Journal of the KSQC
Vol. 15, No. 1, 1987

# 破壞檢査時의 計數選別型 LTPD保證샘플링 檢査方式

# A Rectifying Inspection Plan Giving LTPD Protection for Destructive Testing

柳 文 燦*

ABSTRACT

A rectifying inspection plan is considered for the case of destructive testing. Screening inspection for rejected lots is performed by some nondestructive testing which is prone to misclassification errors. Apparent defectives found in the screening process is replaced with apparent good items. The plan provides LTPD protection on each individual lot while the sum of the cost of testing and the cost due to producer's risk at process average quality is minimized. A brief discussion on average outgoing quality is also given.

## 1. 序 論

일반적으로 제품의 품질검사를 하게 될 때에는 消費者나 生産者를 적절히 보호하면서 檢査費用을 최소화하는 검사방식을 추구하게 된다. 이럴때 검사비용을 결정하는 것은 주로 檢査量인데, Dodge와 Romig(1959)의 選別型 檢査方式(Rectifying Inspection Plan)은 平均檢査量(ATI; Average Total Inspection)을 최소화하는 검사방식으로서, 검사형태가 非破壞試驗(NDT; Nondestructive Testing)인 경우에만 적용할 수 있다.

검사형태가 破壞試驗인 경우에는 불합격된 롯트의 선별검사가 곤란하다. 그렇지만 검사대상인 主特性과 相關性이 높으며 비파괴시험에 의하여 검사가 가능한 代用特性이 존재하게 되면 이를 이용하여 선별할 수가 있다. 대용특성을 이용한 選別過程에서는 시험비용은 적게 드나, 보통 두종류의 分類過誤가 존재하게 된다. 즉

* 高麗大學校 經商大學 經營學科

良品을 不良品으로 잘못 분류할 과오인 第一種過誤와 不良品을 良品으로 잘못 분류할 과오인 第二種過誤가 그것이다. 이 두종류의 분류과오 확률의 크기는 주특성과 대용특성간의 相關關係에 따라 결정될 것이다. Martin(1964), 趙星九와 裵道善(1978) 및 필자와 裵道善(1984) 은 이러한 상황에서 總品質費用을 최소화하는 검사방식을 제시한 바 있다.

本 硏究에서는 검사형태가 파괴시험인 경우의 計數選別型 檢査方式을 다룬다. 샘플링검사는 파괴시험에 의하여 수행되며 불합격된 롯트의 선별검사는 비파괴시험에 의하여 수행된다. 파괴시험에 의한 검사과정에서는 분류과오가 없다고 假定한다. 선별검사과정에서 不良品으로 분류된 제품(이를 '外觀上 不良品'이라 부르며, 실제로는 양품일 수도 있다.)은 양품으로 분류된 제품(外觀上 良品)으로 교체한다. 여기서 外觀上 不良品은 폐기처분(혹은 재작업)한다고 가정한다. 롯트의 품질수준이 LTPD(Lot Tolerance Percent Defective)일 때 롯트가 합격될 확률을 규정된 값으로 제한함으로써 소비자를 보호하며 總費用이 최소가 되는 검사방식을 찾고자 한다. 總費用函數는 檢査費用과, 生産者危險에 기인한 비용의 合으로 定義한다. 생산자위험에 기인한 비용이라 함은 선별검사에서 외관상 불량품을 폐기처분내지 재작업하게 됨으로써 발생하는 비용을 말한다. 따라서 본 검사방식은 소비자 위험을 제약조건으로 하고 생산자가 부담하게 되는 비용을 최소화하는 방식이라고 할 수 있다. Mandelson(1946, 1967) 도 이와 같은 논리로 파괴시험시의 샘플링 검사방식을 다루었으나, 불합격된 롯트에 대한 선별검사는 고려하지 않았다. 본 검사방식의 檢査節次는 다음과 같다.

