

格子桁 構造物の 經濟的인 動的 解析에 관한 研究

Economical Dynamic Analysis of Grid Structures

崔	吉	鉉*
Choi,	Gil	Hyun
李	東	根**
Lee,	Dong	Guen
鄭	永	植***
Chung,	Young	Shik

Abstract

Grid structures are extensively used in bridge and slab structures. When the elements are assembled for the entire structure the number of degree of freedom may be very large and thus, the stiffness, mass, and damping matrices become of large dimension. Undoubtedly, determining natural frequencies and mode shapes of such structures are complicated and require large computer costs. For these reasons various eigenvalue economizer procedures have been developed, which serve to reduce the number of degree of freedom. This paper proposes an economic method of dynamic analysis of grid structures using static and dynamic condensation techniques. The accuracy and economy of this method are investigated by comparing some results of model analysis of N-degree of freedom. It has been shown that the method achieves remarkable economy at only a little cost of accuracy.

要 旨

橋梁이나 建物の 바닥구조에 많이 사용되는 格子桁 構造物の 剛度, 질량, 감쇠매트릭스의 크기가 매우 큰 경우에 固有振動數와 mode shape 을 求하는 것은 복잡하고 解析에 소요되는 時間이 상당히 많이 요구된다.

이런 이유 때문에 동적해석에 必要한 많은 數의 自由度를 줄이기 위한 여러가지 方法이 개발되어 왔다.

本 연구에서는 static dynamic-condensation 기법을 이용한 격자형 구조물의 경제적인 동적해석 방법을 제시하고자 한다. 이 방법의 정확도와 경제성은 全體自由度系를 使用한 경우와 condensed 된 自由度系를 使用한 경우의 결과비교로써 이루어져 있으며 이결과비교에 의하여 이

* 正會員 · 蔚山大學校 大學院

** 正會員 · 韓國科學技術院 助教授, 土木工學科

*** 正會員 · 蔚山大學校 工科大學 教授, 土木工學科

1. 序 論

社會가 發展함에 따라 人間이 만드는 構造物들의 규모가 커지고 多樣化되며 複雜하게 되어 가는 경향이 있으며 1960年代 以後에 컴퓨터의 급진적인 發展과 보급에 의하여 構造解析法의 진보는 거대하고 複雜한 構造物들의 靜的 및 動的 解析을 가능하게 하였다.

本 研究는 주위에서 흔히 볼 수 있는 橋梁, 建物の 바다구조인 格子桁(grid) 構造物을 선택하여 動的解析을 하고자 한다. 이 構造物들은 대부분 動荷重을 받고 있으며 解析過程에서 發生하는 自由度의 數는 간단한 계산기로 부터 大型의 컴퓨터를 가지고서 만이 處理할 수 있을 정도로 많을 수가 있다. 비록 動的解析의 技法이 數百의 自由度를 갖는 構造物에서 가능한다 할지라도 수천, 수만의 自由度를 갖는 複雜한 構造物의 動的解析은 計算時間과 계산경비 등에 의하여 制約을 받게 된다. 따라서 특수한 경우를 제외한 대부분의 構造物들은 등가정적하중(equivalent static loads)을 使用하여 靜的解析을 하게 되므로 적은 계산시간과 경비로 構造物의 動的解析을 하기 위한 方法이 絶실히 要求되어 왔으며 이 必要에 의하여 condensation 技法이 研究되어 왔다.

1981年 H. Kohata⁽²⁾, 1984年 K. Rajagopalan⁽¹⁾이 제출한 論文들이 이 理論을 適用하여 構造解析을 하였고 다른 문헌^(3, 4, 5, 12, 14)에서도 이 理論이 제시되어 있다.

本 研究에서 언급된 구조물은 비틀이나 휨에 관한 變位보다는 垂直變位에 關心이 많으므로 剛度매트릭스와 質量매트릭스를 垂直변위에 관계된 自由度만을 남기고 이것에 殘留自由度의 영향을 吸收시켜서 自由度를 줄이는 方法을 使用하며 自由度를 1/3로 줄이며 또한 중요한 固有振動數와 mode shape 만을 求하기 위하여 절점을 condensed-out 시켜 正確성을 維持하면서 效率의이며 經濟的인 動的解析을 하여 實構造物에 適用할 수 있도록 하고자 한다.

