

# 흐름 水域에서 鉛直上向浮力질

## Vertical Buoyant Jet in Tidal Water —Crossflowing Environment—

尹	泰	勳*
Yoon,	Tae	Hoon
車	英	基**
Cha,	Young	Kee
金	昶	完***
Kim,	Chang	Wan

---

### Abstract

A plane buoyant jet discharged vertically upward into a crossflow is analyzed by numerical solution of the governing equations of continuity, momentum and constituent transport. The turbulent transport is modelled by the Prandtl's mixing length theory.

In the numerical solution procedure, the governing equations are transformed by stream function and vorticity transport, non-dimensionalized by discharge velocity, slot width, and parameters representing flow characteristics, and solved by Gauss-Seidel iteration method with successive underrelaxation.

The numerical experiments were performed for the region of established flow of buoyant jet in the range of discharge densimetric Froude number of 4 to 32 and in the range of velocity ratio of 8 to 15, which is the ratio of discharge velocity to crossflow velocity. Variations of velocities and temperatures, flow patterns and vorticity patterns of receiving water due to buoyant jet were investigated. Also investigated are the effects of velocity ratio and discharge densimetric Froude number on the trajectories of buoyant jet. Computed are velocities, temperatures and local densimetric Froude numbers along the trajectory of the buoyant jet. Spreading rate and dispersion ratio were analyzed in terms of discharge densimetric Froude number, local densimetric Froude number and distance from the source along the jet trajectory. It was noted that the similarity law holds in both the profiles of velocity and temperatures across the jet trajectory and the integral type analysis of Gaussian distribution is applicable.

---

\* 正會員·漢陽大學校 工科學 教授, 土木工學科

\*\* 正會員·檀國大學校 理工大 副教授, 土木工學科

\*\*\* 正會員·漢陽大學校 大學院

## 要 旨

흐름수역에서 연직상향으로 방류되는 平面浮力젤의 거동이 連續方程式, 運動量方程式 및 追跡物輸送式的 기본방정식을 數值的으로 풀음으로서 解析된다. 亂流擴散에는 Prandtl의 混合距離理論을 도입한 亂流輸送模型이 이용된다. 數值解過程은 기본방정식을 流函數(stream function)式과 渦度輸送(vorticity transport)式을 이용하여 變換한 후, 噴放流速度, 噴放流口幅 등으로 표현되는 變數와 흐름을 支配하는 無次元媒介變數를 도입하여 無次元化하고, successive under-relaxation을 이용하여 Gauss-Seidal 反復法으로 解를 求하는 것이다. 數值實驗은 放流Froude數가 4~32, 放流速度와 가로흐름속도의 비로 정의되는 속도비가 8~15의 범위의 흐름領域에서 수행되었다. 浮力젤으로 인한 周邊흐름수역의 速度變化, 溫度上昇범위, 흐름상태 및 渦도가 조사되었으며, 젤의 경로에 대한 속도비와 방류밀도Froude 수의 영향이 또한 조사되었다. 젤중심선의 속도, 온도변화, 局部密度Froude數의 변화가 계산되며 퍼짐율(spreading rate)과 擴散比(dispersion ratio)가 放流密度Froude 수, 局部密度Froude數 및 速度比의 項으로 해석되었다. 또한 속도와 온도분포를 相似(similarity)로 나타낼 수 있음이 밝혀졌으며, Gaussian 分布를 이용한 積分型解析(integral type analysis)이 가능한 것으로 사료된다.

### 1. 序 論

화력 및 원자력발전소의 冷却水, 공장폐수 및 생활하수와 같이 주위 受容水에 比하여 온도(또는 밀도)가 다른 각종 하천수가 흐름수역으로 방류되는 경우, 이들의 흐름은 운동량젤과 plume의 두 특성을 모두 갖는 浮力젤으로 정의된다. 흐름방향으로 역학적 특성을 고려하여 운동량 지배영역(momentum dominated region), 遷移領域(transitional region), 浮力支配領域(buoyancy dominated region)으로, 가로흐름(crossflow)과 젤흐름의 영향으로 核領域(core region), 彎曲領域(deflection region) 및 渦領域(vortex region)으로 나누어 진다. 해석방법으로는 水理模型(hydraulic model) 實驗, 積分解析技法 및 數值實驗(numerical experiment)技法 등으로 나누어 질 수 있다. 적분형해석기법은 그 간단함때문에 자주 이용되는데 여기엔 퍼짐율과 확산비의 두 계수가 필요하다. 그런데 이 두 계수는 부력젤의 兩端境界인 운동량젤과 plume에서만 주어짐으로 임의의 방류조건에 대한 퍼짐율과 확산비가 필요하다. 지금까지의 많은 연구가 운동량젤과 plume에 편중되어 왔으므로 본 연구에서는 부력젤의 거동에 대한 정보제공에 중점을 두며, 퍼짐율과 확산비 및 부력젤의 거동을 Prandtl의 混合距離理論模型이 도입된 差分形態

의 流函數式, 渦度輸送式 및 追跡物輸送(constituent transport)式으로 해석된다. 본 연구는 潮汐의 영향을 받는 水역에서의 鉛直上向浮力젤의 2次年度 흐름수역에 관한 研究結果이다.<sup>(15)</sup>

### 2. 基本方程式과 境界條件

周邊유체의 온도(또는 밀도)가 일정한 흐름수역에 주변유체와 온도가 다른 젤유체가 연직상향으로 방류되는 평면부력젤에 관한 해석이 기술되며 다음의 가정을 전제로 한다. 흐름은 非壓縮性, 定流이고 完全亂流이다. 또한 주변수역은 일정한 수평방향유속을 가지며, 自由水面은 연직방향으로 변형되지않고 일정하게 유지된다. 分子擴散(molecular diffusion)은 무시되고 작은 온도차이에는 Boussinesq의 가정이 적용된다.

