2 (\lambda_n S_A + Bi T_A)]}{[m^2 + \lambda_n^2 - C] [\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + Bi (R_B T_B - R_A T_A)]} \right] \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

b) $m^2 = C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = Eq. (19) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[e^{-(m^2 + \lambda_n^2) \tau} (\lambda_n S_A + Bi T_A)]}{[\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A)]} \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

c) $m^2 < C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = Eq. (19) + e^{-cr} \sqrt{A_3} \left\{ \frac{[J_1(\sqrt{A_3} R_A) Y_1(\sqrt{A_3} R_B)]}{[Y_0(\sqrt{A_3} R_A) J_1(\sqrt{A_3} R_B)]} \right. \\ \left. - \frac{Y_1(\sqrt{A_3} R_A) J_1(\sqrt{A_3} R_B)}{J_0(\sqrt{A_3} R_A) Y_1(\sqrt{A_3} R_B)} \right. \\ \left. + i \frac{Bi}{m} \frac{[J_1(\sqrt{A_3} R_A) Y_0(\sqrt{A_3} R_B)]}{[Y_0(\sqrt{A_3} R_A) J_0(\sqrt{A_3} R_B)]} \right. \\ \left. + i \frac{Bi}{m} \frac{[Y_0(\sqrt{A_3} R_A) J_0(\sqrt{A_3} R_B)]}{[J_0(\sqrt{A_3} R_A) Y_0(\sqrt{A_3} R_B)]} \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{-Y_1(\sqrt{A_3}R_A)J_0(\sqrt{A_3}R_B)}{-J_0(\sqrt{A_3}R_A)Y_0(\sqrt{A_3}R_B)} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau}]}{[m^2+\lambda_n^2-C]}$$

$$\frac{\lambda_n^2(\lambda_n S_A + Bi T_A)}{[\lambda_n(R_B S_B - R_A S_A) + Bi(R_B T_B - R_A T_A)]} \quad (22)$$

또한 짧은 時間일 때의 熱流速은 다음 式을 利用하여 表記하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega = & \left(\frac{1}{4R_A} + \frac{m}{2}\right) e^{2mD_1} \operatorname{erfc}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} + m\sqrt{\tau}\right) \\ & + \left(\frac{1}{4R_A} - \frac{m}{2}\right) e^{-2mD_1} \operatorname{erfc}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} - m\sqrt{\tau}\right) \\ & - \frac{Bi}{m} \left(\frac{1}{2R_A} + m\right) e^{-2mD_1} \operatorname{erf}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} + m\sqrt{\tau}\right) \\ & + \frac{Bi}{m} \left(\frac{1}{2R_A} - m\right) e^{-2mD_1} \operatorname{erf}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} - m\sqrt{\tau}\right) \\ & - m \operatorname{erfc}(m\sqrt{\tau}) + \frac{e^{-m^2\tau}}{\sqrt{\pi\tau}} \left(1 - e^{-\frac{D_1^2}{\tau}}\right) \quad (23) \end{aligned}$$

여기서 $D_1 = R_B - R_A$ 이다.

짧은 時間의 경우

a) $m^2 > C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = & Eq.(23) - \left(\frac{1}{4R_A} + \frac{\sqrt{A_2}}{2}\right) e^{-(c\tau - 2D_1\sqrt{A_2})} \\ & \operatorname{erfc}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} + \sqrt{A_2}\tau\right) - \left(\frac{1}{4R_A} - \frac{\sqrt{A_2}}{2}\right) \\ & e^{-(c\tau + 2D_1\sqrt{A_2})} \operatorname{erfc}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} - \sqrt{A_2}\tau\right) \\ & + \frac{Bi}{\sqrt{A_2}} \left\{ \left(\frac{1}{2R_A} + \sqrt{A_2}\right) e^{-(c\tau - 2D_1\sqrt{A_2})} \right. \\ & \operatorname{erf}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} + \sqrt{A_2}\tau\right) - \left(\frac{1}{2R_A} - \sqrt{A_2}\right) \\ & \left. e^{-(c\tau + 2D_1\sqrt{A_2})} \operatorname{erf}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} - \sqrt{A_2}\tau\right) \right\} \\ & + \sqrt{A_2} e^{-c\tau} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_2}\tau) - \frac{e^{-(m^2+c)\tau}}{\sqrt{\pi\tau}} \\ & \left(1 - e^{-\frac{D_1^2}{\tau}}\right) \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