2. 一般的인 動的解析 方法

構造物에 作用하는 任意의 動荷重에 대한 單自由度 모델의 운동방정식은 (1)式과 같이 주어지며

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + sX = Q(t) \quad (1)$$

各節點마다 3개의 自由度를 갖는 複雜한 構造物의 운동방정식은 (2)式과 같으며 (2)式을 (1)式의 形態로 單純化시켜서 複雑한 구조물의 동적거동을 單自由度 모델의 解析을 通하여 豫測할 수가 있을 것이다.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + SW = Q(t) \quad (2)$$

여기서

M : 질량매트릭스

C : 감쇠매트릭스

S : 강도매트릭스

\ddot{X}, \dot{X}, X : 절점의 加速度, 速度 및 變位벡터이며 $Q(t)$ 는 動荷重이다.

(2)式에서 使用된 매트릭스와 벡터는 構造物의 全體自由度에 관한 것이며 condensation 技法을 適用하여 自由度를 줄여 나타낼 수 있으며 전체자유도에 관한 (2)式의 解析은 表 1. A 의 흐름도와 같으며 固有振動數와 mode shape를 求하는 方法에는 inverse iteration, Raleigh-Ritz method 등이 있지만 本 研究에서는 Householder-QR-iteration method를 使用하여 固有振動數와 mode shape를 求하며 (2)式에서 解決되어야 할 固有值 問題는 (3)式의 形態가 된다.

$$SX_M = P^2 MX_M \quad (3)$$

여기서 X_M : Shape vector

P^2 : N 개의 固有值로 이루어진 대각행렬

(3)式에서 N 개의 固有振動數와 mode shape를 求하고 이 값을 利用하여 (2)式을 單自由度 모델의 운동방정식으로 變換시킨 後 數值積分을 하여 各節點의 垂直, 回轉變位 time history를 求하며 固有振動數와 mode shape를 求하는 過程에서 計算時間은 自由度의 約 3乘에 比例하므로 자유도의 數가 많아지면 計算時間이 현저

히 증가하며 數値積分 過程에서도 많은 계산시간이 要求되므로 (2)式의 動的解析은 계산시간과 계산경비에 의하여 制約을 받게 된다.

3. 經濟的인 動的解析 方法

경제적인 동적해석의 방법은 表 1.B의 흐름도와 같이 condensation 過程을 통하여 실제구조물의 수직변위나 관심을 갖는 部分에 관한 自由度-成分만을 남기고 殘留自由度的 영향을 吸收시켜서 보다 正確한 結果를 얻고자 한다.

表 1.B의 흐름도에서 Masscn, Matcon은 剛度 매트릭스와 質量매트릭스를 垂直成分이나 關

心을 갖는 部分의 自由度를 남기는 condensation 過程이며 chart는 固有振動數와 mode shape을 求하는 過程이다.

3.1 Condensation equation의 유도

실제 構造物에서 垂直變位나 관심을 갖는 部分에 관한 自由度 添字를 A로, 나머지 자유도에 관한 것을 添字 B로 나타내어 부재의 재단 변위와 재단력과 관계로부터 부재축에 대한 부재강도 매트릭스(S_{mi})를 구하고 이 값으로부터 구조물 좌표계에 대한 절점강도매트릭스 S를 만들어 낸다.

$$S_{mi} = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} \\ & & & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & & & & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

SYM

$$S_{Msi} = R_T^T S_{mi} R_T \quad (5)$$

$$S = \sum_{i=1}^n S_{Msi} = \begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} \\ S_{BA} & S_{BB} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$M_{mi} = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} \frac{140J}{A} & 0 & 0 & \frac{70J}{A} & 0 & 0 \\ & 4L^2 & -22L & 0 & -3L^2 & -13L \\ & & 156 & 0 & 13L & 54 \\ & & & \frac{140J}{A} & 0 & 0 \\ & & & & 4L^2 & 22L \\ & & & & & 156 \end{bmatrix} \quad (7)$$

SYM

$$M_{Msi} = R_T^T M_{mi} R_T \quad (8)$$

$$M = \sum_{i=1}^n M_{Msi} = \begin{bmatrix} M_{AA} & M_{AB} \\ M_{BA} & M_{BB} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서

\bar{m} : Beam segment mass per unit length

m : 부재수

R : Rotation matrix

질량매트릭스는 consistent mass를 使用하며 위와 같은 方法으로 求하면 (7), (8), (9)式이 된다.

$$R_T = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

N개의 自由度를 갖는 格子桁 構造物의 경제적인 動的解析을 하기 위하여 구조물 좌표계로 표시된 剛度매트릭스와 質量매트릭스를 condensation 技法을 適用하여 自由度의 成分을 줄임으로써 計算時間을 줄여 效率的인 動的解析을

할 수 있게 된다.

