

Thermocline 축열조 측벽에서의 열전도 해석

Analytical Solution of Two-dimensional Conduction in the Side Wall of a Thermocline System Enclosure

이 준 식*
Joon Sik Lee

ABSTRACT

The heat transfer processes taking place in the side wall of a thermocline enclosure have been analyzed for idealized conditions based on the assumption that, at any instant time, side wall heat transfer processes are independent of the thermocline bulk motion. However, the axial temperature distribution in the thermocline core provides the means for specifying the liquid medium-side boundary condition to the enclosure side wall. A picture is drawn which reflects the side wall response to thermocline bulk motion within the frame work of a quasi-steady analytic approach.

For values of the parameters typical of systems of engineering interest, the analysis shows that a significant amount of heat transfer short - circuiting can take place along the side wall enclosure. This phenomenon is favored by high values of H_1 and low values of P and H_2 respectively. The location of the point of zero normal heat flux on the side wall can be expected to mark, approximately, the region of confluence of two sidewall boundary flows respectively driven by the buoyant effects.

기 호 설 명

A, B : Fourier 계수	L : 측벽의 길이
a, b, c, d : 상수	P : 형상비
Bi : Biot 수	Q : 열유속
Bi' : 형상비를 고려한 Biot 수	T : 온도
H : 무차원 열전달 계수	x, y : 좌표계
h : 열전달 계수	δ : 측벽의 두께
k : 열전도율	λ : 고유치
	θ : 무차원 온도

* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

하 침 자

c	: 저온부
g	: 기체
h	: 고온부
l	: 액체

상 침 자

*	: 무차원 변수
---	----------

1. 서 론

Thermocline 축열조는 저온의 유체층 위에 고온의 유체층을 안정되게 성층화 시킴으로써 그 축열 효과를 극대화 할 수 있다. 그러나 실제적으로 이러한 조건의 충족은 불가능하다. 확산기 설계의 불확실성, 축열매체 사이의 전도 열전달, 용기의 벽을 따른 전도 열전달, 주위로의 대류 열손실, 부력에 의한 유체유동 또는 유체와 접한 수직벽면을 따른 층류유동으로부터 난류유동으로의 천이 등에 의해 고온 유체층과 저온 유체층의 혼합이 불가피하게 된다. 따라서 thermocline 축열조의 실용화를 위해서는 이 축열조의 기능을 지배하는 기본적인 특성에 대한 이해가 이루어져야 한다.

Thermocline의 와해(degradation) 문제에 대한 연구 추세는 주로 thermocline 축열조의 수치모델 개발에 치중하였으며 해석적 연구는 별로 이루어지지 않고 있다.^{1,2)} 본 연구에서는 thermocline 축열조의 벽면에서의 열전달 반전현상을 비교적 간단한 수학적 모델에 의해 해석하였다.

축열조의 벽을 통한 열전도는 벽에 수직인 방향과 벽면에 평행한 방향으로 일어나며 전자는 주위로의 국소 열손실을 의미하며 후자는 벽의 축방향으로의 열전도를 의미한다. 벽 내부에서의 개략적인 온도 분포는 두 방향으로의 상대적인 열전달량의 크기와 무관하게 예측할 수 있다. 벽면에 수직인 방향에 대한 Biot 수($Bi = h\delta/k$)는 벽면에서의 대류 영향을 고려할때 10^{-3} 근처의 값을 가지므로³⁾ 벽면에 수직인 방향의 온도는 본질적으로 균