b) $m^2 = C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = & Eq.(23) - \frac{1}{2R_A} e^{-c\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{D_1}{\sqrt{\tau}}\right) \\ & - \frac{e^{-2c\tau}}{\sqrt{\pi\tau}} \left(1 - e^{-\frac{D_1^2}{\tau}}\right) \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

c) $m^2 < C$ 일 때

$$\begin{aligned} \Omega = & Eq.(23) - e^{-c\tau} \left\{ \left(\frac{1}{2R_A} + \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}}\right) - i\left(\frac{Bi}{m}\right) \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{R_A} \sin 2D_1\sqrt{A_3} + 2\sqrt{A_3} \cos 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right\} \\ & + \left\{ \left(\frac{1}{2R_A} \cos 2D_1\sqrt{A_3} - \sqrt{A_3} \sin 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right. \\ & \left. + i\left(\frac{Bi}{m}\right) \left(2\sqrt{A_3} \cos 2D_1\sqrt{A_3} + \frac{1}{R_A} \sin 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right\} \\ & \operatorname{erfc}\frac{D_1}{\sqrt{\tau}} + \frac{2}{\pi\sqrt{\tau}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{4}n^2}}{n^2} \left(1 - \cos hn\sqrt{A_3}\tau\right) \\ & + \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \left(-\cos 2D_1\sqrt{A_3} - i\left(\frac{2Bi}{m}\right) \sin 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right. \\ & \left. e^{-\frac{D_1^2}{\tau}} \right\} + \frac{\sqrt{\tau}}{2\pi D_1} \left\{ \frac{1}{2R_A} \left(1 - \cos 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right. \\ & \left. + \sqrt{A_3} \sin 2D_1\sqrt{A_3} - i\left(\frac{Bi}{m}\right) \left(2\sqrt{A_3} \cos 2D_1\sqrt{A_3} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{R_A} \sin 2D_1\sqrt{A_3}\right) \right\} e^{-\frac{D_1^2}{\tau}} + \frac{(2D_1^2 + \tau)}{\pi\sqrt{\tau}D_1^2} \\ & \left\{ \frac{1}{4} (\cos 2D_1\sqrt{A_3} - 1) + i\left(\frac{Bi}{2m}\right) \sin 2D_1\sqrt{A_3} \right\} \\ & e^{-\frac{D_1^2}{\tau}} \left\{ -e^{-c\tau} \frac{2D_1}{\pi\sqrt{\tau}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{4}n^2}}{n^2 + \frac{4D_1^2}{\tau}} \right. \\ & \left. \left\{ \left(\frac{2D_1}{\tau} - \frac{1}{R_A} - \frac{1}{D_1}\right) \cos 2D_1\sqrt{A_3} \right. \right. \\ & \left. \left. + 2\sqrt{A_3} \sin 2D_1\sqrt{A_3} - \left(\frac{2D_1}{\tau} - \frac{1}{R_A} - \frac{1}{D_1}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. \cos hn\sqrt{A_3}\tau \right\} + i\left(\frac{2Bi}{m}\right) \left\{ \left(\frac{2D_1}{\tau} - \frac{1}{R_A} - \frac{1}{D_1}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. \sin 2D_1\sqrt{A_3} - 2\sqrt{A_3} \cos 2D_1\sqrt{A_3} + \left(\frac{n}{\sqrt{\tau}} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{n\sqrt{\tau}}{2R_A D_1} \right) \sin hn\sqrt{A_3}\tau \right\} \right\} e^{-\frac{D_1^2}{\tau}} - e^{-c\tau} \frac{4D_1}{\pi\sqrt{\tau}} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4D_1}{\tau} \frac{e^{-\frac{1}{4}n^2}}{\left(n^2 + \frac{4D_1^2}{\tau}\right)^2} \left\{ \left\{ \cos 2D_1\sqrt{A_3} - \cos hn\sqrt{A_3}\tau \right\} \right. \\ & \left. \left. + i\left(\frac{2Bi}{m}\right) \left\{ \sin 2D_1\sqrt{A_3} + \frac{n\sqrt{\tau}}{2D_1} \sin hn\sqrt{A_3}\tau \right\} \right\} \right. \\ & \left. e^{-\frac{D_1^2}{\tau}} \dots\dots\dots (26) \right. \end{aligned}$$