(i) 크기 $N$인 롯트로 부터 크기 $n$인 샘플을 취하여 파괴시험에 의하여 각 제품의 良·不良을 결정한다.

(ii) 샘플에 포함된 불량품이 $c$ 개 이하이면 롯트를 합격시키고, $c+1$ 개 이상이면 롯트의 나머지 $N-n$ 개의 제품에 대하여 비파괴시험으로 선별검사를 실시한다.

## 2. 檢査方式

롯트당 총비용은 샘플링검사비용과, 롯트가 불합격되었을 때의 선별검사비용 및 폐기처분비용(혹은 재작업비용)으로 이루어진다. 총비용함수를 유도함에 있어 단위당 파괴검사비용을 1로 하고 단위당 선별검사비용 및 단위당 폐기처분비용(재작업비용)을 각각 $C_s$와 $C_r$로 정의한다.

샘플링검사의 결과에 따라 롯트가 불합격이 되면 롯트의 나머지 $N-n$개의 제품에 대하여 비파괴시험으로 선별검사를 실시한다. 비파괴시험에 의한 제품의 선별과정에서 第一種 및 第二種 分類過誤의 確率을 각각 $e_1$ 및 $e_2$라고 하면, 실제불량률이 $p$일 때 外觀上 不良率(Apparent fraction defective)은

$$p_e = p(1-e_2)+(1-p)e_1$$

가 된다. 따라서 선별검사의 대상인 $N-n$ 개의 제품중 外觀上 不良品은 平均 $(N-n)p_e$개 만큼 있으며 이를 外觀上 良品으로 교체하여야 한다. 한개의 외관상 양품을 찾을 때까지 검사해야 하는 제품수를 $Y$라 하면, $Y$는

$$P\{Y=i\}=(1-p_e)p_e^{i-1},\ i=1, 2, 3, \cdots$$

와 같이 幾何分布를 따르며, $Y$의 期待値는 $1/(1-p_e)$가 된다.

그러므로 外觀上 不良品$(N-n)p_e$개를 교체하기 위한 추가의 검사량은

$$(N-n)+(N-n)p_e/(1-p_e)$$

$$=(N-n)/(1-p_e)$$

이다. 이중 $(N-n)$개의 제품은 外觀上 良品이므로 나머지 $(N-n)p_e/(1-p_e)$개의 제품은

外觀上 不良品으로서 폐기처분된다. 따라서 工程平均 不良率이 $\bar{p}$일 때 롯트당 총비용은 다음과 같다.

$$ATIC = n + (N-n)\{1 - L(\bar{p})\}$$

$$(C_s + C_r - \bar{p}_e)/(1-\bar{p}_e). \cdots (1)$$

여기서 $L(p)$는 롯트의 불량률이 $p$일 때의 롯트의 합격확률로서

$$L(p) = \sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

이고, $\bar{p}_e$는 $p_e$의 平均値로서

$$\bar{p}_e = \bar{p}(1-e_2) + (1-\bar{p})e_1$$

이다.

한편 LTPD$=p_t$라 하고 $M=Np_t$, $a=np_t$로 정의하면, $p=p_t$에서 샘플내에 포함된 불량품수는 超幾何分布를 따르므로

$$L(p_t) = \sum_{x=0}^{c} \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \cdots\cdots\cdots (2)$$

가 된다. $p_t < 0.1$이고 $n$이 비교적 클 경우에는 초기하분포를 二項分布로 근사시킬 수가 있으므로 式(2)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$L(p_t) = \sum_{x=0}^{c} \binom{M}{x} \left(\frac{a}{M}\right)^x \left(1-\frac{a}{M}\right)^{M-x}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

이제 소비자위험이 $\beta$로 주어졌을 때 $L(p_t) \leq \beta$를 만족하면서 式(1)을 最小化하는 $(n, c)$를 찾는 방법을 모색한다. 우선 $\beta = L(p_t)$ 일 때 다음의 식이 성립함을 보일 수 있다(Rohatgi(1976)).

