Journal of the KSQC
Vol. 15, No. 1, 1987

修理日程計劃과 補修班員크기의 同時的 決定에 관한 研究

On the Simultanously Determining the Schedule and Crew Size for Optimal Preventive Maintence

金 吉 東*
趙 巖**
李 麖 圭**

ABSTRACT

Past treatment of the single machine maintenance problem has shown that preventive maintenance may be desirable for equipment for which failures are caused at least partially by wear-out factors.

In all previous treatment, however, the size of the maintenance-repair crew has been held constant and the optimal maintenance period has then been determined. This paper suggests a simultaneous solution for the maintenance-repair crew size and the optimal maintenance period. The optimal maintenance period is seen to shift as the size of the maintenance-repair crew varies.

I. 序 論

過去 單一機械 System의 設備保全問題에 대한 接近方法은 부분적으로, 최소한의 摩耗要因에 의해 발생하는 故障에 대해 주로 設備豫防保全方式을 다루어 왔을뿐만 아니라, 保全一補修班員의 크기를 일정하게 維持하고, 여기에 맞도록 最適保全期間을 決定한 것이 보편적이었다.

이러한 점을 개선시키기 위하여, 本 研究는 P. M. Morse의 모델을 土台로 保全問題에서 첫째, 確率的 要素가 設備의 稼動時間에 따른 故障(time to-failure)일 경우 둘째, 現 機械稼動狀態를 확실히 알고있을 경우 세째, 고장이

* 東國大學校 産業工學科 大學院
** 東國大學校 産業工學科 敎授

빠른 시간내에 檢査될 경우 등을 만족할 때 補修班員의 규모와 최적보전기간을 同時的으로 결정하기 위한 解를 찾고자 한다. 따라서 보수반원의 규모를 변화시킴으로써 最適保全期間을 구할 수 있다.

본 연구 모델의 故障分布函數는 실제적으로 대부분의 경우 서비스時間이 얼랑(Erlang)分布를 따르며, 여러가지 분포함수들이 얼랑分布의 특수형태를 따른다는 점을 고려하여 얼랑分布函數를 택하였다.

II. 얼랑분포에 의한 保全政策 Model

設備保全問題에서 時間과 補修費, 豫防保全費는 실제적으로 변수로 취급하나 本 研究에서는 常數로 한다.

얼랑분포는 Fig. 1에 나타나 있는 것 처럼 "random"指數형태를 가지는 분포로 부터 도착시간 상황을 정확하게 알려주는 분포형태까지로 분류할 수 있는데, 즉 이것은 1段階 指數分布에서 점차적으로 無限段階로 移向할 경우 一定한 時間分布에 접근하는 分布函數를 말한다.

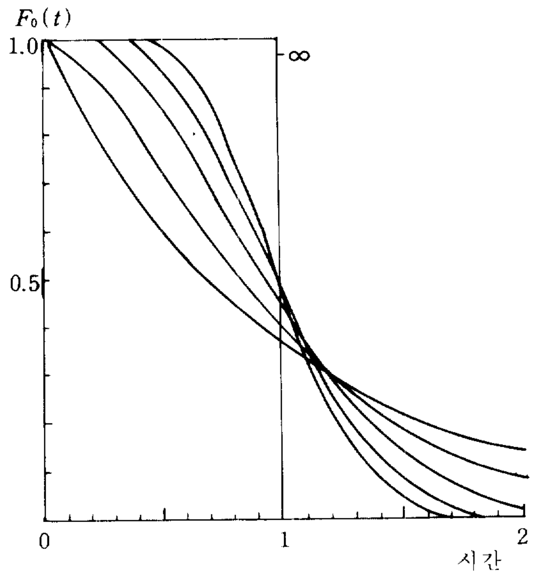

Fig. 1 얼랑고장분포

본 모델에서 사용할 얼랑分布函數는 다음과 같다.

$$f(t) = l\lambda(l\lambda t)^{l-1}[e^{-l\lambda t}/(l-1)!]$$

$$F_0(t) = \int_t^\infty f(t)dt = e^{-l\lambda t}\sum_{n=0}^{l-1}[(l\lambda t)^n/n!]$$

$$H_0(t) = \lambda\int_t^\infty F_0(t)dt = e^{-l\lambda t}\sum_{n=0}^{l-1}(1-n/l)[(l\lambda t)^n/n!]$$