2.3 熱效率

理想的인 熱流動率 q_{ideal} 에 관한 式⁽⁹⁻¹⁰⁾ 은

$$q_{ideal} = 2\pi h(T_B - T_\infty)[(r_b^2 - r_a^2) + r_b \delta] \dots\dots\dots (27)$$

이때 淸效率 $\eta = \frac{q}{q_{ideal}}$ 이므로 式(18)과 (27)을 利用하면 任意時間 τ 에 대한 η 는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{\Omega}{N} \dots\dots\dots (28)$$

여기서 $N = \frac{Bi[(r_b^2 - r_a^2) + r_b \delta]}{r_a \delta}$ 이며 Ω 는 式(20-22), (24-26)으로 表現된다.

특히 淸先端이 斷熱인 경우 ($\frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=R_B} = 0$)에는 Biot數가 零이 되므로, 溫度分布와 熱流速에 대한 解析結果로부터 特殊한 경우에 해당되는 $Bi = 0$ 일 때의 精密解와 近似解는 淸先端에서 對流現象이 없다고 假定한 既存의 研究結果⁽⁸⁾와 一致되므로 解析에 대한 妥當性을 確認할 수 있었다.

3. 結果 및 考察

過渡應答에 미치는 영향을 考察하기 위하여는 精密解 結果로써 討議하는 것이 妥當하다. 하지만 精密解들은 級數項들로써 表記 되었기 때문에 式(10)에 의한 固有值들을 구하는 問題가 先決되어야 可能하다. 따라서 관련 프로그램을 개발하여 半徑比와 Biot數에 따른 固有值들을 찾아내었으며, 式(10)에서 $Bi = 0$ 일 때의 固有值들에 대한 結果는 淸先端에서 對流現象을 감안하지 않은 既存結果^(23, 8)와 10^{-5} 까지 正確히 一致하였다.

그러므로 式(10)으로부터 구한 固有值들을 電算處理로써 順次的으로 收斂시켜 精密解에 대한 結果를 얻었으며, 이 때 切斷誤差는 溫度分布에서는 10^{-7} , 熱流速에서는 10^{-5} 로 각각 制限시켜 이 때의 熱流速으로써 淸效率을 나타내었다.

또한 관련 無次元變數들의 變化가 傳熱應答에 미치는 영향을 알아보기 위해 精密解로부터 주어진 變數들의 범위내에서 다음과 같이 考察하였다.

3.1 溫度分布

無次元變數들을 式(11-13)에 代入하여 얻은 結果를 Fig. 3과 4에 각각 나타내었다.

이 結果, $\tau < 0.01$ 일 때 無次元變數들의 變化는 θ 에 그다지 영향을 미치지 못하는 것으

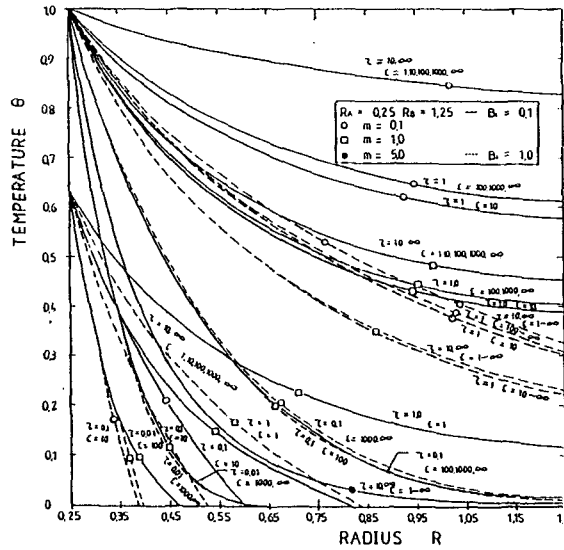


Fig. 3 Temperature distributions by various values of Bi, m, c, τ and R at $\frac{R_A}{R_B} = 0.2$