일한 온도가 된다. 따라서 벽의 일정한 위치(길이방향)에서의 온도는 벽의 축방향으로의 열전도와 벽면에서의 대류 열전달의 균형으로부터 결정된다. 이 때 중요한 무차원 변수는 $hL^2/k\delta$ 이며³⁾ 이것은 Biot 수에 벽의 형상비의 영향이 고려된 수이다. 즉 $Bi' = Bi(L/\delta)^2$ 으로 표시될 수 있다. 만약 $Bi' \gg 1$ 이면 벽면에서의 대류 열전달이 벽의 축방향으로의 열전도에 비해 지배적이며 벽의 온도 분포는 이 효과에 의해 결정된다. 반면 $Bi' \ll 1$ 이면 벽의 축방향으로의 전도 열전달이 벽면의 온도 분포를 결정하는 주요 요인이 된다. 실제 연구소에서 모델로 이용되는 thermocline 축열조의 경우 Bi' 는 대략 10 근처의 크기를 가지므로 위에서 언급한 대류 및 전도의 영향이 동시에 고려되어야 한다. 이 경우 축벽의 상단과 하단에서의 thermocline 온도의 변화가 작으므로 여기서의 온도는 유체의 온도와 대략적으로 같은 값을 가지게 된다. 그러나 축방향으로의 thermocline 유체의 온도 변화가 급격히 일어나는 벽 중앙부에서는 벽의 축방향으로의 열전도에 의해 유체의 온도 분포와 벽의 온도 분포가 현저히 달라진다. 따라서 $Bi' \approx 1$ 인 축열조의 경우 성층화된 유체층 사이에 국소적으로 재순환 영역이 형성된다. 그러므로 thermocline의 상부에서는 대류 열전달이 유체로부터 벽면에서 일어나며 반면에 하부에서는 벽면으로부터 유체로 대류 열전달이 일어난다. 벽면에 수직인 방향으로의 전도 또는 대류 열전달의 특성 시간은 용적 대류에 의한 thermocline 위치의 이동 특성시간에 비해 대략적으로 10^{-2} 정도의 크기를 가진다. 이는 thermocline 유체의 용적 유동보다 벽에서의 전도 열전달이 약 20배 이상 빨리 진행됨을 의미한다.³⁾ 따라서 어떤 순간에서의 벽면에서의 열전도 현상은 고정된 thermocline으로 가정한 준정상상태로 해석되어질 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 어느 주어진 순간에서의 축벽에서의 열전달이 thermocline의 용적유동에 대해 독립적으로 이루어진다고 가정하였다. 그리고 thermocline 중심부에서의 축방향 온

도 분포를 측벽의 유체쪽 경계조건으로 설정하였다.

2. 해 석

측벽의 형상과 열전달 모드 및 경계조건을 Fig.1에 나타내었다.

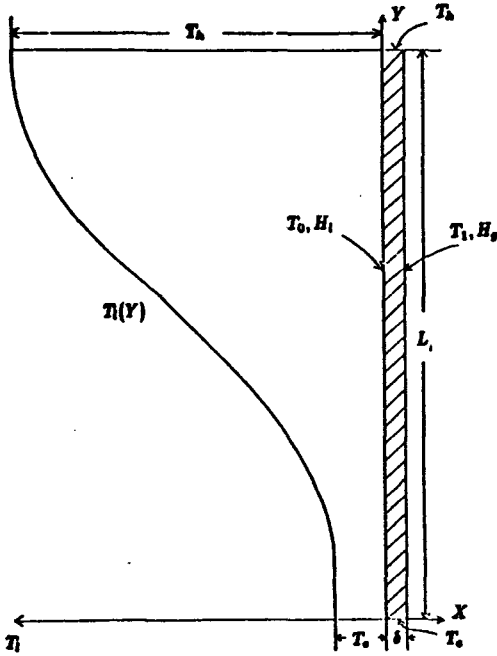


Fig.1 Side wall geometry and boundary conditions

1) 지배방정식

측벽에서의 열전도 방정식은 아래와 같이 주어진다.⁶⁾

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

2) 경계조건

벽면 및 양단에서의 경계조건은 아래와 같다.

$$y = L ; 0 < x < \delta \text{ 에서 } T = T_h$$

$$y = 0 ; 0 < x < \delta \text{ 에서 } T = T_c$$

$$x = 0 ; 0 < y < L \text{ 에서 } -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_l(T_l - T)$$

$$x = \delta ; 0 < y < L \text{ 에서 } -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_g(T - T_g) \dots\dots\dots (2)$$

3) 무차원 방정식, 경계조건 및 해석해

다음과 같은 무차원 변수

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad x^* = \frac{x}{\delta}, \quad y^* = \frac{y}{L} \dots\dots\dots (3)$$

을 도입함으로써 식(1), (2)를 무차원화 하면 아래와 같이 된다.