〈notation〉

- $f(t)$ = 고장확률밀도함수
- $F_0(t)$ = 最終修理 또는 豫防保全活動以後의 t 시간동안 稼動할 수 있는 確率
- $H_0(t)$ = t 시간의 구간에서 故障이 전혀 발생하지 않을 確率
- l = 분포단계의 數(=補修班員數)
- λ = 平均故障率
- μ = 機械稼動時間
- T_a = 平均稼動時間(=기계 고장간의 평균시간)
- T_p = 標準豫防保全期間
- T_s = 平均機械修理時間
- $F_0(T_p)$ = 보통주기의 상대적 頻度數
- $1-F_0(T_p)$ = 異常週期의 상대적 빈도수
- V_m = 예방보전활동의 變動費用
- V_s = 수리활동의 변동비용
- C_s = 기계의 특성에 따른 常數(기계구입비)
- T_m = 豫防保全을 수행하기 위한 平均時間
- T_b = 故障前에 생산이 가능한 平均機械稼動時間
- G = 기계가 완전히 가동될 경우 기계의 生產費用(常數)

III. 最適保全期間과 補修班員크기의 모델

本 研究에서는 다음과 같이 두가지 종류의 週

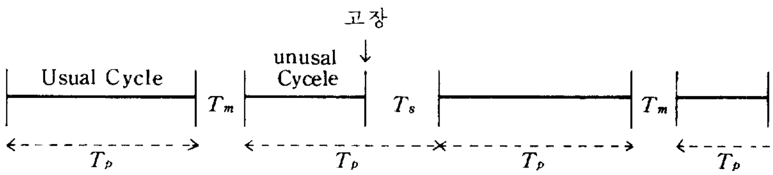

Fig. 2 예방 보전 주기

期들로 나누어 最適保全모델을 設定하기로 한다. 이들 두가지 週期는 Fig. 2에 나타나 있다.

1) 普通週期(Usual Cycle); T_p기간의 마지막까지 故障이 발생하지 않고, 기계가 가동되는 것을 말하는데, 補修班이 평균 T_m시간동안 기계를 예방보전한다. 이 週期의 상대적 빈도수는 T_p全區間에서 고장이 발생하지 않고 기계가 가동할 수 있는 $F_0(T_p)$確率과 같으며, 실동시간의 평균 시간은 $T_p/(T_p+T_m)$으로 된다.

2) 異常週期(Unusal Cycle); T_p前과, 修理되기前의 구간에서 고장이 발생하는 시간을 포함하는 경우를 말하는데 이경우는, 기계가 이미 修理되어져야하는 것으로, 이에는 평균 T_s시간을 요한다. 이러한 주기 발생의 확률은 $1-F_0(T_p)$이고 平均機械稼動時間은 고장이 발생하기 前의 生産段階에 이르는 시간인데, 만약 T_p前에 고장이 발생한다면 고장 前에 생산이 가능한 평균기계가동시간은 다음과 같다.

$$T_b=[1-F_0(T_p)]^{-1}\int_0^{T_p} t\,f(t)\,dt$$

$$=\frac{T_a-T_aH_0(T_p)-T_pF_0(T_p)}{1-F_0(T_p)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

이 주기에서 실동시간의 평균시간은 $T_b/(T_b+T_s)$로 된다.

補修班員의 크기를 最適化하기 위한 方法은 補修班員의 크기와 設備費用이 修理와 保全活動의 속도에 비례할 경우에 구해질 수 있다. 따라서, 평균시간 T_s에서 修理에 필요한 모든 手段과 보수반원을 維持하기 위한 단위시간당 固定費用은 C_s/T_s와 일치한다.

기계가 가동됨으로서 발생하게되는 생산가동시간의 단위당 총이윤을 G원이라고 가정하면, 최적보수반원의 크기와 단위시간당 이윤은 다음과 같다.

i) 최적보수반원 크기는,

$$O=\frac{d}{dT_s}\left[\frac{GT_a}{T_a+T_s}-\frac{C_s}{T_s}\right]$$

$$=-\frac{GT_a}{(T_a+T_s)^2}+\frac{C_s}{T_s^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

여기서 $T_s=T_a[\sqrt{GT_a/C_s}-1]^{-1}$

ii) 단위시간당 이윤은,

$$P=\left[1-\frac{RT_sF_0(\mu)}{T_a[1-H_0(\mu)]}\right.$$

$$\left.-\frac{T_s[1-F_0(\mu)]}{T_a[1-H_0(\mu)]}\right]G-\frac{C_s}{T_s}$$

$$-V_m\left[\frac{F_0(\mu)}{T_a[1-H_0(\mu)]}\right]$$

$$-V_s\left[\frac{1-F_0(\mu)}{T_a[1-H_0(\mu)]}\right] \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

식(2)와 (3)에서 T_s와 μ를 구할 수 있다.

$$T_s=\left[\frac{C_sT_a[1-H_0(\mu)]}{G[(R-1)F_0(\mu)+1]}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$\frac{R\,T_sG+V_m}{T_sG+V_s}=$$

$$\frac{[f(\mu)/\lambda][1-H_0(\mu)-F_0(\mu)[1-F_0(\mu)]}{[f(\mu)/\lambda][1-H_0(\mu)]+F_0(\mu)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

식(4)와 (5)의 동시적 해를 구하기가 힘들기 때문에 T_s와 μ의 최적값들은 다음과 같은 循環過程에서 얻어진다.