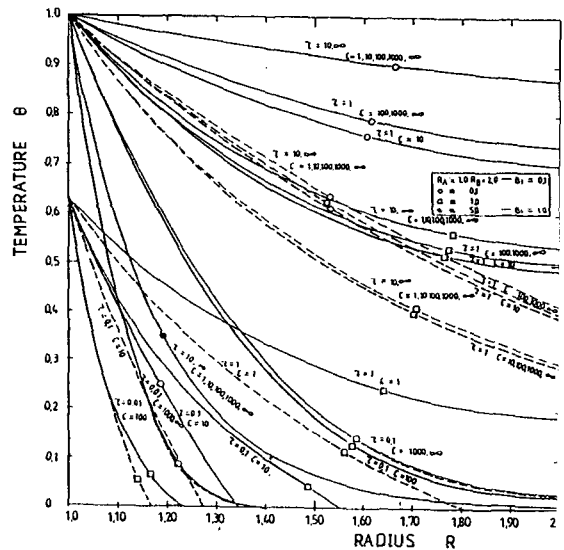


Fig. 4 Temperature distributions by various values of Bi, m, c, τ and R at $\frac{R_A}{R_B} = 0.5$

로 나타났으며, $\tau \geq 0.01$ 일 때 Bi 와 m 이 작을수록 반면에 $\frac{R_A}{R_B}$, C 와 τ 가 클수록 半徑 R 에 따라 높은 θ 를 얻을 수 있었다.

이와같은 傾向은 均一 環 두께를 갖는 環狀 環에서, Bi 가 적으면 環表面에서의 對流現象 減少로 인해 높은 θ 를 招來하기 때문이다. 또한 環變數 m 이 적으면 결국 環길이가 짧아지게 되어 점차 增加하는 環바탕의 溫度 영향을 빨리 받게 되므로 높은 θ 를 나타내며, 이와같은 事實은 $\frac{R_A}{R_B}$ 가 클 때와도 同一하였다. 아울러 同一 環狀態에서는 C 가 클수록 環바탕의 溫度上昇에 영향을 미치는 指數 a_1 이 커져 결국 式(3)으로부터 環바탕의 溫度 T_B 가 上昇하게 되며 특히 $C = \infty$ 일 때에는 $T_B = T_o$ 가 되어 環바탕의 溫度가 最高溫度로 되기 때문이다. 또한 τ 가 클수록 時間 t 가 커지게 되어, 결국 時間이 경과함에 따라 環바탕의 溫度上昇 영향을 받기 때문이다.

3.2 熱流束

式(20-22)를 利用하여 3.1節에서 考察된 바 있는 變數들에 대한 Ω 를 Table 1에 表記하였다. 또한 $\frac{R_A}{R_B}$, Bi 및 C 가 Ω 에 미치는 영향을 살펴보기 위해 $m = 5.0$ 일 때 τ 에 대한 Ω 를 Fig. 5와 6에 각각 圖示하였다.

Table 1 및 Fig. 5와 6으로부터 Bi 와 m

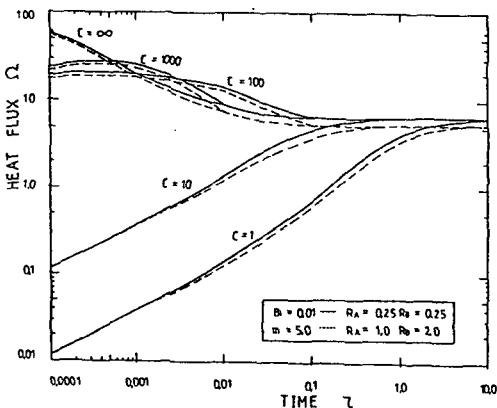


Fig.5 Heat fluxes by various values of $\frac{R_A}{R_B}$, C and τ at $Bi = 0.01$ and $m = 5.0$

이 클수록 반면에 $\frac{R_A}{R_B}$ 가 적을수록 높은 Ω 를 나타내었으며, τ 에 대한 영향은 τ 가 變化함에 따라 最大 熱流束을 얻을 수 있는 極點 ($\frac{d\Omega}{d\tau} = 0$)이 存在하는 것으로 나타났다. 또한 C 에 대한 영향은 τ 와 마찬가지로 C 가 變化함에 따라 極點이 存在하였다. 즉 C 가 클수록 最大 熱流束을 나타내는 極點이 τ 에 대하여 加급적 빨리 存在하며, 極點이 存在하는 時間領域은 $C\tau = 0.1 \sim 1.0$ 으로 나타났다.