#### 2.1 基本方程式

非壓縮性, 定流이며 完全亂流인 흐름의 2차원 기본방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

운동량수송식

水平方向(x 方向)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P^0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

鉛直方向(z 方向)

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P^0}{\partial z} + g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3)$$

追跡物輸送式

$$u \frac{\partial \Gamma}{\partial x} + w \frac{\partial \Gamma}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) \quad (4)$$

여기서  $u$  와  $w$  는 각각 시간평균한 수평과 연직방향의 속도성분이고  $P^0$  는 靜水壓條件으로부터 偏倚되는 평균動水壓을 나타낸다.

그리고  $\varepsilon_x$  와  $\varepsilon_z$  는 각각 수평과 연직방향의 운동량의 亂流擴散을 나타내는 渦粘性係數(eddy viscosity)이며,  $k_x$  와  $k_z$  는 이에 대응하는 추적물의 渦擴散係數(eddy diffusivity)이다. 온도 및 浮力에 대한 追跡物相對濃度  $\Gamma$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{온도 } \Gamma_T = \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T - T_a}{T_0 - T_a}$$

$$\text{浮力 } \Gamma_B = \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_0 - \rho_a}$$

여기서 添字  $a$  와  $0$  는 주변수역과 방류유체를 각각 뜻한다.

狀態方程式에서 온도와 밀도의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{\rho - \rho_a}{\rho_0} = \beta(T - T_a)$$

여기서  $\beta$  는 팽창계수로 온도  $T(x, z)$  의 함수이다.

그러나 한정된 온도범위에서는 상수로 가정되어도 매우 만족할만한 近似值를 제공한다.  $\beta$  가 상수로 취급되는 경우에는  $\Gamma_B = \Gamma_T$  의 관계가 얻어진다. 식 (1)~(3)에서 수송식의 수를 줄이고 壓力項과 관련된 계산상의 어려움을 제거하기 위하여 流函數式과 渦度輸送式으로 변형하였다<sup>(3, 9, 13)</sup>. 이들 식을 얻기 위해 渦度  $\omega$  와 流函數  $\psi$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (5)$$

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6)$$

$$w = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7)$$

식 (5), (6), (7)에서 다음과 같은 流函數式을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\omega \quad (8)$$

$\varepsilon_x$  와  $\varepsilon_z$  를 상수로 가정하고 식 (2)와 (3)을 交叉微分한 후, 두 식의 차이로서 保存的형태의 渦度輸送式이 얻어진다.

$$\frac{\partial(u\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(w\omega)}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} \right) + \varepsilon_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \quad (9)$$

## 2.2 無次元 基本方程式

다음은 무차원변수, 무차원매개변수 및 座標系變換을 도입하여 기본방정식들을 무차원화하면 여러가지 放流형태와 주변수역환경에 쉽게 적용시킬 수 있다.

無次元 變數

$$X = \frac{x}{B}, \quad Z = \frac{z}{B}, \quad U = \frac{u}{w_0}, \quad W = \frac{w}{w_0}$$

$$U_a = \frac{u_a}{w_0}, \quad \Psi = \frac{\psi}{Bw_0}, \quad \Omega = \frac{\omega B}{w_0}$$

여기서  $B$  는 放流口幅이며,  $w_0$  와  $u_a$  는 각각 鉛방류속도와 가로흐름속도를 나타낸다.

無次元 媒介變數

$$EV_x = \frac{1}{RE_x} = \frac{\varepsilon_x}{Bw_0},$$

$$EV_z = \frac{1}{RE_z} = \frac{\varepsilon_z}{Bw_0},$$

$$PR_x = \frac{\varepsilon_x}{k_x}, \quad PR_z = \frac{\varepsilon_z}{k_z},$$

$$F_0 = \sqrt{\frac{w_0}{\frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} g B}}$$

여기서  $EV_x$  와  $EV_z$  는 無次元 渦粘性係數로서 亂流 Reynolds 數  $RE_x$  와  $RE_z$  의 逆數이다.  $PR_x$  와  $PR_z$  는 亂流 Prandtl 數이고  $F_0$  는 放流密度 Froude 數이다. 無次元 變數와 媒介變數를 식 (4), (8) 및 (9)에 대입하여 얻은 무차원 流函數式, 渦度輸送式 및 追跡物輸送式은 追跡物의 渦擴散係數  $k_x$  와  $k_z$  를 상수로 하면 다음

과 같다.

流函數式

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = -\Omega \quad (10)$$

渦度輸送式

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(W\Omega)}{\partial Z} &= -\frac{1}{F_0} \frac{\partial \Gamma_B}{\partial X} \\ &+ \frac{1}{RE_x} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} \\ &+ \frac{1}{RE_z} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2} \end{aligned} \quad (11)$$

追跡物輸送式

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U\Gamma)}{\partial X} + \frac{\partial(W\Gamma)}{\partial Z} &= \frac{1}{PR_x RE_x} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial X^2} \\ &+ \frac{1}{PR_z RE_z} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial Z^2} \end{aligned} \quad (12)$$

무차원 속도는 식 (6)과 (7)에서 다음과 같이 주어진다.

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Z} \quad (13)$$

$$W = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (14)$$

### 2.3 境界條件

그림 1과 같이 가로흐름이 있는水域에 방류되는浮力鰓의 해석에는 다음과 같은 경계조건이 적용된다.