$$1-\beta = \sum_{x=c+1}^{n} \binom{M}{x} \left(\frac{a}{M}\right)^x \left(1-\frac{a}{M}\right)^{M-x}$$

$$= \int_0^{a/M} h(t; c+1, M-c)\,dt. \cdots (4)$$

여기서 右邊은 不完全베타函數(Incomplete beta function)로서

$$h(t; u, v) = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} t^{u-1}$$

$$.(1-t)^{v-1}, \quad 0<t<1$$

이다. 또한 $F$分布와 베타분布의 관계를 이용하면 式(4)로부터

$$\beta = \int_0^{(M/a-1)(c+1)/(M-c)} f(y; d_1, d_2)\,dy \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

를 얻게 된다(Rohatgi(1976)). 여기서 $f(y; d_1, d_2)$는 自由度가 $d_1$, $d_2$인 $F$分布의 確率密度函數이고 $d_1 = 2(M-c)$, $d_2 = 2(c+1)$이다.

따라서 式(5)로 부터

$$a = \frac{M(c+1)}{(M-c)F_{1-\beta}(d_1, d_2) + c + 1}$$

이므로

$$n = \frac{N(c+1)F_\beta(d_2, d_1)}{M - c + (c+1)F_\beta(d_2, d_1)}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

이다. 여기서 $F_\beta(d_1, d_2)$는 自由度가 $d_1$, $d_2$인 $F$分布를 따르는 確率變數가 이보다 클 확률이 $\beta$인 값이다.

그러므로 $N$, $\beta$, $p_t$가 주어지면 $M=Np_t$, $a=np_t$이므로 式(6)에 의하여 임의의 $c$값에 대한 $n$을 구할 수 있다. 따라서 $(n, c)$의 여러 組合중 式(1)을 最小化하는 $(n, c)$값을 선택할 수가 있다.

## 3. 適用例 및 敏感度分析

(例) 크기 $N=5{,}000$인 롯트에 대한 샘플링검사를 실시하고자 한다. 제품의 良·不良은 파

괴시험으로 분류된다. 공정평균 불량률은 $\bar{p}=0.01$이고, $p_t=0.05$일 때의 롯트의 합격률은 $\beta=0.10$으로 제한함으로써 소비자를 보호하고자 한다. 불합격된 롯트에 대해서는 비파괴시험에 의하여 선별검사를 실시한다. 이때 제1종 및 제2종 분류과오의 확률은 $e_1=0.10$, $e_2=0.15$이다. 또한 단위당 파괴시험비용을 1로 하였을 때 $C_s=0.05$이고 $C_r=0.3$이다.

$M=Np_t=(5,000)(0.05)=250$이므로 $c=0$이면 $F_{0.1}(2,500)=2.313$이다. 따라서 $L(p_t)\leq 0.1$을 만족하는 $n$은 式(6)으로부터 46이 된다. 여러 $c$값에 대한 $n$ 및 그에 따른 ATIC의 계산내용이 表1에 나와 있다. 이로부터 ATIC를 최소화하는 $(n, c)$는 (106, 2)임을 알 수 있다.

〈表 1〉. $c$의 변화에 따른 $n$ 및 ATIC

| $c$ | $2(c+1)$ | $2(M-c)$ | $F_{0.1}\{2(c+1), 2(M-c)\}$ | $n$ | $L(\bar{p})$ | ATIC 式(1) | ATIC 式(7)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 500 | 2.313 | 46 | 0.6298 | 215.01 | 596.19 |
| 1 | 4 | 498 | 1.956 | 78 | 0.8164 | 161.28 | 349.10 |
| 2 | 6 | 496 | 1.786 | 106 | 0.9093 | 146.91 | 239.17 |
| 3 | 8 | 494 | 1.683 | 133 | 0.9547 | 153.32 | 199.14 |
| 4 | 10 | 492 | 1.612 | 159 | 0.9775 | 169.04 | 191.68 |
| 5 | 12 | 490 | 1.559 | 184 | 0.9890 | 188.88 | 199.89 |