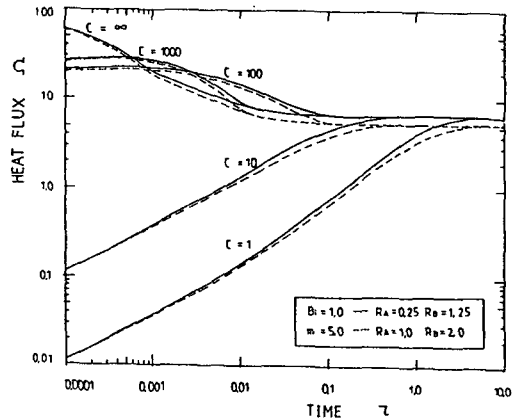


Fig.6 Heat fluxes by various values of $\frac{R_A}{R_B}$, C and τ at $Bi = 1.0$ and $m = 5.0$

3.3 環效率

3.2節에서 구한 Ω 로써 式(28)를 利用하여 同一條件에 대한 η 를 Table 2에 나타내었다.

Table 2로부터 3.2節에서 考察한 熱流束과 같이 C 와 τ 의 變化에 따라 η 가 현저히 變하며, 極點存在 時間領域 $C\tau = 0.1 \sim 1.0$ 에서 最大 環效率를 얻을 수 있었다.

Table 2로부터 $\tau = 1.0$ 일 때 $\frac{R_A}{R_B}$, Bi , m 과 C 에 대한 η 를 Fig. 7에 圖示하였다.

또한 Fig. 8은 Table 1, 2로부터 거의 同一한 結果를 招來하였던 $\tau \geq 10$ 일 때, 即 定常狀態에 대한 η 를 나타낸 것이다.

이 結果, Bi 와 m 이 적을수록 반면에 $\frac{R_A}{R_B}$ 가 클수록 η 가 增加하였다.

아울러 Table 2로부터 $\tau \geq 1.0$ 일 때 $m \geq 1.0$ 에서 最大 輻效率이 招來된 後부터는 C 의 增加에 關係없이 거의 同一한 η 를 나타내었다. 특히 Table 1, 2로부터 $C = \infty$ 에서의 Ω

와 η 는 圓바탕의 溫度가 階段函數일 때의 結果⁽²¹⁾와 一致하였다. 왜냐하면 同一 輻狀態에서 $C = \infty$ 일 때는 결국 式(3)으로부터 $T_B = T_0$ 가 되어 階段函數가 되기 때문이다.

Table 1. Heat fluxes by various values of Bi, m, C and τ at $\frac{R_A}{R_B} = 0.2$