(이하 상첨차 *생략)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + P^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$y = 1 ; 0 < x < 1 \quad \theta = 1$$

$$y = 0 ; 0 < x < 1 \quad \theta = 0$$

$$x = 0 ; 0 < y < 1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} + H_l(\theta_l - \theta) = 0$$

$$x = 0 ; 0 < y < 1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} + H_g(\theta - \theta_g) = 0$$

$$\dots\dots\dots (5)$$

여기서

$$P = \frac{\delta}{L}, \quad H_l = \frac{h_l \delta}{k}, \quad H_g = \frac{h_g \delta}{k}$$

이다.

\$H_l\$ 과 \$H_g\$ 는 각각 유체와 기체쪽의 열전달 계수를 기준으로 한 Biot 수이며 그 대표값은 대체로 \$H_l = 10^{-2}\$, \$H_g = 10^{-4}\$ 이다. 위의 지배 방정식과 경계조건으로부터 그 해는 변수분리 법에 의해 쉽게 구하여질 수 있다. 그 해는

$$\theta = y + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin h(\lambda_n x) + B_n \cos h(\lambda_n x)] \sin(\lambda_n \frac{y}{P}) \dots\dots\dots (6)$$

이며 여기서 \$\lambda_n\$ 그리고 계수 \$A_n\$ 과 \$B_n\$ 은 각각 \$\lambda_n = h\pi P\$

$$A_n = \frac{2H_l(\lambda_n \sinh \lambda_n + H_g \cosh \lambda_n) \int_0^1 (y - \theta_l) \sin(\lambda_n \frac{y}{P}) dy + \frac{2PH_l H_g}{\lambda_n} [(1 - \theta_g)(-1)^n + \theta_g]}{\lambda_n(\lambda_n \sinh \lambda_n + H_g \cosh \lambda_n) + H_l(\lambda_n \cosh \lambda_n + H_g \sinh \lambda_n)}$$

$$B_n = \frac{2H_g P[(1-\theta_g)(-1)^n + \theta_g] - 2H_l(\lambda_n \cos \lambda_n \sinh h \lambda_n + H_g \cos h \lambda_n)}{\lambda_n(\lambda_n \sinh \lambda_n + H_g \cos h \lambda_n) + h \lambda_n + H_g \sinh h \lambda_n} \int_0^1 (y - \theta_l) \sin(\lambda_n \frac{y}{P}) dy$$

$$\frac{H_l(\lambda_n \cos h \lambda_n + H_g \sinh h \lambda_n)}{\dots\dots\dots (7)}$$

으로 표시된다.

3. 결과 및 검토

전형적인 S모양을 가지는 thermocline의 온도 분포에 대하여 계산을 시행하였다. 그 일반적인 관계식은 다음과 같다.

$$\theta_l = \frac{1}{2} [1 - \cos \frac{a}{b} \pi (y - \frac{c}{d})] \dots\dots\dots (8)$$

계산을 시행한 각 경우에 대하여는 Table 1에 표시하였으며 그 분포형태와 이들의 축방향의 상대적 위치를 Fig. 2에 나타내었다. Biot 수가 각각 $10^{-3} \leq H_l \leq 10^{-1}$, $10^{-6} \leq H_g \leq 10^{-3}$ 인 범위에서 계산하였으며 $\theta_g = -0.286$, $P = 0.01$ 로 정하였다.

