

彈塑性 地盤위에 놓인 圓形平板의 有限要素 解析

A Finite Element Analysis of Circular Plate Resting on
Elasto-Plastic Soil Medium

金	聲	得*
Kim,	Sung	Deuk
張	丞	弼**
Chang,	Sung	Pil

Abstract

In this study, the finite element method using 8-node isoparametric element is developed theoretically and simulated to see the deformation of soil and plate, when the circular plate resting on Boussinesq's soil type is loaded axisymmetrically.

The results of numerical analysis using the Mohr-Coulomb yield criterion, and experimental analysis are approximative, assuming that soil is elasto-plastic medium.

The paper shows that the plastic zone of soil medium is displayed at the near the edge of plate at the first place; when the plastic zone of soil medium is linked around central axis, the external load is termed by critical load, and then the contact pressure changes abruptly, in this case it is approved to be the risk of shear failure.

要 旨

Boussinesq 地盤型의 彈塑性體地盤위에 놓인 圓形平板이 軸對稱荷重을 받았을 경우의 거동을 파악하기 위하여 8節點 等媒介變數要素를 사용한 有限要素解析 方法을 理論적으로 발전시키고 이를 수행하기 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하였다.

理論의 정당성을 입증하기 위해 모형실험을 수행한 결과 地盤의 항복조건으로 Mohr-Coulomb 降伏理論을 적용한 數值解의 結果와 實驗結果가 근사함을 확인하였다.

Mohr-Coulomb의 破壞理論을 적용한 非線型解析을 수행한 例題의 결과로부터, 지반의 塑性領域이 圓板의 緣端附近에서 발생하기 시작하여 중심축둘레로 연결되었을 때 接地壓이 급격히 변하여 剪斷破壞의 危險性이 있다고 판단되고 이 때의 外部作用荷重을 臨界荷重으로 정의하였다.

1. 序 論

대부분의 建築 構造物이나 圓筒型 저장탱크,

사일로, 기동型 海洋構造物 등의 應力解析은 일반적으로 計算의 편의상 基礎와 上部構造를 분리해서 생각하는 경우가 많다. 만약 上部構造가 靜定이면 基礎의 變位가 上部構造의 應力에 影響을 주지 않으므로 두 構造系를 분리해서 解析

* 正會員 · 蔚山大學校 工科學 副教授

** 正會員 · 서울大學校 工科學 教授

할 수는 있다. 그러나 上部構造가 外的으로 부정적일때는 外力이 作用하면 그 構造物 内の 應力은 地盤變形의 影響을 받으며 地盤—基礎—構造 사이의 相互作用(interaction)을 고려한 一體的 解析方法이 요구된다. 本研究은 이러한 경우에 문제되는 地盤—基礎系의 相互作用에 관한 기초적 연구로서 특히 地盤—平板系의 解析을 다룬 것이다.

임의 형상의 평판기초의 해석은 Y.K. Cheung 및 O.C. Zienkiewicz⁽¹⁾가 有限要素法을 적용한 이래 有限要素法이나 有限差分法등과 같은 數值理論에 의한 해법이 널리 보급되었다.

한편, J.A. Hooper⁽²⁾와 W.D. Carrier 및 J.T. Christian⁽³⁾과 같이 軸對稱要素를 이용하여 地盤 처짐, 應力등의 여러 彈性解析을 考察하였으나 지반의 침하나 地中應力에 대한 彈性解析에 그쳤다.

地盤위에 놓인 構造物의 침하에 대해서 地盤의 塑性變位를 포함한 순간침하는 勿論 압밀침하를 고려한 研究가 最近에 進行되고 있다. 즉, F.W. Beaufait와 P.W. Hoadley⁽⁴⁾의 基礎 地盤에서의 보의 解析을 地盤反力係數의 비선형문제, C.H. Keong와 I.B. Donald⁽⁵⁾ 및 S.W. Sloan과 M.F. Randolph⁽⁶⁾의 基礎에서의 崩壞荷重豫測을 위한 有限要素解析, Y. Ichikawa⁽⁷⁾ 등의 粘彈塑性解析에 관한 研究등을 들 수 있는데, 이들은 특정한 지반에 대한 要素分割形態에 따른 해석결과의 비교분석등을 다루었다.