Bi	τ		0.0001	0.001	0.01	0.1	1.0	10.0	∞
	m	c							
0.01	0.1	1	-1.6513	-1.6237	-1.5156	-1.0072	0.6202	0.0784	0.0780
		10	2.0733	2.3150	3.0088	3.7170	1.1624	0.0780	0.0780
		100	1.2598	3.6345	7.2976	3.5362	1.0329	0.0780	0.0780
		1,000	11.5505	20.7594	7.8220	3.4263	1.0216	0.0780	0.0780
		∞	58.6566	19.7860	7.4725	3.4162	1.0204	0.0780	0.0780
	1.0	1	0.0605	0.0866	0.1797	0.5535	1.6265	1.7801	1.7801
		10	3.0856	3.3183	3.9293	4.1734	2.0390	1.7801	1.7801
		100	1.1567	3.5415	7.2852	3.7086	1.9841	1.7801	1.7801
		1,000	10.7693	20.4499	7.8752	3.6077	1.9799	1.7801	1.7801
		∞	58.6621	19.8037	7.5287	3.5985	1.9794	1.7801	1.7801
	5.0	1	0.0115	0.0379	0.1400	0.7367	4.3081	6.7552	6.7555
		10	0.1149	0.3769	1.3235	4.6917	6.7552	6.7555	6.7555
		100	19.0454	19.9170	14.5436	6.7936	6.7555	6.7555	6.7555
		1,000	23.8281	25.9530	9.1196	6.7793	6.7555	6.7555	6.7555
		∞	58.7969	20.2303	8.8379	6.7784	6.7555	6.7555	6.7555
0.1	0.1	1	-3.3458	-3.3167	-3.1935	-2.5406	0.0264	0.4394	0.4393
		10	4.9481	5.1640	5.6126	4.7756	1.2568	0.4393	0.4393
		100	6.1442	8.0986	9.1125	3.5364	1.1437	0.4393	0.4393
		1,000	34.7387	30.1870	7.8232	3.4263	1.1341	0.4393	0.4393
		∞	58.6566	19.7860	7.4725	3.4162	1.1330	0.4393	0.4393
	1.0	1	0.4277	0.4535	0.5433	0.8858	1.7790	1.8827	1.8827
		10	3.2171	3.4486	4.0484	4.2218	2.0905	1.8827	1.8827
		100	1.4088	3.7718	7.3789	3.7086	2.0425	1.8827	1.8827
		1,000	11.7046	20.8301	7.8753	3.6077	2.0389	1.8827	1.8827
		∞	58.6621	19.8037	7.5287	3.5985	2.0385	1.8827	1.8827
	5.0	1	0.0115	0.0379	0.1400	0.7367	4.3087	6.7552	6.7555
		10	0.1149	0.3769	1.3235	4.6917	6.7552	6.7555	6.7555
		100	19.1960	20.0547	14.5996	6.7936	6.7555	6.7555	6.7555
		1,000	23.9355	25.9967	9.1196	6.7793	6.7555	6.7555	6.7555
		∞	58.7969	20.2303	8.8379	6.7784	6.7555	6.7555	6.7555

4. 結 論

本 研究를 통해 얻은 結果는 다음과 같다.
 (1) 圓周邊뿐만 아니라 圓先端에서의 對流現

象을 考慮한 環狀圓에서, 圓바탕의 溫度가 指數函數型으로 增加하는 傳熱問題를 Laplace 變換法에 의해 溫度分布, 熱流束 및 圓效率에 대한 精密解와 近似解를 각각 구하였다.

Table 2. Fin efficiencies by various values of Bi, m, C and τ at $\frac{R_A}{R_B} = 0.2$