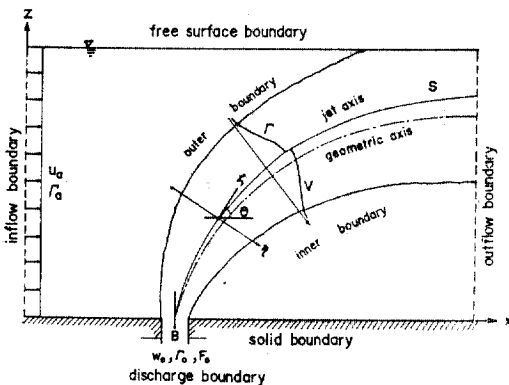


그림 1. 흐름수역으로서의鉛直浮力鰓의圖示

放流口에  $\frac{\partial \Psi}{\partial X} = W_0, \Omega = \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\partial W}{\partial X}, \Gamma = \Gamma_0$

주변水域 上流에  $\frac{\partial \Psi}{\partial Z} = -U_a, \Omega = 0, \Gamma = \Gamma_a$

주변下流 下流에  $\frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \frac{\partial \Omega}{\partial X} = 0, \frac{\partial \Gamma}{\partial X} = 0$

固體面 바닥에  $\Psi = \text{상수}, \Omega = \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\partial W}{\partial X}$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial N} = 0$$

自由水面에  $\Psi = \text{상수}, \Omega = 0, \frac{\partial \Gamma}{\partial N} = 0$

(여기서 N는格子面の法線方向을 나타냄)

流函數  $\Psi$ 의 放流口에서의 경계조건은 靜止水域과 같고<sup>(15)</sup>, 自由水面은 연직방향으로 변형되지 않고 일정하게 유지된다고 가정하였고 주변에서 流量의 공급이 없으므로  $\Psi$ 는 일정한 값을 갖고 固體面바닥에서도 역시 유량의 공급이 없으므로  $\Psi$ 는 일정하다.

周邊水域 上流에서는 주변흐름이 일정한速度  $U_a$ 로 流入되므로 流函數 정의에 의해서 위와 같이 결정된다.

渦度  $\Omega$ 의 放流口와 固體面 바닥에서의 경계조건은 속도분포를 이용하여 渦度の 정의에 의해 구해진다. 固體面에서는 速度分布를 얻기가 매우 곤란하므로 식 (15)로 표현된 流函數의 Taylor 급수를 이용하여 流函數로 구해지는  $\Omega$ 를 사용한다.

自由水面과 大氣와의 마찰은 무시할 만큼 작으므로 自由水面에서의 渦度  $\Omega$ 는 零으로 가정될 수 있다. 또한 周邊水域 上流에서 固體面 바닥에 평행하게 流入되는 흐름은 非回轉性흐름이므로 渦度는 零이 된다.

溫度差異  $\Gamma$ 의 自由水面과 固體面 바닥에서의 경계조건은 各面에서의 斷熱性을 가정하여 얻어지며, 放流口에서는 放流流體의 溫度差異  $\Gamma_0$ , 주변수역 上流에서 周邊流體의 온도차이  $\Gamma_a$ 를 갖는다. 주변수역 하류에서의 경계조건은 실제 관측이나 모형실험을 통하여 얻어질 수 있지만, 아직 그 경계조건이 명확히 보고된 바는 없다. 그러나 放流口로부터 상당히 멀리 떨어진 지점에 하류의 경계를 설정하면 흐름은 완전히 발달되고 혼합되어 固體面 바닥과 평행한 흐름이 될 것이다. 이러한 흐름이 형성되면 流函數와 輸送變數인 渦度和 온도차이의 수평방향 변화가 없어 일정한 값을 유지할 것이다. 본 연구에서는 주변수역 下流의 경계를 放流口로부터 下流쪽으로 水深以上 거리의 지점에 설정하였다.

固體面바닥에서 속도분포가 명확히 얻어지기 어려우므로 流函數  $\Psi$ 의 項으로 표현되는 渦度  $\Omega$ 를 구하기 위하여 그림 2에 나타난 고체면 格點(j, 1)에 관해서  $\Psi$ 를 Taylor級數의 전개로 얻은 다음 식을 이용한다.

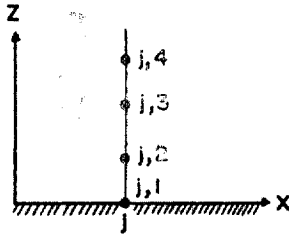


그림 2. 고체바닥에 직각방향의 格點

$$\Psi_{j,2} = \Psi_{j,1} + \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \Big|_{j,1} \Delta Z + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} \Big|_{j,1} \Delta Z^2 + \dots \quad (15)$$

### 3. 亂流輸送模型과 數值計算方法

#### 3.1 亂流輸送模型

운동량의 亂流輸送의 尺度인 渦粘性係數,  $\epsilon_x$ 와  $\epsilon_z$ 는 흐름영역의 函數이므로 흐름의 시간적 평균특성과 관련되어 있음을 알 수 있다. 켈흐름에 Prandtl의 혼합거리이론을 적용하여 수평방향 渦粘性係數  $\epsilon_x$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다<sup>(8,11)</sup>.

$$\epsilon_x = C_x b w c \quad (16)$$

여기서  $c_x$ 는 상수로서 0.037의 값을 가지며<sup>(8,11)</sup>  $b$ 는 혼합영역의 幅이며  $w_c$ 는 켈중심선에서의 速度이므로 식 (16)은 다음과 같다.

$$\epsilon_x = 0.036 b_{1/2} w_c \quad (17)$$

여기서  $b_{1/2}$ 은  $w/w_c = 1/2$ 되는 중심선으로부터의 수평거리  $x$ 를 나타낸다. 本 研究에서는 연직방향 渦粘性係數를 Trent<sup>(13)</sup>가 제안한 방법으로 수평거리 渦粘性係數로 산정하였다.

熱에 대한 亂流輸送係數와 渦粘性係數의 비로 정의되는 Prandtl 數는 이론적으로 1에 가까우나 0.614~0.75 정도의 값을 갖는 것으로 알려져 있다<sup>(3,6)</sup>. 本 研究에서는 亂流 Prandtl 數  $PR_x$ 와  $PR_z$ 의 값으로 0.614와 0.75의 算術平均值 0.682를 취하였다.

#### 3.2 數值模型實驗方法

그림 3은 格子網을 구성하는 한 格子를 표시한 것으로 輸送變數  $\Gamma$ 와  $\Omega$ 는 格子中心에서, 流函數  $\Psi$ 는 格子에서 정의되고, 速度  $U$ 와  $W$ 는 格子面 中央에서 정의된다.