(2)式的 剛度매트릭스를 condensed form 으로 만드는 過程은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} \\ S_{BA} & S_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_A \\ Q_B \end{bmatrix} \quad (10)$$

(10)식을 전개하면 (a), (b)식이 되며

$$S_{AA}X_A + S_{AB}X_B = Q_A \quad (a)$$

$$S_{BA}X_A + S_{BB}X_B = Q_B \quad (b)$$

(b)식을 X_B 에 관하여 정리하면 (11)식이 되고

$$X_B = S_{BB}^{-1}(Q_B - S_{BA}X_A) \quad (11)$$

(11)식을 (a)식에 代入하여 定理하면 (c)식이 된다.

$$(S_{AA} - S_{AB}S_{BB}^{-1}S_{BA})X_A = Q_A - S_{AB}S_{BB}^{-1}Q_B \quad (c)$$

$$S_{AA}^*X_A = Q^*$$

여기서

$$S_{AA}^* = S_{AA} - S_{AB}S_{BB}^{-1}S_{BA} \quad (12)$$

$$Q^* = Q_A - S_{AB}S_{BB}^{-1}Q_B$$

(9)식에 나타내진 質量매트릭스를 condensed form 으로 변환시키기 위하여 M_{AB}, M_{BA}, M_{BB} 의 영향을 M_{AA} 속으로 吸收시켜 S_{AA}^* 와 크기를 같게 만들기 위하여 가상 일의 원리를 利用하면 아래와 같다.

$$[SX_A^T M_{AA}^* \dot{X}_A] = [\delta X M \ddot{X}] \quad (13)$$

(11)식에 의하여

$$\delta X_B = -S_{BB}^{-1}S_{BA}\delta X_A \text{가 成立하고}$$

$$\delta \dot{X}_B = -S_{BB}^{-1}S_{BA}\delta \dot{X}_A \text{가 成立한다면 (13)식의}$$

M_{AA}^* 는 (14)식이 된다.

$$M_{AA}^* = M_{AA} + [S_{BB}^{-1}S_{BA}]^T M_{BB} [S_{BB}^{-1}S_{BA}] - [S_{BB}^{-1}S_{BA}]^T M_{BA} - M_{AB} [S_{BB}^{-1}S_{BA}] \quad (14)$$

여기서

$$\delta X^T = [\delta X_A^T \quad \delta X_B^T]$$

$$\dot{X} = [\dot{X}_A \quad \dot{X}_B]$$

(2)식을 (12), (13), 式을 利用하여 다시쓰면 (15)식의 形態가 된다.

$$M_{AA}^* \dot{X}_A + C_{AA}^* \dot{X}_A + S_{AA}^* X_A = Q^* \quad (15)$$

(15)식을 利用하여 動的解析을 하면 自由度의 數가 줄어서 경제적인 동적해석이 되며 (2)식과 (15)식의 차이점은 (2)식은 全體自由度에 관한 것이며 (15)식은 condensed-form 으로 재구성된 운동방정식이다.

3.2 數值解析

Condensed 된 자유도(N_c)로 구성된 운동방정식인 (15)式에서 M_{AA}^*, S_{AA}^* 는($N_c \times N_c$)의 매트릭스이므로 N_c 개의 고유진동수와 mode shape 을 求하고 그값을 利用하여 (15)식을 변환시키면 (16)식이 되며

$$X_M^T M_{AA}^* X_M \dot{X}_P + X_M^T S_{AA}^* X_M X_P = X_M^{-1} Q_{(t)}^* \quad (16)$$

(16)식을 (17)式으로 나타낼 수 있다.