Bi	τ		0.0001	0.001	0.01	0.1	1.0	10.0	∞
	m	c							
0.01	0.1	1	-20.6414	-20.2960	-18.9453	-12.5898	7.7520	0.9796	0.9744
		10	25.9167	28.9369	37.6101	46.4623	14.5296	0.9744	0.9744
		100	15.7468	45.4318	91.2196	43.2022	12.9113	0.9745	0.9744
		1,000	144.3817	259.4930	97.7750	42.8288	12.7706	0.9745	0.9744
		∞	733.2068	247.3250	93.4060	42.7023	12.7551	0.9745	0.9744
	1.0	1	0.0198	0.0284	0.0589	0.1815	0.5333	0.5836	0.5836
		10	1.0117	1.0880	1.2833	1.3683	0.6685	0.5836	0.5836
		100	0.3793	1.1612	2.3886	1.2160	0.6505	0.5836	0.5836
		1,000	3.5309	6.7049	2.5820	1.1829	0.6491	0.5836	0.5836
		∞	19.2339	6.4930	2.4684	1.1798	0.6490	0.5836	0.5836
	5.0	1	0.0002	0.0005	0.0019	0.0098	0.0574	0.0895	0.0900
		10	0.0015	0.0050	0.0176	0.0625	0.0900	0.0900	0.0900
		100	0.2538	0.2654	0.1938	0.0905	0.0900	0.0900	0.0900
		1,000	0.3175	0.3458	0.1215	0.0903	0.0900	0.0900	0.0900
		∞	0.7834	0.2696	0.1178	0.0903	0.0900	0.0900	0.0900
0.1	0.1	1	-6.3129	-6.2579	-6.0254	-4.7936	0.0500	0.8290	0.8288
		10	9.3360	9.7433	10.5898	9.0106	2.3713	0.8288	0.8288
		100	11.5928	15.2803	17.1934	6.6725	2.1579	0.8288	0.8288
		1,000	65.5447	56.9567	14.7607	6.4647	2.1397	0.8288	0.8288
		∞	110.6727	37.3321	14.0990	6.4456	2.1378	0.8288	0.8288
	1.0	1	0.1222	0.1296	0.1552	0.2531	0.5083	0.5379	0.5379
		10	0.9192	0.9853	1.1567	1.2062	0.5973	0.5379	0.5379
		100	0.4025	1.0777	2.1082	1.0596	0.5836	0.5379	0.5379
		1,000	3.3442	5.9515	2.2501	1.0308	0.5825	0.5379	0.5379
		∞	16.7606	5.6582	2.1511	1.0282	0.5824	0.5379	0.5379
	5.0	1	0.0002	0.0005	0.0010	0.0098	0.0571	0.0895	0.0895
		10	0.0015	0.0050	0.0096	0.0621	0.0895	0.0895	0.0895
		100	0.2543	0.2656	0.4904	0.0900	0.0895	0.0895	0.0895
		1,000	0.3170	0.3443	0.6456	0.0898	0.0895	0.0895	0.0895
		∞	0.7788	0.2680	0.4984	0.0898	0.0895	0.0895	0.0895

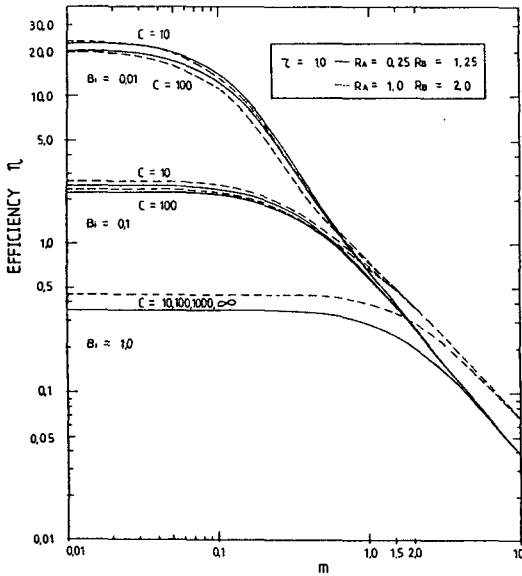


Fig.7 Fin efficiencies by various values of $\frac{R_A}{R_B}$, Bi , m and C at $\tau = 1.0$

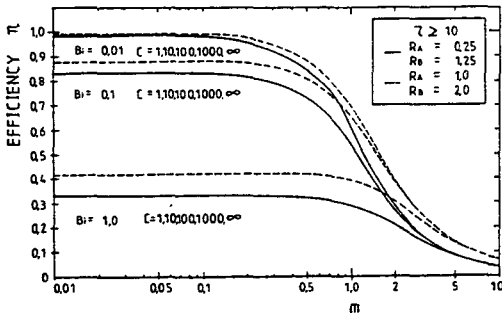


Fig.8 Fin efficiencies by various values of $\frac{R_A}{R_B}$, Bi , m and C at $\tau \geq 10$

(2) 온도 분포에 대하여는, $\tau < 0.01$ 일 때, 무차원변수들의 변화는 θ 에 별로 영향을 미치지 못하며, $\tau \geq 0.01$ 일 때 $\frac{R_A}{R_B}$, C 와 τ 가 클수록 반면에 Bi 와 m 이 적을수록 높은 θ 를 나타내었다.

(3) 열류束에 대하여는, C 와 τ 에 대한 영향을 除外하고는 (2)項과는 反對現象을 招來하였다. 아울러 C 와 τ 에 따라 最大 熱流束을 얻을 수 있는 極點이 存在하며, 특히 極點存

在 時間領域은 $C\tau = 0.1 \sim 1.0$ 으로 나타났다.