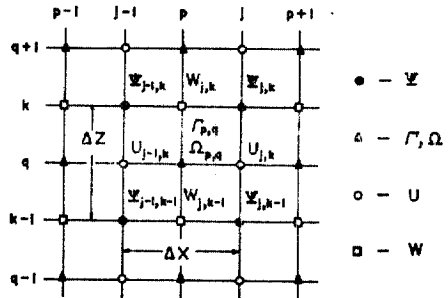


그림 3.  $\Psi, \Omega, P, U$  및  $W$ 의 添字를 나타내는 格子網

$\Omega$ 와  $\Gamma$ 를 格子中心에서 정의함으로서, 식 (11)과 (12)에서 보여주는 移送項에 上流值 輸送技法(upstream differencing)을 적용할 때, 평균속도의 사용에서 생기는 非一貫性(inconsistency)을 제거할 수 있고 格子上에서 어느 방향으로의 移送도 쉽게 처리할 수 있다. 식 (10)~(12)를 差分式으로 표현함에 있어서 2次偏微分項에는 中央差分을 이용하고, 移送項에는 上流值 輸送技法이 사용될 때 差分된 각 식은 다음과 같다<sup>(10,42)</sup>.

流函數式

$$\begin{aligned} \left[ \frac{2}{\Delta X^2} + \frac{2}{\Delta Z_k \Delta Z_{k+1}} \right] \Psi_{j,k} &= -\frac{1}{\Delta X^2} \Psi_{j+1,k} \\ &+ \frac{1}{\Delta X^2} \Psi_{j-1,k} + \frac{2}{\Delta Z_{k+1} (\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1})} \Psi_{j,k+1} \\ &+ \frac{2}{\Delta Z_k (\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1})} \Psi_{j,k-1} + \bar{\Omega}_{j,k} \end{aligned} \quad (18)$$

溫度輸送式

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{2\Delta X} (|U_{j-1,k}| - U_{j-1,k} + |U_{j,k}| + U_{j,k}) \right) \\ + \frac{2}{RE_x \Delta X^2} + \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j,k-1}| - W_{j,k-1} \\ + |W_{j,k}| + W_{j,k}) + \frac{1}{RE_z \Delta Z_k} \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k-1}} \right. \\ \left. + \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1}} \right] \Omega_{p,q} = \left[ \frac{1}{2\Delta X} (|U_{j-1,k}| \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + U_{j-1, k} + \frac{1}{RE_x \Delta X^2} \left\{ \Omega_{p-1, q} + \left( \frac{1}{2\Delta X} \right. \right. \\
& \left. \left. (|U_{j, k}| - U_{j, k}) + \frac{1}{RE_x \Delta X^2} \right\} \Omega_{p+1, q} \\
& + \left\{ \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j, k-1}| + W_{j, k-1}) \right. \\
& \left. + \frac{1}{RE_x \Delta Z_k} \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1}} \right] \right\} \Omega_{p, q-1} \\
& + \left\{ \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j, k}| - W_{j, k}) + \frac{1}{RE_z \Delta Z_k} \right. \\
& \left. \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1}} \right] \right\} \Omega_{p, q+1} - \frac{1}{2\Delta X F_0^2} \\
& (\Gamma_{B_{p+1, q}} - \Gamma_{B_{p-1, q}}) \quad (19)
\end{aligned}$$

追跡物輸輸式

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{1}{2\Delta X} (|U_{j-1, k}| - U_{j-1, k} + |U_{j, k}| + U_{j, k}) \right. \\
& + \frac{1}{PR_x RE_x \Delta X^2} + \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j, k-1}| \\
& - W_{j, k-1} + |W_{j, k}| + W_{j, k}) + \frac{1}{RR_z RE_z \Delta Z} \\
& \left. \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k-1}} + \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1}} \right] \right\} \Gamma_{p, q} \\
& = \left\{ \frac{1}{2\Delta X} (|U_{j-1, k}| + U_{j-1, k}) \right. \\
& + \frac{1}{PR_x RE_x \Delta X^2} \left. \right\} \Gamma_{p-1, q} + \left\{ \frac{1}{2\Delta X} (|U_{j, k}| \right. \\
& - U_{j, k}) + \frac{1}{PR_x RE_x \Delta X^2} \left. \right\} \Gamma_{p+1, q} \\
& + \left\{ \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j, k-1}| + W_{j, k}) \right. \\
& + \frac{1}{PR_z RE_z \Delta Z_k} \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k-1}} \right] \left. \right\} \Gamma_{p, q-1} \\
& + \left\{ \frac{1}{2\Delta Z_k} (|W_{j, k}| - W_{j, k}) \right. \\
& + \frac{1}{PR_z RE_z \Delta Z_k} \left[ \frac{2}{\Delta Z_k + \Delta Z_{k+1}} \right] \left. \right\} \Gamma_{p, q+1} \quad (20)
\end{aligned}$$

5 格點法, SUR(successive under-relaxation) (7, 4)과 Gauss-Seidal 反復法을 이용하여 浮力靺의 해석에 필요한 變數  $\Gamma$ ,  $\Omega$  및  $\psi$ 를 구하는 부분과 이들로부터  $U$ ,  $W$ ,  $RE_x$  및  $RE_z$ 를 계산하는 부분으로 구성된다. 수치계산의 시간을 줄이기 위하여 初期값을 기존실험자료와 積分相似法則을 이용하여 가정하며(1, 2, 4, 10), 이렇게 함으로써  $RE_x$ 와  $RE_z$ 의 잘못된 계산으로부터 생기는 發散性이 제거될 수 있다. 收斂性을 해치는 또

다른 因子는 relaxation 係數로서 몇 경우의 수치계산으로부터 1보다 큰 경우에는 발산하게 되며, 1보다 작은 경우에는 좋은 結果가 얻어진다.

수치계산의 안정성도  $RE_x$ 와  $RE_z$ 의 계산과 밀접한 관계를 가지며 적절히 가정된 초기값이 사용됨으로서 안정된 계산이 수행된다.