$$M_P \dot{X}_P + S_P X_P = Q_P \quad (17)$$

여기서

$$M_P = X_M^T M_{AA}^* X_M$$

$$S_P = X_M^T S_{AA}^* X_M$$

$$X_P = X_M^{-1} X$$

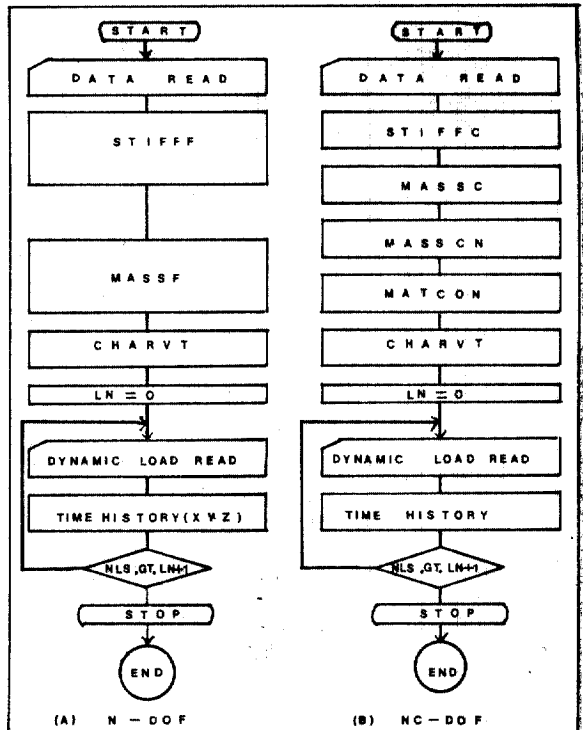
$$\dot{X}_P = X_M^{-1} \dot{X}$$

$$Q_P = X_M^{-1} Q_{(t)}^*$$

X_M 을 質量매트릭스 M_{AA}^* 에 관하여 normalize 시켜 X_N 으로 바꾸어 (17)식의 i 번째운동방정식은 (18)식이 된다.

表 1. 動的解析의 흐름도

A. N -자유로 해석 B. N_c - 자유로 해석



$$\ddot{X}_{pi} + P_i^2 X_{pi} = q_{pi} \quad (18)$$

여기서

$$q_{pi} = X_{N1i} Q_1^* + X_{N2i} Q_2^* + \dots + X_{Nni} Q_n^*$$

(18)식을 Duhamel integral 을 使用하여 수치적 분을 하면 X_P 를 구할 수 있으며 X_P 를 original coordinate 로 환원시키면 $X = X_N X_P$ 에서 i 번째 자유도에 관한 변위 time history 를 求할 수 있다.

4. 解析例 및 結果

예제로 使用된 構造物은 그림 1 과 같이 1 차원적인 것과 그림 2 와 같은 2 차원적인 구조물로서 절점은 rigid joint 이며 아래의 3 가지 가정을 둔다.

1. 모든 부재는 선형탄성체로서 Hooke 의 法則에 따른다.
2. 각 부재는 直線이고 단면은 균일하며 뼈대 평면에 對稱軸이 존재한다.
3. 모든 부재와 구조물에 작용하는 하중의 작용선은 뼈대평면 내에 있다.

그림 1 과 2 의 구조물에 작용시킨 하중은 0.02 초 간격으로 14 초간 작용하였으며 結果의 比較는 固有振動數, mode shape, 변위 time history 및 해석과정에서 소요된 컴퓨터 CPU time, 正確性을 比較하였다.

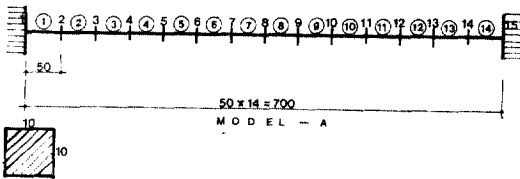


그림 1. 解析構造物 A.

4.1 固有振動數와 mode shape 比較

解析모델 A 와 B 의 경우에 남겨진 절점자유도의 數 EXACT 는 절점當 3 개의 자유도가 發生하며 CASE 1, CASE 1, CASE 3, CASE 4, 의 경우는 各各 선택된 절점의 수직에 관한 자유도 成分만 存在하며 그림 4, 그림 5 에 설명되어 있다.

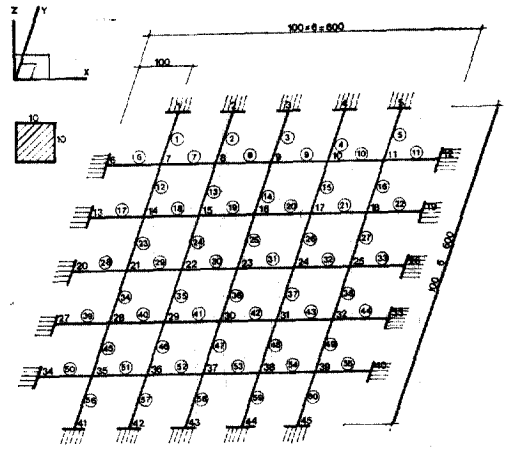


그림 2. 解析構造物 B.