(4) 輿效率에 대하여는, $\frac{R_A}{R_B}$ 가 클수록 반면에 Bi 와 m 이 적을수록 높은 η 를 招來하였으며, $\tau \geq 1.0$ 일 때 $m \geq 1.0$ 에서 最大 輿效率이 나타난 後부터는 C 의 增加에 無關하게 거의 同一한 η 를 나타내었다.

參 考 文 獻

1. A. Brown, "Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.8, pp.662-665, 1965.
2. C.J. Maday, "The Minimum Weight One-Dimensional Straight Fin", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.96, pp.161-165, 1974.
3. P.J. Heggs, D.B. Ingham, and M. Manzoor, "The Effects of Nonuniform Heat Transfer from an Annular Fin of Triangular Profile", Journal of Heat Transfer, ASME, Vol.103, pp.184-185, 1981.
4. I. Mikk, "Convective Fin of Minimum Mass", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.23, pp.707-711, 1981.
5. A.J. Chapman, "Transient Heat Conduction in Annular Fins of Uniform Thickness", Chemical Engineering Symposium Series, Vol.55, No.29, pp.195-201, 1959.
6. A. Aziz, "Periodic Heat Transfer in Annular Fins", Journal of Heat Transfer, ASME, Vol.97, No.2, pp.302-303, 1975.
7. N.V. Suryanarayana, "Transient Response of Straight Fins", Journal of Heat Transfer, ASME, Vol.90, pp.175-176, 1968.
8. 손병진, 박희용, 이홍주, 이관수, "균일 두께의 원통핀에서 과도온도분포에 관한 연구", 대기기계학회논문집, 제 6권, 제 3호, pp. 247-255, 1982.
9. 서정일, 조진호, 조종철, "열평형적분법에 의한 2차원 과도열전도문제의 해석"

- 한국과학재단 연구보고서, 1983.
10. 조종철, 서정일, 조진호, “2차원 열전도 문제에 대한 열평형적분법의 응용,” 대한기계학회논문집, 제 11 권, 제 4 호, pp. 616-628, 1987.
 11. 泉 亮太郎 外 1 人, “傳熱問題にけるラプラス變換の應用例,” 山形大學紀要(工學), 第 7 卷, 第 1 號, pp. 213-218, 1962.
 12. 坪內爲雄, 熱交換器, 朝倉書店, pp. 89-110, 1968.
 13. 泉 亮太郎 外 2 人, “蓄熱式 熱交換器の研究,” 日本機械學會論文集, 第 35 卷, 第 276 號, pp. 1723-1731, 1969.
 14. 泉 亮太郎 外 2 人, “蓄熱式 熱交換器の研究(續報),” 日本機械學會論文集, 第 36 卷, 第 289 號, pp. 1543-1550, 1970.
 15. 서정일, 김광수, 이정만, “열교환주기가 짧은 축열식 열교환기의 전열해석에 관한 연구,” 대한기계학회논문집, 제 9 권, 제 1 호, pp. 127-134, 1985.
 16. J.W. Yang, “Periodic Heat Transfer in Straight Fins”, *Journal of Heat Transfer*, ASME, Vol.94, No.3, pp.310-314, 1972.
 17. 김광수, 서정일, “쌍곡선 단면을 가진 반경환에서의 열전달에 관한 연구” 공기조화·냉동공학, 제 11 권, 제 3 호, pp. 9-17, 1982.
 18. E.R.G. Eckert and R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw Hill, pp.91-95, 1972.
 19. V.S. Arpaci, *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, pp.140-141, 346, 390-399, 1966.
 20. G.E. Myers, *Analytical Method in Conduction Heat Transfer*, McGraw Hill, pp.43-69, 1971.
 21. 김광수, “Biot 수를 고려한 균일두께의 환상환에서의 과도열전달에 관한 연구,” 공기조화·냉동공학, 제 14 권, 제 2 호, pp. 138-149, 1985.
 22. M. Abramowitz and I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, pp.299,304, 1965.
 23. P.K. Irey, “Errors in the One-Dimensional Fin Solution”, *Journal of Heat Transfer*, Trans. ASME, Vol.90, No.1, pp.175-176, 1969.