#### 4. 數値解析 結果

수치실험이 수행된 대표적인 속도비  $R$ 과 放流密度 Froude 數  $F_0$ 의 범위는 表 1과 같으며 이들에 대한 數値解 結果는 浮力靺의 舉動과, 積分型解析에 필요한 계수 및 이에 관한 내용으로 이루어지고, 속도비  $R=8$ , 放流密度 Froude 數  $F_0=20$ 인 경우의 속도분포, 流線모양, 溫度 差異分布曲線 및 渦度모양은 각각 그림 4, 5, 6, 7에 나타나 있다.

표 1. 속도비  $R$ 에 대한 방류밀도 Froude  $F_0$ 의 범위

$R$	8	15
$F_0$	8, 15, 20, 32	6, 15, 32

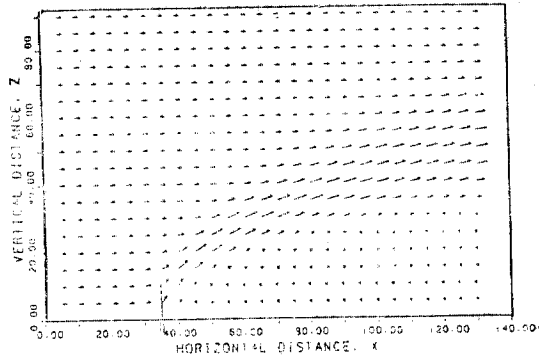


그림 4.  $R=8$ ,  $F_0=20$  일때 速度分布

##### 4.1 靺中心線 經路

$F_0$ 가 일정하고  $R$ 이 變할 때, 또는  $R$ 이 일정하고  $F_0$ 가 變할때 靺중심선 經路가 그림 8과 9에 나타나 있다.

##### 4.2 靺중심선 速度分布와 溫度減衰

$R=8$ 과  $R=15$ 일 때 靺중심선의 속도변화와 온도감쇠는 각각 그림 10과 11에 나타난 것과 같이 속도변화는  $R$ 과  $F_0$ 의 영향을 크게 받으며

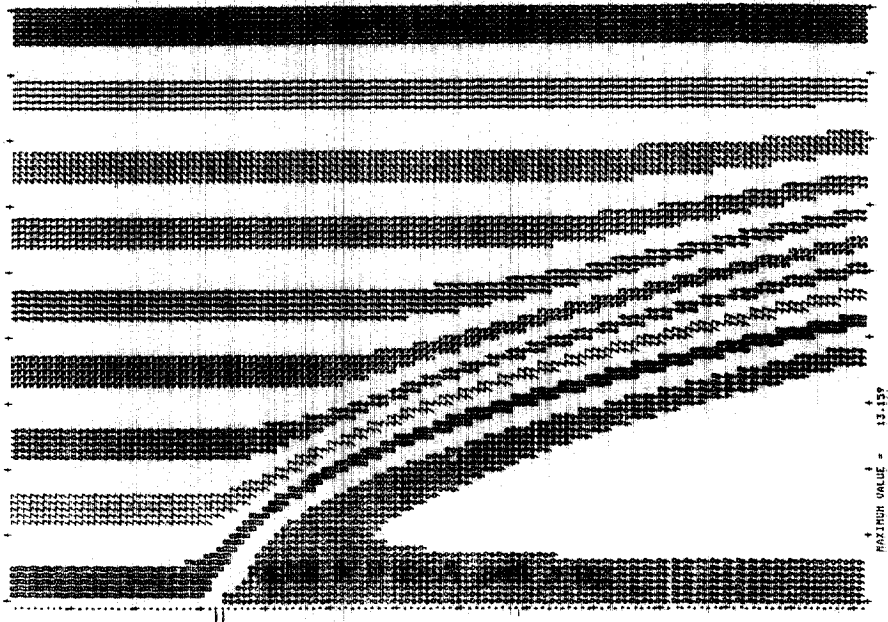
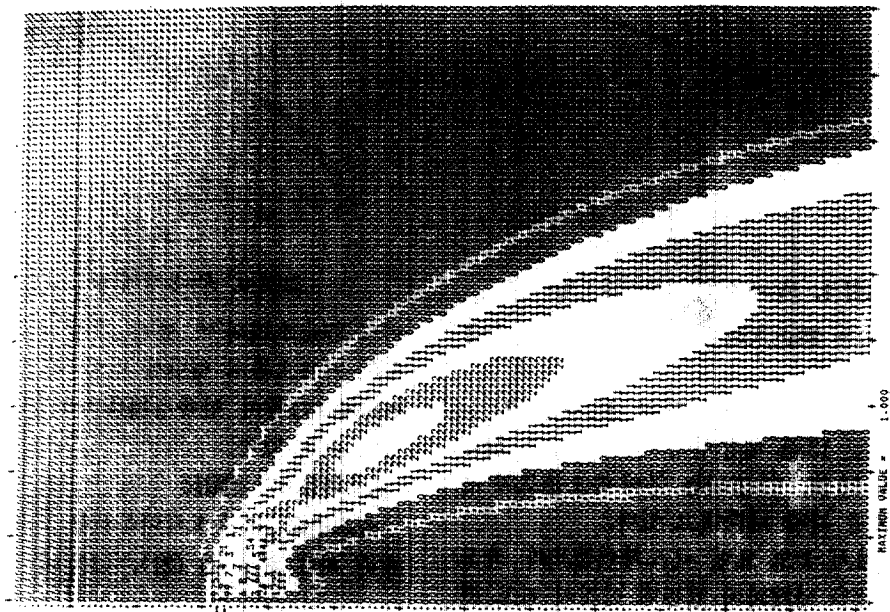