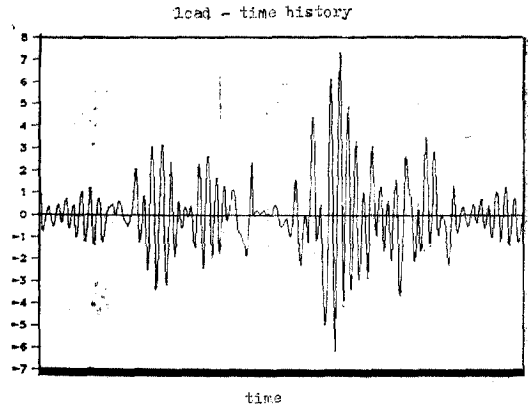


그림 3. 하중 time history

表 2 에 나타낸 것과 같이 A 구조물의 고유진동수의 誤差는 全體自由도를 使用했을 때와 比較하여 매우 적으며 表 3 에서 B 구조물의 first mode 의 고유진동수는 전체자유도의 first mode 와 比較하여 보면 CASE 1 에서 0.0% CASE 2 에서는 0.0%, CASE 3 에서는 0.3%, CASE 4 에서는 1.37%의 誤差가 發生하였지만 대체로 낮은 mode 에서는 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

表 4 에서는 A 구조물의 CASE 別로 first mode shape 을 比較하였다.

表 2. A 구조물의 固有振動數 比較

MODE	EXACT	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4
1	0.96132	0.96132	0.96146	.961047	0.96286
2	2.65009	2.65009	2.65349	2.65451	2.76373
3	5.19620	5.19640	5.22844	5.25316	6.75109
4	8.59340	8.59497	8.78488	9.0342	
5	12.59340	12.85622	13.72051	15.00532	
6	17.97013	18.00350	22.20488		
7	20.37161	24.08676	25.14901		
8	23.97701	31.20171			
9	30.89349	39.50467			
10	38.75264	49.17124			
11	40.99988				
12	47.5916				
13	57.43278				
?					
39	414.4717				

表 3. B 구조물의 固有振動數 比較

MODE	EXACT	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4
1	1.43266	1.43271	1.43756	1.45257	1.44849
2	2.91775	2.91867	3.02259	3.31108	3.13857
3	2.91775	2.91867	3.02259	3.31108	4.55810
4	4.13685	4.14067	4.55810	6.31621	6.41880
5	5.24362	5.25347	6.31621	8.08632	6.41880
6	5.27424	5.28419	6.37401		
7	6.25171	6.27088	8.19871		
8	6.25171	6.27088	8.19871		
9	8.08201	8.13244	12.35636		
10	8.22801	8.26958			
11	8.22801				
12	9.0144				
13	9.07835				
14	10.6464				
15	10.6464				
?					
75	97.41852				

이 mode shape 에서도 낮은 mode shape 은 매우 잘 一致하고 있다.

表 2, 表 3, 表 4 를 통하여 1次元의인 구조물과 2次元의인 구조물을 고유진동수와 mode shape 을 전체자유도와 condensed 된 자유도를 가지고 비교한 결과, 낮은 mode 에서는 잘 一致됨을 알 수 있었고 high mode 는 감쇄되어 구조물에 큰 영향을 미치지 못하므로 N 자유도의

解析結果와 N_c 자유도의 解析結果가 잘 맞는다.

4.2 변위 time history 의 比較

예제로 사용된 A 구조물과 B 구조물에서 節點마다 3 개의 變位 time history 를 求하고 CASE 마다 남겨진 節點의 垂直變位 time history 를 求한다.