구조물과 지반의 相互作用의 問題는 매우 빈번하게 거론되지만 그 대부분이 선형적 彈性解析의 범위를 넘지 않고 있었으나 최근에 와서는 非線型解析 및 시간종속적 材料의 특성에 대한 舉動의 규명문제로 까지 擴大되어가고 있다. 理論的인 면에서 平板과 밑에 있는 地盤 사이에서의 接觸領域에서는 하중이 作用할때 分離現象이 일어나지 않고, 平板과 地盤의 接觸領域은 고르다는 가정이 必要하다.

地盤—平板 相互作用問題를 이용한 彈性地盤上的 平板解析은 接觸領域에서의 接觸應力의 決定問題로 귀착되는데, 이것이 결정되면 平板의 처짐 및 應力外에도 지반의 内部應力 및 變位가 구해진다.

本論文은 Boussinesq 地盤型위에 놓인 圓形平板에 대하여 8節點 등매개변수를 사용한 유한요소법을 사용하여 해석하는 방법을 제시한다. 이때 지반은 彈塑性體로 가정하고 작용하중은 軸對稱荷重으로 제한하여 3차원 문제를 2차원 문제로 귀착시켰다. 또 本理論의 정당성을 입증하기 위해 모델실험을 행하고 그 결과를 數值的 非線型解析의 결과와 비교검토한다.

2. 彈塑性 地盤위에 놓인 圓形平板의 解析

2-1. 地盤의 彈塑性舉動

彈粘塑性(elasto-viscoplastic)地盤위에 있는 평판의 全沈下量은 순간 침하량, 압밀에 의한 침하량, 이차압밀에 의한 침하량의 합으로 구해지며, 순간침하는 하중작용과 동시에 일어나며 彈性部分과 塑性部分으로 되어있다⁽⁸⁻¹⁰⁾.

만약 地盤이 연약하여 壓密沈下를 무시할 수 없는 경우는 가능한데까지 구조물에 균등한 沈下가 발생하도록 구조물의 전체적인 하중배치를 하거나 상부 구조의 양식을 적절하게 選擇해서 不等壓密沈下에 의한 전체 구조에의 악영향이 최소가 되게 해야 할 것이다. 본 연구에서는 구조물 하중에 의한 壓密沈下가 전체구조의 應力變化에는 무관한 剛體變位만을 준다고 가정한다. 그리하여 彈性變位를 고려한 圓形平板의 해석과 塑性變位の 영향을 고려하여 非彈性的 영역에서의 沈下量 등을 구하고자 한다.

彈塑性 地盤위에 놓인 평판은 탄성모델에 降伏(yield) 혹은 破壞基準(failure criterion)을 도입함으로써 해석할 수 있는바^(11,12), Winkler 지반의 경우는 스프링의 변위가 탄성범위를 넘었을 때 새로운 스프링상수 k 를 구하는 비선형 해석을 해야하며⁽⁴⁾, 應力의 크기에 따라서 지반 탄성계수 E 가 변하는 Boussinesq 지반에 대해서는 立體要素를 사용하여 해석할 수 있다. 비선형 해석은 계산 시간이 많이 소요되며 3차원 요소에 대해서는 더욱 계산시간의 방대함에 예상된다.

그런데, 지반매체위에 놓여있는 그림 2-1(a)와 같은 圓形平板은 任意的 形狀을 갖는 平板의 特殊한 경우로서⁽¹³⁾, 만약 하중이 x 軸에 對稱으로 작용한다면 地盤應力 계산시 지반에 대한 입

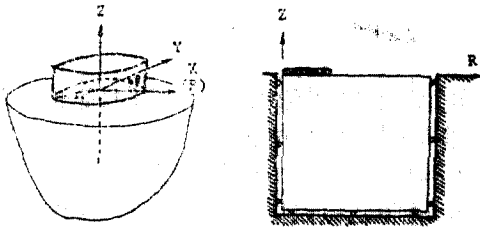


그림 2-1. Axisymmetric circular plate resting on soil medium

체요소를 사용하지 않더라도 그림 2-1(b)와 같은 軸對稱平面解析으로서 지반의 탄소성 문제를 포함한 비선형 해석을 쉽게 할 수 있을 것이다.

2-2. 軸對稱要素

3차원 構造물이 中心軸(z 축)에 대하여 대칭이고 또 이축에 대하여 作用荷重 및 경계조건이 대칭일 때 構造물의 舉動은 원주 방향좌표 θ 에 독립적이다^(14, 15).