그림 5.  $R=8$ ,  $F_0=20$  일 때 유선모양



" " represents 0.5% of maximum value

그림 6.  $R=8$ ,  $F_0=20$  일 때 溫度差異分布 곡선



... represents 0.5% of maximum value  
 " " represents of -0.5% of maximum value

그림 7.  $R=8$ ,  $F_o=20$  일 때 湍度 모양

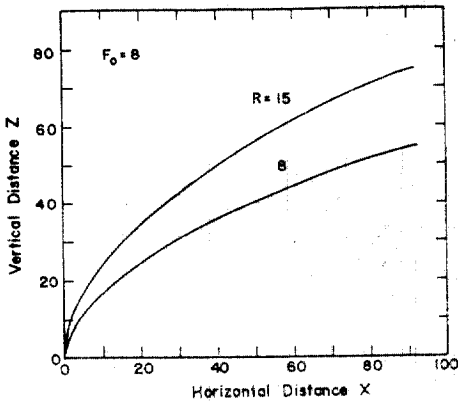


그림 8.  $F_o=8$  일 때 漣중심선 경로

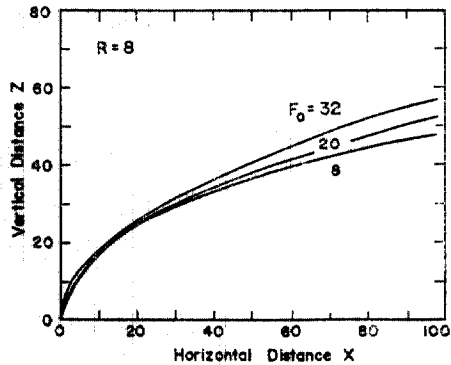


그림 9.  $R=8$  일 때 漣중심선 경로

나 온도감쇠는 靜止水域의<sup>(15)</sup> 것과 거의 같음을 알 수 있다.

#### 4.3 漣중심선의 수직방향 속도 및 온도차이분포

그림 12 및 13은 漣중심선 경로에 따라 放流口幅(B)의 30 배, 60 배되는 곳의 속도분포와 온도차이분포를 각각 나타내고 있다.

이들을 겹쳐 놓고 보면 온도차이분포가 속도분포보다 약간 넓게 퍼져 있는데 이것이 바로 擴散比  $\lambda$ 가 존재함을 의미한다.

온도차이분포는 漣중심선에 대해서 거의 대칭

이고 靜止水域의<sup>(15)</sup> 것과 거의 비슷하나 速度분포는 가로흐름의 영향을 받아 바깥쪽경계(outer boundary)쪽이 안쪽경계(inner boundary)보다 약간 퍼져 있다.

#### 4.4 퍼짐율과 擴散比

속도분포 및 온도차이분포는 Gaussian 相似分布에 의해 各各 식 (21), (22)로 주어진다.

$$\frac{v}{v_c} = e^{-\left(\frac{\eta}{b_v}\right)^2} \quad (21)$$



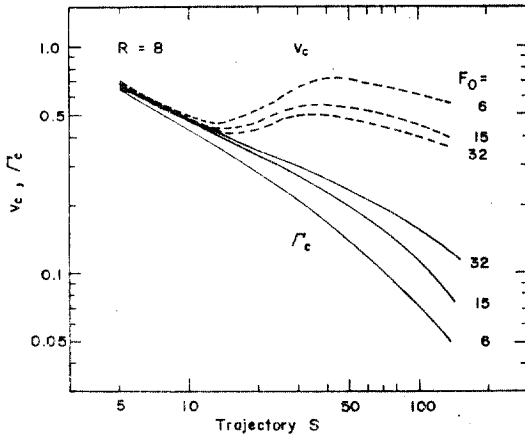


그림 10.  $R=8$  일때 젤중심선 속도변화 및 온도감쇠곡선

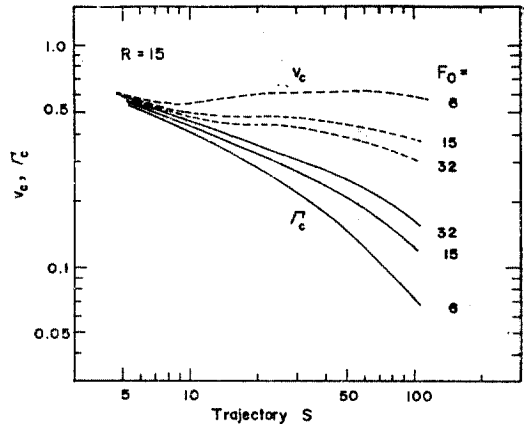


그림 11.  $R=15$  일때 젤중심선 속도변화 및 온도감쇠곡선

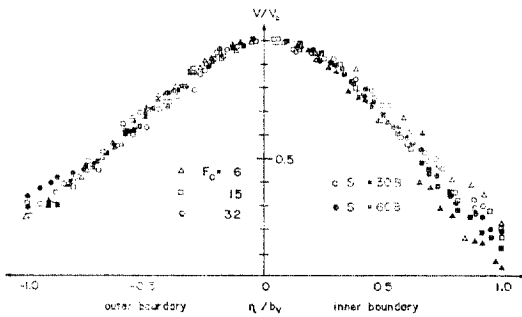


그림 12. 젤중심선의 수직방향 속도분포

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_c} = e^{-\left(\frac{\eta}{b_T}\right)^2} = e^{-\left(\frac{\eta}{\lambda b_v}\right)^2} \quad (22)$$

여기서  $b_v$ 는  $v/v_c$ 의 값이,  $b_T$ 는  $\Delta T/\Delta T_c$ 의 값이 각각  $\eta$  방향으로  $1/e=0.368$  되는 점까지의 폭으로 정의되나, 흐름水域은 靜止水域과는 달리<sup>(15)</sup> 젤중심선에 대하여 상류쪽경계와 하류쪽경계가 대칭이 아니므로  $b_v$ 의 값을 두 경계치의 평균치로 취한다.