〈단계 1〉

$(R\,T_sG+V_m)/(T_sG+V_s)$를 推定하여, 식(5)로부터 μ의 값을 계산한다. 식(5)의 左項은 Fig. 3과 같이 여러가지 열량분포들로 나타난다.

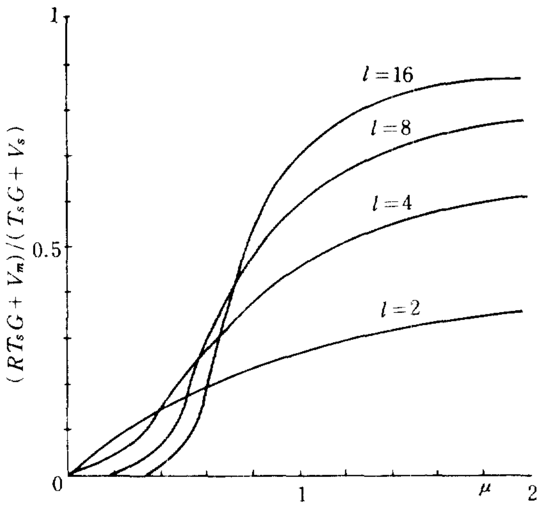

Fig. 3 T_p를 決定하기 위한 곡선

그리고, (表 1)은 $(R\,T_sG+V_m)/(T_sG+V_s)$와 l에 따르는 μ의 값을 구한 것이다.

〈단계 2〉

단계 1에서 구한 μ를 사용하여 식(4)에서 T_s를 구할 수 있는데, 이 값들은 (表 2)에 나타나있는 T_s項의 값으로 된다.

〈表 1〉 $(R\,T_sG+V_m)/(T_sG+V_s)$와 l에 따르는 μ의 값

$(R\,T_sG+V_m)/(T_sG+V_s)$ \ l	2	4	8	16
0.1	0.25	0.30	0.45	0.50
0.2	0.65	0.45	0.55	0.60
0.3	1.20	0.65	0.60	0.65
0.4	∞	0.85	0.70	0.70
0.5	∞	1.35	0.85	0.80
0.6	∞	1.80	1.00	0.90
0.7	∞	∞	1.35	1.00
0.8	∞	∞	∞	1.25

〈단계 3〉

단계 2에서 구한 T_s값을 식(5)에 대입하면 Fig. 3에서 보다 정확한 μ를 구할 수 있다.

〈단계 4〉

단계 3에서 구한 μ를 식(4)에 대입하면 새로운 T_s를 구할 수 있는데, 이때 단계 2에서 구한 T_s값과 단계 4에서 구한 T_s값이 같으면 최적으로 한다.

〈단계 5〉

만약 위의 두가지 T_s의 값이 같지않으면 해가 구해질때까지 단계 2, 3, 4를 되풀이 하여 진행한다.

순환과정은 세번 이상 반복을 요하지는 않는다.

Fig. 4는 T_s와 μ의 최적값들을 구하기 위한 프로그램의 흐름도이다.

Ⅳ. Simulation

現 機械稼動상태를 확실히 알고 있다고 가정할 경우 G, T_a, T_m과 T_s의 비율, V_m, C_s를 常數로 놓을 수 있다.

다음 例를 고려하면

G : 100만원

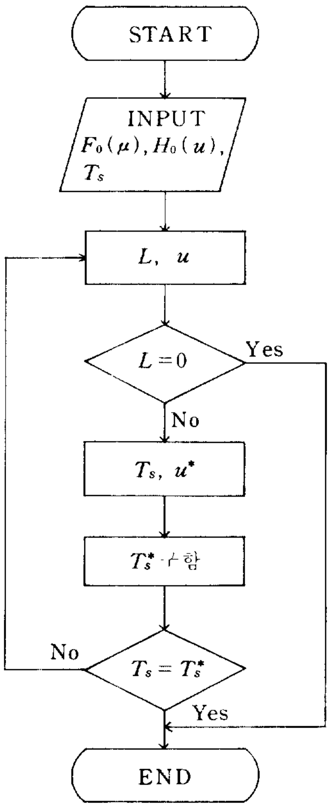

Fig. 4 T_s와 μ의 흐름도

T_a : 100 Hours
T_m : $0.5\,T_s$
V_m : 40만원
V_s : 2 만원
C_s : 40만원
l : 8 名

〈단계 1〉

$(RT_sG+V_m)/)T_sG+V_s)$를 추정하면 0.5가 되고 μ는 Fig. 3 으로부터 0.85를 얻을 수 있다. 그리고 T_s는 (表 2)에서 2.6시간을 찾을 수 있으며, 이 값은 식(4)를 Computer Simulation 한 것이다.