* Mandelson(1946, 1967)의 검사방식

表2에는 $e_1$의 변화에 대한 最適檢査方式 및 ATIC가 나와 있다. 여기서 $e_1$이외의 나머지 常數는 위의 예제에서의 값과 같다. $e_1$이 커지면 양품을 불량품으로 분류할 가능성이 높아지기 때문에 ATIC는 다소 커지게 된다. 반면에 $e_2$가 커지면 불량품을 양품으로 분류할 가능성이 높아져서 외관상 불량품을 외관상 양품으로 교체하기 위한 검사량이 감소한다. 따라서 ATIC는 $e_1$이 커짐에 따라 작아지게 되나 表3에 의하면 그 차이가 거의 없다고 할 수 있겠다.

〈表 2〉. $e_1$의 변화에 따른 ATIC

| $e_1$ | $(n, c)$ | ATIC |
|---|---|---|
| 0.00 | (78, 1) | 125.90 |
| 0.05 | (106, 2) | 137.76 |
| 0.10 | (106, 2) | 146.91 |
| 0.15 | (106, 2) | 157.13 |
| 0.20 | (133, 3) | 164.11 |
| 0.25 | (106, 2) | 170.58 |

〈表 3〉. $e_2$의 변화에 따른 ATIC

| $e_2$ | $(n, c)$ | ATIC |
|---|---|---|
| 0.00 | (106, 2) | 147.20 |
| 0.05 | (106, 2) | 147.10 |
| 0.10 | (106, 2) | 147.00 |
| 0.15 | (106, 2) | 146.91 |
| 0.20 | (106, 2) | 146.81 |
| 0.25 | (106, 2) | 147.71 |

한편 불합격된 롯트에 대하여 선별검사를 실시하지 않는 샘플링 검사방식을 적용할 경우에는 총비용함수는

$$ATIC = n + C_r(N-n)(1-L(p)) \cdots (7)$$

가 된다. 이는 Mandelson(1946, 1967)이 다룬 바 있는 검사방식에 해당된다. $L(p_t) \leq \beta$를 만족하면서 式(7)을 최소화하는 $(n, c)$는 表1의 마지막 列로부터 (159, 4)이며, 이때의 ATIC는 191.68임을 알 수 있다. $e_1 = 0.25$, $e_2 = 0.15$일 경우에 本硏究에서 제시하는 검사방식을 적용하게 되면 表2로부터 ATIC가 170.58 인바, 이는 비파괴시험에 의한 분류과오확률이 비교적 큰 경우라 할지라도 선별검사를 실시하는 것이 生産者立場에서 유리하리라는 것을 말해준다.

또한 샘플링검사를 실시하지 않고 롯트의 全製品에 대하여 100% 선별검사를 실시하게 되면

$$ATIC = N(C_s + C_r p_e)/(1-p_e)$$

가 되며, 前述한 例題와 같은 상황에서는 이 값이 460.78로서, 본 연구에서 제시한 검사방식을 적용할 경우의 ATIC인 146.71에 비하여 매우 크다.

따라서 위의 例에서는 不合格된 롯트에 대하여 선별검사를 실시하지 않는 검사방식이나 또는 샘플링검사를 거치지 않고 100%선별검사를 실시하는 검사방식에 비하여 본 검사방식이 生産者側에서 볼 때 유리하다고 결론지을 수 있겠다.

## 4. 平均出檢品質

본 연구에서 제시한 검사방식을 長期的으로 적용할 때 平均出檢品質(AOQ; Average Outgoing Quality)은 어떠한 형태를 갖게 되는가를 알아 봄으로써 消費者의 입장을 살펴보기로 한다.

롯트를 샘플링검사에 의하지 않고 무조건 出荷할 경우에 AOQ는 $p$가 된다. 또한 샘플링검사를 거치지 않고 100%選別檢査를 하게 되면 分類過誤가 존재하기 때문에 다음과 같은 3가지 경우가 발생할 수 있다.