식 (23)과 같이 局部密度Froude數가 얻어지며, 속도비  $R$ 이 8, 15인 경우에 주어진  $F_0$ 에 대한  $F_L$ 의 변화는 그림 14 및 15에 나타난 바와 같다.

$$F_L = \frac{v}{\sqrt{\frac{\rho_o - \rho_a}{\rho_a} g 2b_v}} \quad (23)$$

그림 14 및 15에서 보듯이 젤중심선 경로에 대한  $F_L$ 은  $F_0$ 의 함수가 됨을 알 수 있다  $F_L$ 이 靜

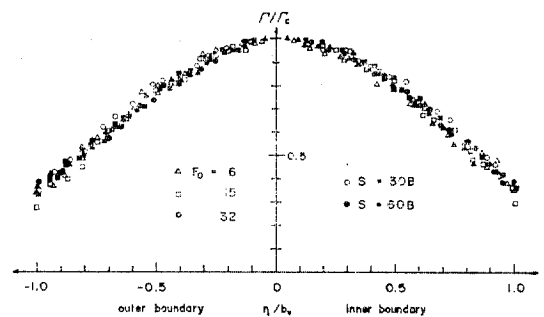


그림 13. 젤중심선의 수직방향 온도차이분포

止水域<sup>(15)</sup>처럼 일정하게 감소하지 않고 부분적으로 증가하였다가 감소하는 것은 젤중심선을 따라 방류구쪽의 약 10배되는 지점에서 흐름은 彎曲이 크게되면서 가로흐름운동량의 젤중심선 방향 성분이 流入됨으로 인하여 젤흐름의 유속이 증가하여 식 (23)에 따라 증가한 상태에서 점차 감소하기 때문이다.

$R$ 이 8 및 15인 경우 퍼짐율  $k$ 와 擴散比  $\lambda$ 의 변화가 각각 그림 16, 17, 18 및 19에 나타나 있다. 퍼짐율  $k$ 는 靜止水域( $0.147 < k < 0.154$ )<sup>(15)</sup>에서 보다 큰 범위( $0.151 < k < 0.252$ )에 있는데 이는 가로흐름의 운동량이 젤중심선보다 바깥쪽에서 많이 유입하기 때문이다. 또한  $R$ 이 적을수록, 더 많은 가로흐름의 운동량이 유입되기 때문에 퍼짐율  $k$ 는 커질 것으로 기대되며, 일정한  $R$ 에 대해서도  $F_0$ 의 조건에 따라 변화가 있으므로 퍼짐율  $k$ 가  $R$ ,  $F_0$  및  $F_L$ 의 함수형태