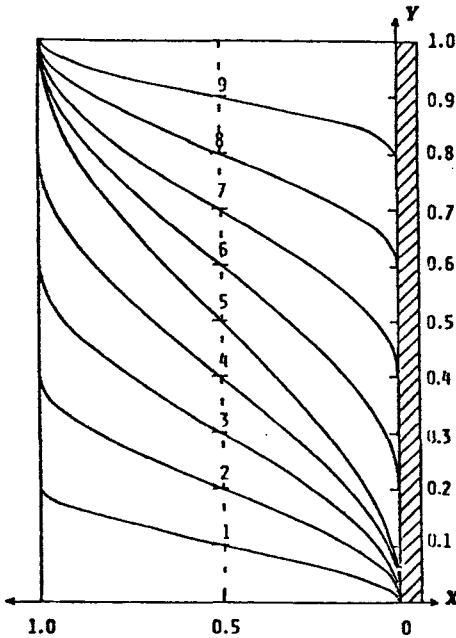


Fig. 2 Relative axial location and shape of calculated thermocline temperature profiles.

Table 1 Thermocline temperature profiles for cases calculated

Case	$y/\theta_l=0.5$	θ_l ; axial location
1	0.1	$\frac{1}{2}[1-\cos 5\pi y]$; $0 < y < 0.2$ 1 ; $0.2 < y < 1$
2	0.2	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{2}\pi y]$; $0 < y < 0.4$ 1 ; $0.4 < y < 1$
3	0.3	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{3}\pi y]$; $0 < y < 0.6$ 1 ; $0.6 < y < 1$
4	0.4	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{4}\pi y]$; $0 < y < 0.8$ 1 ; $0.8 < y < 1$
5	0.5	$\frac{1}{2}[1-\cos \pi y]$; $0 < y < 1$
6	0.6	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{4}\pi(y-\frac{1}{5})]$; $0.2 < y < 1$ 0 ; $0 < y < 0.2$
7	0.7	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{3}\pi(y-\frac{2}{5})]$; $0.4 < y < 1$ 0 ; $0 < y < 0.4$
8	0.8	$\frac{1}{2}[1-\cos \frac{5}{2}\pi(y-\frac{3}{5})]$; $0.6 < y < 1$ 0 ; $0 < y < 0.6$
9	0.9	$\frac{1}{2}[1-\cos 5\pi(y-\frac{4}{5})]$; $0.8 < y < 1$ 0 ; $0 < y < 0.8$

Table 1의 경우 5에 대한 측벽의 온도 분포를 Fig. 3에 나타내었다. 이것은 $x=0$ (측열매체와 벽의 경계면)에서의 온도 분포이다. H_l 과 H_g 의 값이 비교적 작은 값이므로 X방향으로의 온도 변화는 대단히 작게 나타났다. Fig. 3에서 H_g 의 값이 작을수록 측벽의 하단부의 온도가 thermocline 유체의 온도보다 높게 나타나는 경향을 보여준다. 일정한 H_l 에 대해 H_g 의 증가도 이 효과를 가중시킨다. 따라서 thermocline 유체로부터 벽면으로의 열전달 증가와 벽면에서 주위로의 열전달의 역제는 측벽을 통한 고온 유체층과 저온 유체층 사이의 열순환을 증가시킴을 알 수 있다. Fig. 4에서는 Table 1에 표시된 5가지의 경우에 대해 벽에서 측방향의 열전달에 대한 수직방향의 열전달의 비를 측방향의 위치의 함수로 나타내었다. Thermoclin의 측방향 위치에 따라 측벽상부 ($y \geq 0.5$)에서 thermoclin 유체에서의 벽면으로 전달된 열량이 하부 ($y \leq 0.5$)