(i) 平均 $N(1-p)(1-e_1)$개의 제품은 良品으로서 良品으로 바르게 분류된다.

(ii) 平均 $Npe_2$개의 제품은 不良品으로서 良品으로 잘못 분류된다.

(iii) 平均 $Np_e$ 개의 外觀上 不良品은 外觀上 良品으로 분류된다.

그런데 선별을 통한 외관상 양품이 불량품일 확률은 $pe_2/(1-p_e)$이므로 선별을 통하여 출하된 롯트내에는 平均

$$N\{pe_2 + p_e pe_2/(1-p_e)\}$$

개의 불량품이 존재한다. 따라서 100% 선별검사를 실시할 경우의 AOQ는

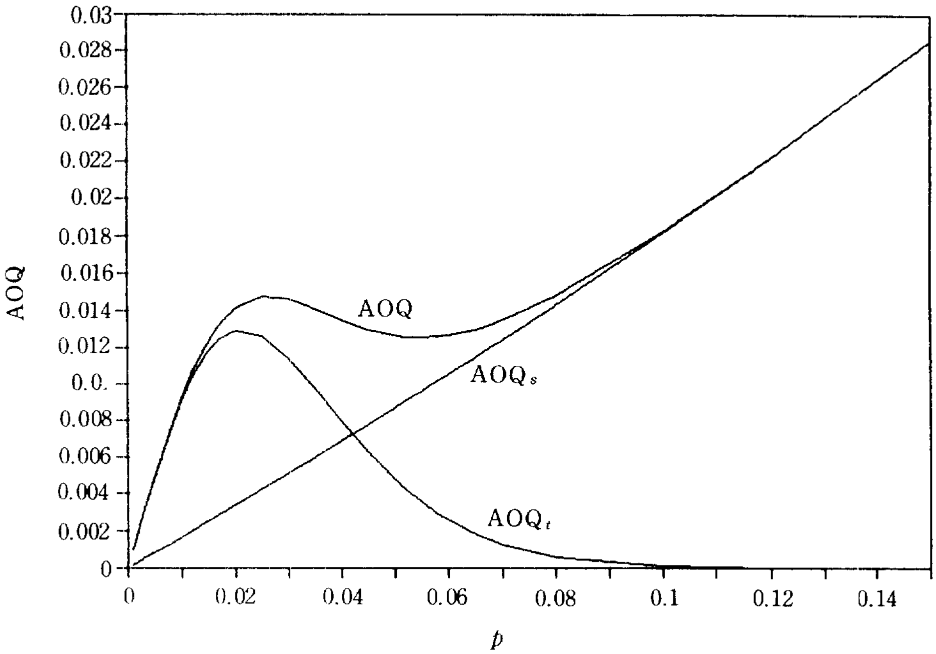
$$AOQ_s = pe_2/(1-p_e) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

가 된다. 그러므로 샘플링검사를 적용할 경우의 AOQ는 샘플링검사없이 무조건 출하할 경우의 AOQ $(=p)$와 式(8)로 주어지는 $AOQ_s$의 加重平均値로서 다음과 같이 표시된다.