全體自由도를 사용한 경우와 condensed 된 자유도를 사용했을 때의 수직변위 time history 를

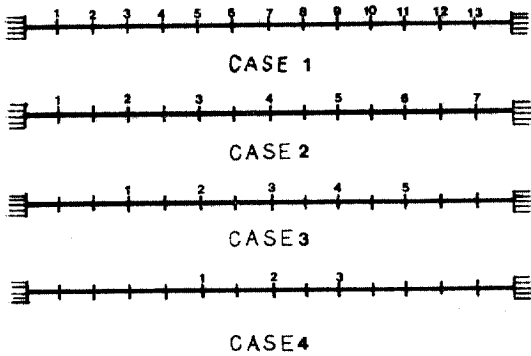


그림 4. A구조물의 CASE別 解析모델

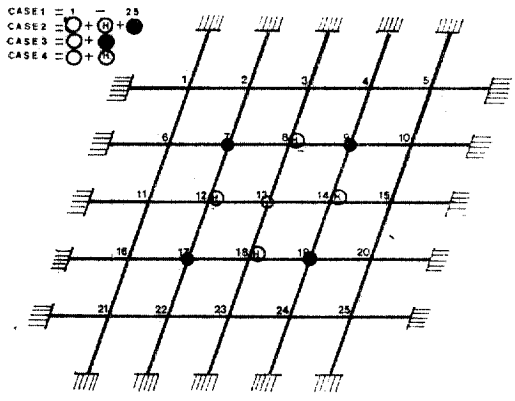


그림 5. B구조물의 CASE別 解析모델

表 4. A구조물의 first mode shape의 比較

자유도 No.	EXACT	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4
1	0.0704	0.0704	0.09		
2	0.2333	0.2333			
3	0.4435	0.4436	0.459	0.447	
4	0.6590	0.6590			
5	0.8490	0.8490	0.849	0.849	0.864
6	0.9606	0.9606			
7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
8	0.9606	0.9606			
9	0.8490	0.8490	0.849	0.849	0.864
10	0.6590	0.6590			
11	0.4435	0.4436	0.458	0.447	
12	0.2333	0.2333			
13	0.0704	0.0704	0.09		

表 5. A構造物 節點의 最大垂直變位

節點 No.	EXACT	CASE	오차(%)
2	-1.587	-1.632	2.75
3	-5.220	-5.358	2.57
4	-9.404	-9.704	3.09
5	-12.601	-12.950	2.69
6	-15.75	-15.8	0.31
7	-16.85	-16.83	0.11
8	-17.03	-17.00	0.17
9	-16.85	-16.83	0.11
10	-15.75	-15.8	0.31
11	-12.601	-12.950	2.69
12	-9.400	-9.704	3.13
13	-5.218	-5.358	2.61
14	-1.587	-1.632	2.75

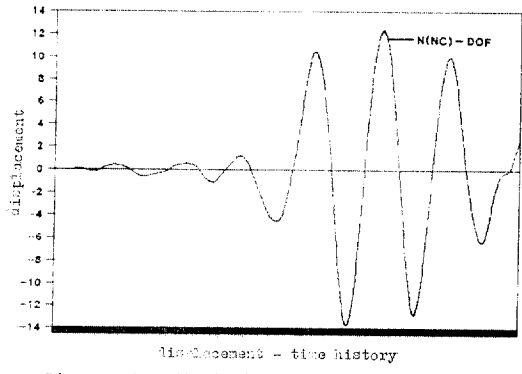


그림 6. A구조물 CASE1의 4번과 EXACT와의 변위 time history 비교

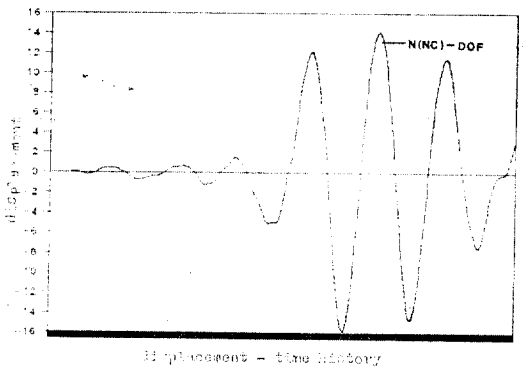


그림 7. A구조물 CASE1의 7번과 EXACT와의 변위 time-history 비교

表 6. B構造物 節點의 最大垂直變位

JOINT	변위	EXACT	CASE	오차(%)
7		-0.2468	-0.2616	1.06
8		-0.396	-0.3326	0.84
9		-0.495	-0.4925	0.50
10		-0.396	-0.3326	0.84
11		-0.2468	-0.261	1.06
14		-0.396	-0.3326	0.84
15		-0.79	-0.787	0.38
16		-1.58	-1.5726	0.48
17		-0.789	-0.787	0.40
18		-0.396	-0.3326	0.84
21		-0.495	-0.4925	0.50
22		-1.58	-1.5726	0.48
23		-2.15	-2.137	0.57
24		-1.579	-1.5726	0.51
25		-0.496	-0.4925	0.55
28		-0.396	-0.3326	0.84
29		-0.789	-0.787	0.40
30		-1.579	-1.5726	0.51
39		-0.2468	-0.2616	1.06