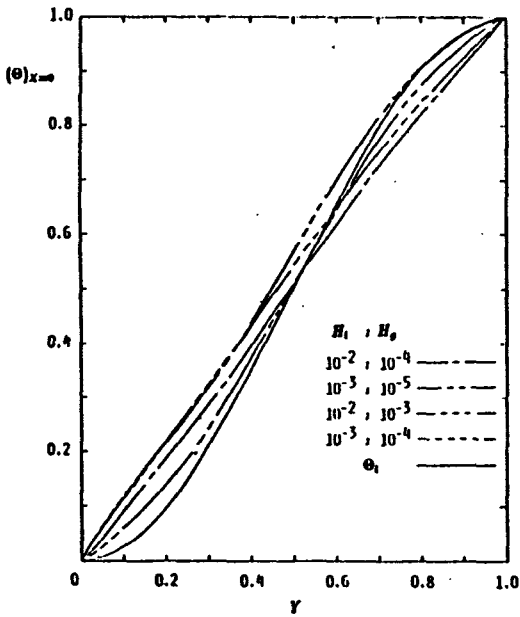


Fig. 3 Side wall temperature distributions for Case 5

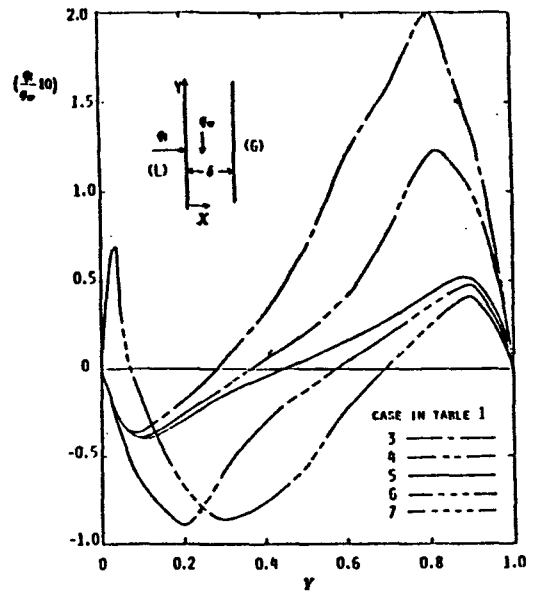


Fig. 4 Local normal-to-axial heat flux ratio as a function of axial location; $H_l = 10^{-2}, H_g = 10^{-4}$.

에서 thermocline 유체로 열전달이 반전되는 것을 보여준다. 수직방향으로의 열유속이 0이 되는 점은 예상되는 바와 같이 thermocline 과 같이 축방향으로 이동됨을 알 수 있다. 경우 7에서는 열유속이 0이 되는 점이 두곳에서 일어난다. $y \approx 0.1$ 인 점에서는 벽의 양면에 연한 유체로의 열전달에 의한 국소적 과냉현상에 기인하여 열유속이 0이 되는 것으로 생각된다. Fig. 5는 측벽에서 열유속이 0이 되는 점들의 궤적을 thermocline의 축방향 위치의 함수로 나타내었다($\theta_1 = 0.5$ 인 점에서의 y) 고정된 H_l 에 대해 H_g 의 증가에 따라 열유속이 0이 되는 위치가 벽 하단부쪽으로 이동해 가는 것을 보여준다. 이 그림에서 $H_g \geq 0.8 \times 10^{-3}$ 인 경우 $\theta_1 = 0.5$ 인 y 의 값이 0.5 근처에서 극소가 되는 것은 흥미있는 결과이다. 이는 thermocline 위치에 따른 각 열전달 모우드의 강도의 변화에 기인한다. 본 연구에서는 축열매체의 유동특성은 고려하지 않았으나 열유속이 0이 되는 점은 대략적으로 벽면에서 부력에 의해 발생하는 상부로의 경계층 유동

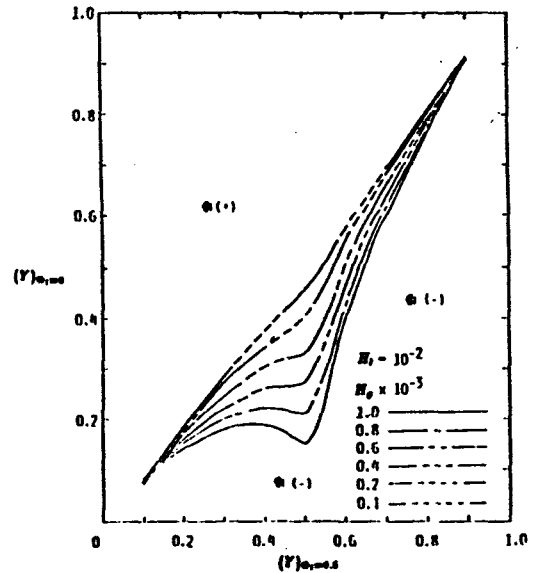


Fig. 5 Side-wall location of zero normal heat flux as a function of thermocline axial position.