〈단계 2〉

단계 1 에서 구한 $T_s(2.6)$ 시간을 사용하면 $(RT_sG+V_m)/(T_sG+V_s)$는 0.65가 된다. 이 값으로 Fig. 3 을 보게 되면 μ는 (1.1)이 되고, 식(4)에 대입시키면 T_s는 다시 단계 1 에서 구한 2.6시간과 같게된다.

〈단계 3〉

따라서 최적보전정책은 110시간 가동한 後게

〈表 2〉 l, μ에 따른 T_s값

```
]RUN
========================================
L  U      F.(U)        H.(U)         TS
========================================
2 .25 .999999875 .99975       .141421359
----------------------------------------
4 .3  1          .9997        .154919443
----------------------------------------
8 .45 1          .99955       .189736695
----------------------------------------
16.5  1          .9995        .200000016
----------------------------------------
2 .65 .999999156 .99935       .228034958
----------------------------------------
4 .45 1          .99955       .189736646
----------------------------------------
8 .55 1          .99945       .209761725
----------------------------------------
16.6  1          .999400001   .219088922
----------------------------------------
2 1.2 .999997125 .998800001   .309838109
----------------------------------------
4 .65 1          .99935       .228035055
----------------------------------------
8 .6  1          .9994        .219089007
----------------------------------------
16.65 1          .99935       .228035014
----------------------------------------
4 .85 1          .99915       .260768089
----------------------------------------
8 .7  1          .9993        .236643226
----------------------------------------
16.7  1          .9993        .236643187
----------------------------------------
4 1.351          .99865       .328633539
----------------------------------------
8 .85 1          .99915       .260768125
----------------------------------------
16.8  1          .999200001   .252982109
----------------------------------------
4 1.8 1          .9982        .379473341
----------------------------------------
8 1   1          .999000001   .282842637
----------------------------------------
16.9  1          .9991        .268328138
----------------------------------------
8 1.351          .99865       .328633511
----------------------------------------
161   1          .999         .282842736
----------------------------------------
161.251          .99875       .316227762
----------------------------------------
```

豫防保全을 행하고 평균 2.6시간 동안에 기계를 수리할 수 있도록 보전반원 8名을 도입하면 된다.

〈단계 4〉

끝으로 實動時間에 대한 最大利潤을 구하고자 한다면 실동시간은 異常週期(Unusual Cycle)에서 $T_b/(T_b+T_s)$로 되는데, 여기서 T_b는 식(1)에서 구할 수 있으며 $T_p=\mu\times T_a$이다. 따라서 위의 값들을 식(3)에 대입시키면 최대이윤은 實動時間 0.9에 대한 88만원/Hour이 된다.

V. 結 論

單一機械의 경우에 있어서, 保全－補修班員의 크기와 豫防保全期間은 상호의존적인 관계에 있음을 알 수 있다. 保全－補修班員의 크기와 豫防保全期間은 機械의 장점과 平均修理時間에 대한 平均保全時間의 비율, 保全과 補修의 變動費, 故障分布의 변동에 의존한다는 것을 알았다.

그리고 過去에는 設備保全期間과 保全班員의 크기를 각각 독립적으로 결정하였으나, 본 연구에서는 반원크기와 보전기간을 동시에 결정함으로써 절차상 보다 간편한 方法을 제시한다.

參 考 文 獻

1. Bovaird, R.L. (1961), *"Characteristics of Optimal Maintenance Policies,"* Mgt. Sci. Vol. 7, No. 3, 238-253.
2. Gertsbakh, I.B. (1977), *"Models of Preventive Maintenance,"* Elsevies-North, Holland Co., New York.
3. Klein, M. and Rosenberg, L. (1960), *"Deterioration of Inventory and Equipment,"* NRL. Qu., Vol. 7, No. 1, Mar., 49-62.
4. Morse, P.M. (1958), *"Queues, Inventories, and Maintenance,"* John Wiley and Sons, New York.
5. Scarf, H. (1960), *"Some Remarks on Bayes Solutions to the Inventory Problem,"* NRL. Qu. Vol. 7, No. 4, 591-596.
6. Wadworth, G.A. and Bryan, J.G. (1960), *"Introduction to Probability and Random Variables,"* McGraw Hill Book Co., New York.