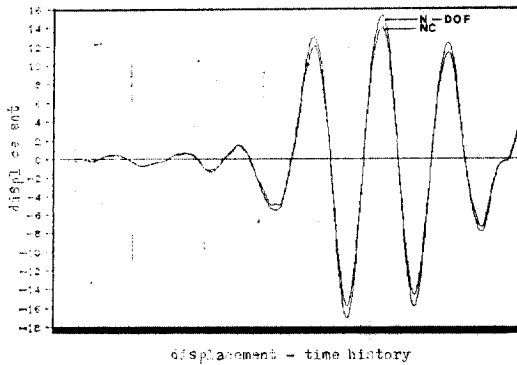


그림 8. A구조물 CASE 2의 4번과 EXACT와의 변위 time-history 비교

比較한 結果가 그림 6에서 그림 11까지 나타나 있다.

그림에서 N-DOT는 全體自由度の 解析結果이고 Nc-DOT는 condensed된 自由도를 利用한 (15)식의 解析結果이며 表 5, 表 6은 A構造物과 B構造物의 節點에서의 最大 垂直變位를 나타낸 表이다.

4.3. 解析에 소요된 계산시간 比較

예제 해석에 사용된 computer CPU time은

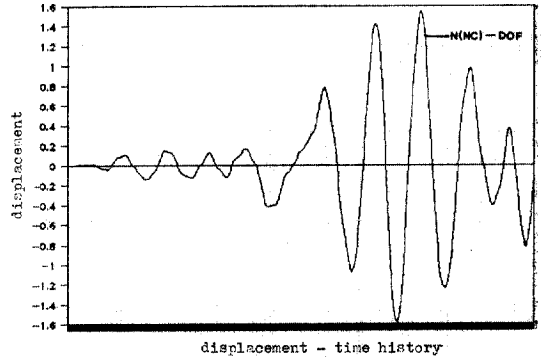


그림 9. B구조물 CASE 1의 8번과 EXACT와의 변위 time-history 비교

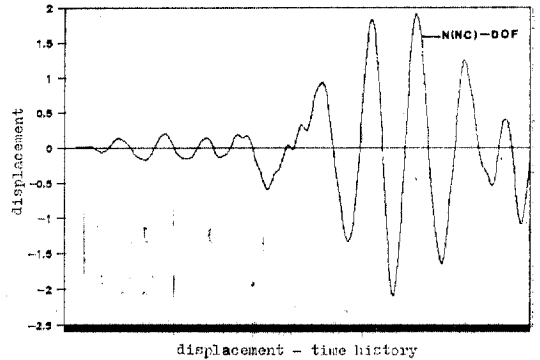


그림 10. B구조물 CASE 1의 13번과 EXACT와의 변위 time-history 비교

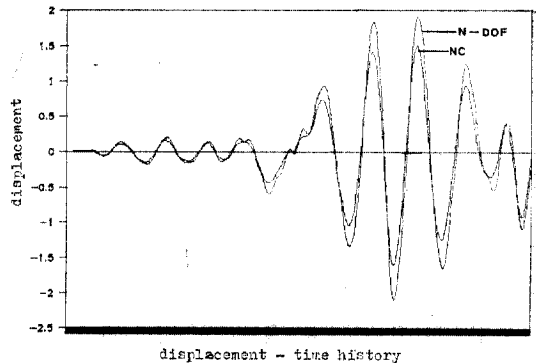


그림 11. B구조물 CASE 4의 13번과 EXACT와의 변위 time-history 비교

表 7. 解析에 소요된 CPU time 의 比較

SUBROUTINE		EXACT	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4
A 구 조 물	DATA READ	2.58	2.50	2.44	2.44	2.44
	STIFFNESS AND MASS. MASSCN AND MATCON	0.15 —	0.09 1.69	0.09 1.52	0.09 1.46	0.09 1.32
	CHARVT 1	7.68	0.40	0.10	0.04	0.01
	2	31.40	4.20	1.43	0.76	0.37
	DYNALO	3.84	3.84	3.84	3.84	3.84
	TiHiST	100.39	41.42	25.13	19.28	11.16
TOTAL	146.04	54.14	34.55	27.91	19.23	
B 구 조 물	DATA READ	9.26	7.85	7.85	7.85	7.85
	STIFFNESS AND MASS. MASSCN AND MATCON	0.52 —	0.33 11.06	0.31 8.87	0.31 8.11	0.31 8.39
	CHARVT 1	51.80	2.69	0.14	0.02	0.04
	2	181.93	16.43	2.13	0.76	0.82
	DYNALO	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25
	TiHiST	222.13	85.46	27.95	15.44	15.56
TOTAL	470.89	129.07	52.5	37.74	38.22	