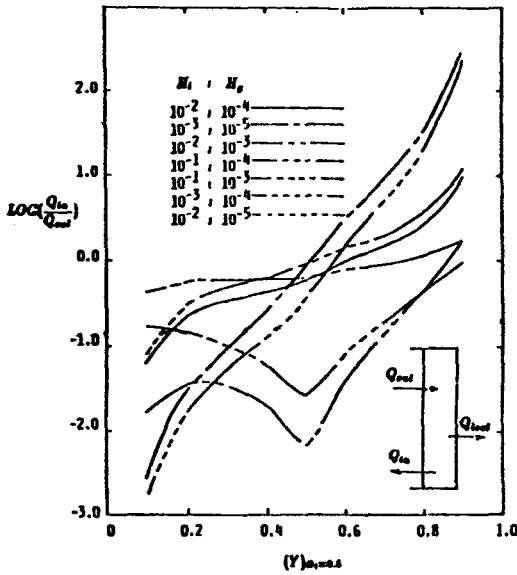


Fig. 6 Total heat transferred into a thermocline (Q_{in}) normalized by the total heat transferred from the thermocline to the side wall (Q_{out}).

과 하부로의 경계층 유동의 합류점을 나타낸다. Fig. 6에 측벽에서 thermocline 유체로의 열전달량(Q_{in})을 thermocline 유체에서 측벽으로 유실되는 열량(Q_{out})에 대한 비로 표시하였다. 측벽을 통한 고온 유체층과 저온 유체층 사이의 반전 현상에 기인하여 H_l 과 H_g 가 작고 thermocline의 중심이 축열조 상단 가까이에 위치할 때 Q_{in}/Q_{out} 의 값이 100정도 까지 될 수 있음을 보여준다. 실제의 경우 ($H_l = 10^{-2}, H_g = 10^{-4}$) $\theta_l = 0.5$ 가 되는 점이 $y = 0.9$ 일때 $Q_{in}/Q_{out} = 10$ 이며 $y = 0.5$ 일 때 $Q_{in}/Q_{out} = 0.6$ 되어 thermocline에 의해 손실된 열량의 상당량이 측벽을 통하여 반전되는 것을 알 수 있다. $H_g = 10^{-3}$ 일 때 극소가 나타

나는 점은 Fig. 5에서 열유속이 0이 되는 점과 일치함을 보여준다. 따라서 열유속이 0인 점의 상부로의 이동은 측벽의 하단부에서 Q_{in} 의 증가를 나타냄을 알 수 있다.

4. 결 론

Thermocline 축열조의 측벽에서 일어나는 열전달 특성을 준정상상태의 이상화된 조건에서 해석하였다. 실제 공학적 범주에서의 주요 변수들에 대한 계산 결과 상당부분의 열량이 측벽을 통한 열전도에 의해 반전되는 것을 알 수 있었다. 이러한 현상은 H_l 의 값이 클수록 그리고 P 와 H_g 의 값이 작을수록 크게 나타났다. 열유속이 0이 되는 점은 대략적으로 벽면에서 부력에 의해 발생하는 두 방향의 경계층 유동의 합류점으로 예측된다.

참 고 문 헌

1. Cabeli, A., "Storage Tanks-A Numerical Experiment," Solar Energy, Vol. 19, pp. 45-54 (1976).
2. Sha, W.T. and Lin, E.I., "Three Dimensional Mathematical Model of Flow Stratification in Thermocline Storage Tanks," Applications of Solar Energy, edited by S.T. Wu, et al.
3. Chaney, S., Lee, J.S., and Humphrey, J.A.C., "Experimental and Theoretical Study of Thermocline Degradation", Sandia National Laboratory, Report No. 20-0183 (1981).
4. Kreith, F., "Principles of Heat Transfer", Harper & Row Inc. (1973).