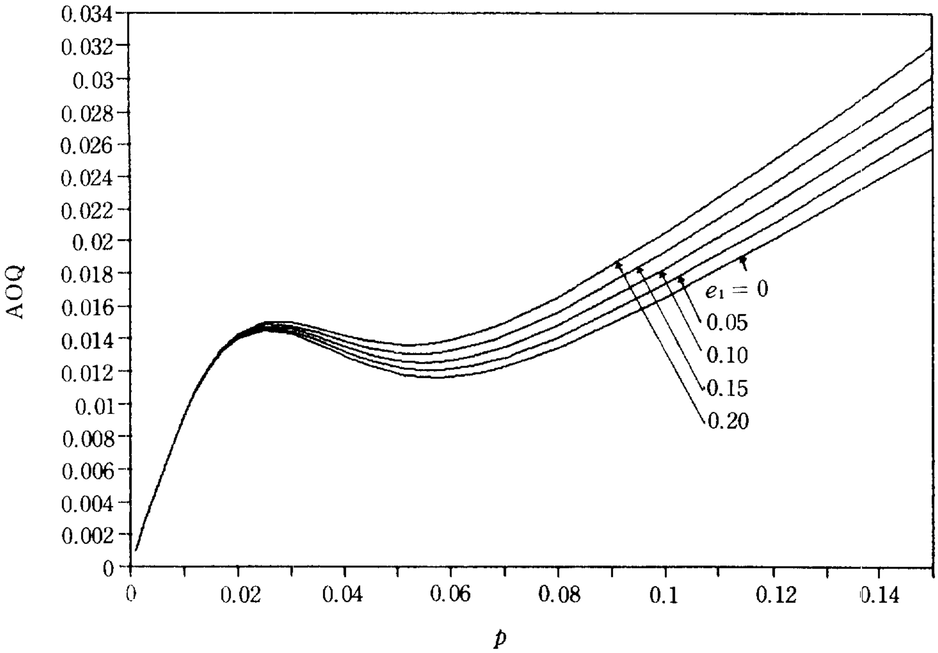
$$AOQ = pL(p) + \{1-L(p)\}pe_2/(1-p_e)$$
$$= p[L(p) + \{1-L(p)\}e_2/(1-p_e)] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

$e_1 = e_2 = 0$이면 式(9)는 Dodge-Romig의 선별검사방식에서의 AOQ(이를 $AOQ_t$로 표시하기로 함)로 귀결됨을 쉽게 알 수 있다. 그림1은 3節의 例題에서 다룬 검사방식을 적용할 때 本 검사방식의 AOQ와 $AOQ_s$, $AOQ_t$를 보여주고 있다.

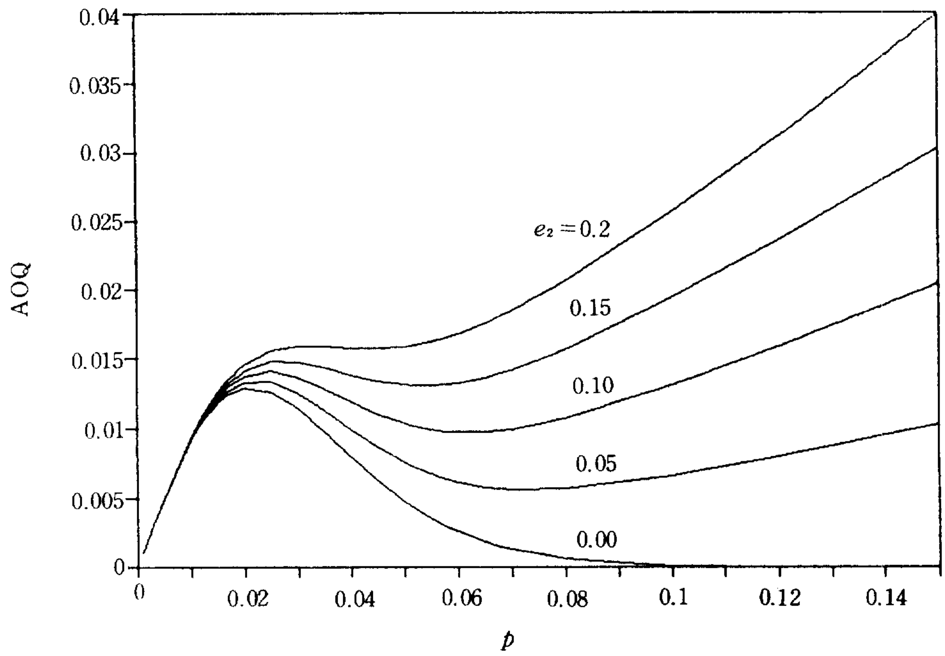
여러 $e_1$값에 대한 AOQ曲線이 그림2에 나와 있다. $e_1$이 커짐에 따라 AOQ가 증가하나, $p$가 0.04 이하일 때에는 그 값의 차이가 그리 크지 않다. 반면 $e_2$가 변하게 되면 AOQ곡선