全體自由도를 사용한 경우와 CASE 別 계산시간을 表 7 에서 比較하였고 순수하게 構造物의 固有振動數와 mode shape 을 求하기 위하여 A, B 構造物의 全體自由도를 사용하였을 경우와 CASE 1 의 비율은 A, B 共히 5.2%, CASE 4 는 0.13 %, 0.08% 만으로 계산이 가능하다.

위의 결과에 의하여 자유도의 수가 줄면 고유진동수와 mode shape 을 계산하는데 소요된 시간이 현저히 줄어드는 것을 알 수가 있다.

5. 結 論

예제로 提示된 構造物에서 全體自由도를 사용한 解析方法과 condensed 된 자유도를 사용한 動的 解析을 수행한 결과 아래와 같을 結論을 얻었다.

1. A, B 構造物에서 節點마다 rotation 과 torsion 에 관한 자유도를 condense 시켰을 경우에 固有振動數와 mode shape, 變位는 全體自由도를 사용하였을 때와 0.1%이내의 誤差가 發生하여 매우 잘 맞는다.

2. 節點을 condensed-out 시켰을 때 固有振動數, mode shape 은 first, second mode 에서는 4 % 이내의 誤差로 잘 一致된다.

3. 固有振動數와 mode shape 을 계산하는 데 소요되는 컴퓨터의 CPU time 은 A, B 構造物에서 CASE 1 의 경우에 共히 5.2%, 正確性을 해치지 않는 CASE 4 의 경우는 1% 이내의 계산 시간 만으로 가능하다.

4. 위의 결과로 부터 構造物의 大型化 荷重適用 구간의 증가 등의 요인에 의하여 動的 解析의 計算時間은 더욱 큰 比率로 差異가 나타날 것으로 豫想되므로 자유도가 많은 格字桁 構造物의 動的 解析은 condensation 技法을 利用한 동적 해석이 正確性을 維持하며 經濟적이고 效率적인 方法이 된다.

참 고 문 헌

1. K. Rajagopalan and C. Ganapathy Chettiar "The Usefulness of Static Condensation in the Finite Element Analysis of Stiffened Submersible Cylindrical Hulls", *Computers and Structures* Vol.18, No.4, pp.733~738, 1984.
2. Y. Nakao, Y. Murase and H. Kohata "Elastic-Plastic Seismic Response Analysis of Structures Supporting Steam Generators", *Computers and Structures* Vol.13, pp.205~211, 1981.

3. Mario Paz "Structural Dynamics Theory and Computation" Van Nostrand Reinhold Ltd, 1980.
4. Bathe and Edward L. Wilson "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall Inc. 1976.
5. W. Weaver, Jr and Paul R. Johnston "Finite Elements for Structural Analysis", Prentice Hall Inc. 1984.
6. S. Timoshenko, D.H. Young, and W. Weaver Jr. "Vibration Problems in Engineering" 4th ed., John Wiley and Sons Inc. 1974.
7. W. Weaver, Jr and James M. Gere "Matrix Analysis of Framed Structures" 2nd ed., D. Van Nostrand Company, 1980.
8. Roy R. Craig Jr. "Structural Dynamics and An Introduction to Computer Methods" John Wiley and Sons. 1981.
9. Demeter G. Fertis "Dynamics and Vibration of Structures", John Wiley and Sons. 1973.
10. Ray W. Clough and Joseph Penzien "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1975.
11. W. Weaver, Jr. "Computer Programs for Structural Analysis", D. Van Nostrand 1967.
12. D.J. Dawe "Matrix and Finite Element Displacement Analysis of Structures" Oxford, 1984.
13. L. Meriovitch "Computational Methods in Structural Dynamics", Sijthoff and Noordhoff, 1980.
14. Water C. Hurty and Moshe F. Rubinsten "Dynamics of Structures", Prentice-Hall Inc. 1964.

(接受 : 1986. 11. 19)