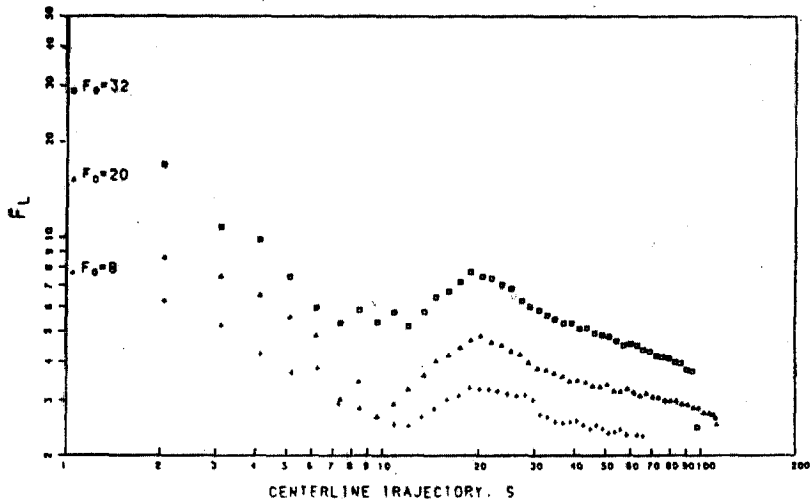


그림 14.  $R=8$ 에 있어서 제중심선경로에 따른  $F_L$ 의 변화

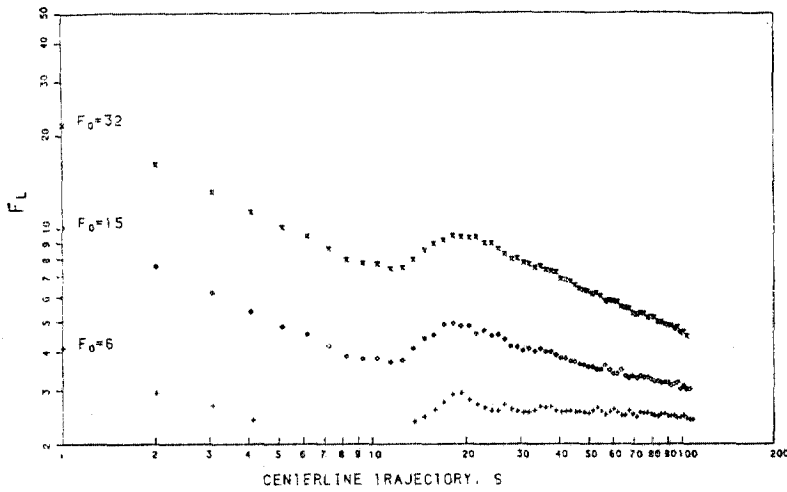


그림 15.  $R=8$ 에 있어서 제중심선경로에 따른  $F_L$ 의 변화

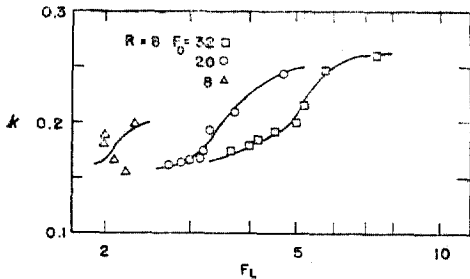


그림 16.  $R=8$ 에 있어서의  $F_L$ 에 대한 퍼짐율  $k$

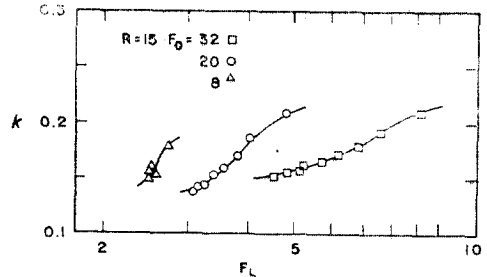


그림 17.  $R=8$ 에 있어서의  $F_L$ 에 대한 퍼짐율  $k$

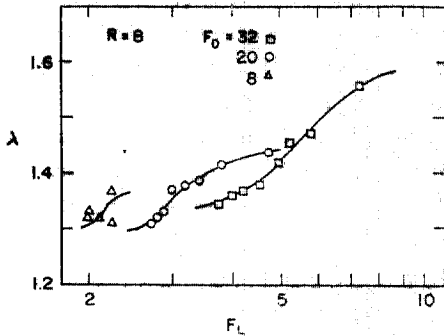


그림 18.  $R=8$ 에 있어서의  $F_L$ 에 대한 확산비  $\lambda$

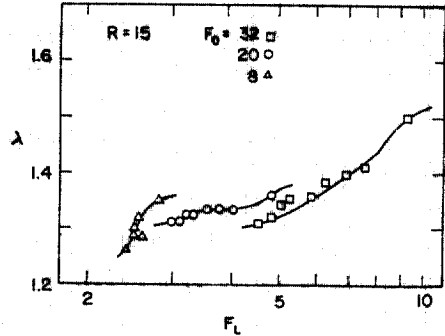


그림 19.  $R=15$ 에 있어서의  $F_0$ 에 대한 확산비  $\lambda$

로 표현될 수 있음을 의미한다. 확산비  $\lambda$ 는 靜止水域<sup>(15)</sup> ( $1.24 < \lambda < 1.41$ )과 거의 같은 범위 ( $1.26 < \lambda < 1.50$ )에 있으며  $F_L$ 에 따른  $\lambda$ 의 변화 모양도 매우 비슷하다.

이 사실은 흐름수역에서의 젤중심선의 온도감쇠와 젤중심선의 수직방향 온도차이분포가 靜止水域<sup>(15)</sup>과 매우 비슷한 점에서 기인한다고 판단된다.

## 5. 結 論

相異한 속도비  $R$ 에 대한 젤중심선 경로, 젤중심선 속도변화, 湍度變化 및 온도감쇠를 방류밀도Froude數  $F_0$ 와 放流口로부터의 젤중심선 경로  $S$ 의 향으로 해석하였다.

젤중심선 속도변화는 속도비의 영향을 크게 받으나 젤중심선의 온도감쇠는 속도비보다는 방류밀도Froude數의 영향을 크게 받는다. 젤중심선 수직방향의 속도분포와 온도차이분포에서 相似가 적용될 수 있음이 밝혀졌으며, Gaussian分佈를 近似시켜 대략적인 積分型解析이 가능한 것으로 판단된다.

浮力젤에 의한 주변흐름수역 전체의 속도분포, 유선모양 및 온도차이분포가 구해졌다. 퍼짐율과 확산비를 주어진 속도비와 방류밀도Froude수에 대해서 국부밀도Froude수의 향으로 해석하였다.

퍼짐율의 범위는  $0.151 < k < 0.252$ 이며, 확산비의 범위는  $1.26 < \lambda < 1.50$ 으로 확산비는 속도비의 영향을 적게 받음이 판단된다.

## 謝 辭

本研究은 “潮汐의 영향을 받는 水域에서 鉛直上向浮力 젤”(1985.5~1987.4)의 2次年度 연구결과로서 韓國科學財團의 研究費支援에 의하여 수행되었는 바 同財團에 謝意를 表한다.

## 參 考 文 獻

1. Abraham, G., "Jet Diffusion in Stagnant Ambient Fluid", *Delft Hydraulics Lab., Publ. No. 29*, 1963.
2. Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A. and Rouse, H., "Diffusion of Submerged Jets", *Transc ASCE*, Vol. 115, pp. 639~664, 1950.
3. Anderson, D.A., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H., "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGraw-Hill book Co., 1984.
4. Chen, C.J. and Nikitopoulos, C.P., "On the Near Field Characteristics of Axisymmetric Turbulent Buoyant Jets in a Uniform Environment", *J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 215~254, Pergamon Press, 1979.
5. Chow, C.Y., "An Introduction to Computational Fluid Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., 1979.
6. Hossain, M.S. and Rodi W., "Turbulent Buoyant Jets and Plumes", ed. Rodi, W., Pergamon Press, pp. 121~178, 1980.
7. Lapidus, L. and Pinder, G.F., "Numerical

- Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering*, John Wiley & Sons, 1982.
8. Raudkivi, A.J. and Callader, R.A., "*Advanced Fluid Mechanics, an Introduction*", Edward Arnold, 1975.
  9. Roache, P.J., "*Computational Fluid Dynamics*", Hermosa Publishers, 1976.
  10. Rouse, H., Yih, C.S. and Humphreys, H.W., "Gravitational Convection from a Boundary Source", *Tellus*, Vol. 4, pp.201~210, 1952.
  11. Schlichting, H., "*Boundary Layer Theory*", McGraw-Hill, 1979.
  12. Smith, G.D., "*Numerical Solution of Partial Differential Equations*", Oxford Univ. Press, 1972.
  13. Trent, D.S. and Welty, J.R., "Numerical Computation of Momentum Jets and Forced Plumes", *Computer & Fluids*, Vol. 1, pp.331~357, Pergamon Press, 1973.
  14. Wright, S.J., "Mean Behavior of Buoyant Jets in a Crossflow", *J. Hydraulics Div., ASCE*, Vol. 103, No. HY 5, pp.499~513, 1977.
  15. 윤태훈, 차영기, 김창완 "조석의 영향을 받는 수역에서 연직상향 부력제 —정지수역—", *대한토목학회논문집*. 제 6 권, 제 2 호, 1986.  
(接受: 1986. 10. 26)