〈그림 1〉. **AOQ 曲線**




〈그림 2〉. $e_1$의 변화에 따른 **AOQ 曲線**




〈그림 3〉. $e_2$의 변화에 따른 AOQ曲線

의 형태가 상당히 달라지고 있음을 그림3을 통하여 알 수 있다. $e_2$가 커지게 되면 AOQ가 증가하며, 점점 單調增加函數에 가까와지고 있다.

## 5. 結　論

지금까지 롯트별 受入檢査에서 검사형태가 破壞試驗일 경우, 불합격된 롯트에 대하여 代用特性을 이용한 選別檢査方式을 다루었다. 롯트의 品質水準이 LTPD일때의 롯트의 合格確率을 규정된 값으로 제한함으로써 消費者를 보호하며, 生産者側의 부담비용이 最小化되는 검사방식을 제시하였다.

$e_1$과 $e_2$의 크기는 主特性과 代用特性간의 相關關係에 따라 결정되는 바, ATIC는 $e_2$의 크기에는 거의 영향을 받지 않으나 $e_1$이 커짐에 따라 증가추세를 보이고 있다. 한편 AOQ는 $e_1$의 크기에 따라 큰 변화는 없으며 반면 $e_2$의 크기에는 비교적 큰 영향을 받고 있다.

AOQL을 보증하는 검사방식의 개발이 차후의 연구과제가 될 수 있으나, 4節에서 본 바와 같이 $p$가 어느 일정범위를 벗어나면 AOQ가 증가하게 되어 旣存의 AOQL概念이 무의미해진다. 따라서 이를 위해서는 새로운 AOQL의 概念定立이 선행되어져야 할 것이다.

**記 號**

$L(p)$ ＝불량률이 $p$일 때의 롯트의 合格確率
$N$ ＝롯트의 크기
$n$ ＝샘플의 크기
$c$ ＝합격판정 개수
$p_e$ ＝外觀上 不良率
$C_s$ ＝단위당 선별검사비용/단위당 샘플링검사비용
$C_r$ ＝단위당 폐기처분비용/단위당 샘플링검사비용
$p_t$ ＝롯트허용품질수준(LTPD)

$\beta$ =소비자위험

$\bar{p}$ =工程平均不良率

$e_1$, $e_2$ =비파괴시험시의 제 1 종 및 제 2 종 분류과오 확률

ATIC =롯트당 총검사비용

AOQ =평균출검품질

## 參 考 文 獻


1. 趙星九, 裵道善(1978), 破壞檢査時의 最小費用 샘플링 檢査方式, 統計學硏究, 7(1), 27-43.
2. Dodge, H.F. and Romig, H.R. (1959), Sampling Inspection Tables, Second ed., John Wiley & Sons, Inc., New York.
3. Mandelson, J. (1946), *"Estimation of Optimal Samples Size in Destructive Testing by Attributes,"* Industrial Quality Control, 3(3), 24-26.
4. Mandelson, J. (1967), *"Sampling Plans for Destructive or Expensive Testing",* Industrial Quality Control, 23(9), 440-450.
5. Martin, C.A. (1964), *"The Cost Breakeven Quality Point in Attribute Sampling",* Industrial Quality Control, 21(3), 137-144.
6. Review, M.C. and Bai, D.S. (1984), *"An Economic Attributes Acceptance Sampling Plan with Three Decision Criteria",* Journal of Quality Technology, 16, 136-143.
7. Rohatgi, V.K. (1976), An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, Inc., New York.