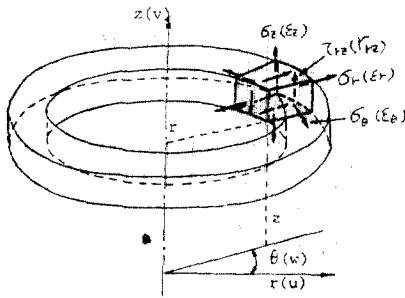


그림 2-2. Strains and stresses of axisymmetric element

요소내의 임의점의 좌표(r, z)는 형상함수 N_i 와 절점좌표(r_i, z_i)의 함수로 나타낸다. 즉,

$$\begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n [N_i] \begin{bmatrix} r_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

절점변위 $[u]$ 는 r, z 방향의 변위 u, w 로 나타낸다.

$$[\delta] = [u] = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = [N][\delta_p] \quad (2-2)$$

작은 변위에 대해서 변형도는 식(2-3)과 같이 4개의 항으로 나타낸다.

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \gamma_{rz} \\ \epsilon_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial u/\partial r \\ \partial w/\partial z \\ \partial u/\partial z + \partial w/\partial r \\ -u/r \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

또한, 그림 2-1은 이 변형도와 관련된 應力을 보여주고 있으며 應力 $[\sigma]$ 는 r, θ, z 방향에 대한 수직應력과 r, z 평면에서의 剪斷應력으로 나타내어진다. 즉,

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \gamma_{rz} \\ -\sigma_\theta \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

變形度 $[\epsilon]$ 은 變位 $[\delta]$ 와 변형도-변위 매트릭스 $[B]$ 항으로 나타낸다.

$$[\epsilon] = \sum [B_i][\delta_i] = [B][\delta]^e \quad (2-5)$$

여기서, 변형도-변위 매트릭스 $[B]$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$[B] = \begin{bmatrix} -\partial N_i/\partial r & 0 \\ 0 & \partial N_i/\partial z \\ \partial N_i/\partial z & \partial N_i/\partial r \\ -N_i/r & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

應力-變形度 관계식 $[\sigma] = [D][\epsilon]$ 에서 탄성 매트릭스 $[D]$ 는 아래와 같다.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & \nu \\ \nu & 1-\nu & 0 & \nu \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ \nu & \nu & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

사변형내의 곡선좌표계 ξ, η 를 설정해서 要素剛度 매트릭스를 計算할때 축대칭요소에서 미소 체적 dv 는 아래와 같다.

$$dv = 2\pi r \det[J] d\xi d\eta \quad (2-8)$$

절점 i, j 를 연결하는 要素剛度は 매트릭스 $[K_{ij}]^e$ 는 다음식과 같다.

$$[K_{ij}]^e = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i]^T [D] [B_j] r \det[J] d\xi d\eta \quad (2-9)$$

2-3. 彈塑性理論의 數值計算

彈塑性地盤위에 놓인 원형평판의 해석을 軸對稱要素를 이용한 유한요소법으로 해결하기 위해서 탄소성 매트릭스형태로 적절하게 표현해야 할 것이다^(14, 16, 17).

외력에 의한 應力이 降伏條件에 도달하면 하중을 받는 탄소성체는 彈塑性形을 시작한다. 이러한 塑性狀態에서는 완전한 彈塑性 増分應力-

變形度 관계를 식(2-10)과 같이 쓸 수 있다.

$$d[\sigma] = [D_{\epsilon p}]d[\epsilon] \quad (2-10)$$

여기서 $[D_{\epsilon p}]$ 는 彈塑性매트릭스로서 다음식(2-11)과 같이 표시할 수 있다.

$$[D_{\epsilon p}] = [D_{\epsilon}] - \frac{[D_{\epsilon}][a][a]^T[D_{\epsilon}]}{A + [a]^T[D_{\epsilon}][a]} \quad (2-11)$$

식(2-11)의 탄소성매트릭스 $[D_{\epsilon p}]$ 에서 탄성 매트릭스 $[D_{\epsilon}]$ 는 식(2-7)로부터 구하며, A 는 소수승수의 항으로 표현되는 스칼라항으로서 식(2-12)와 같이 一軸降伏應力狀態에서는 硬化函數 H' 와 같음이 증명되었다.

$$A = H' \quad (2-12)$$

$[a]$ 는 유동벡터(flow vector)로서 다음식(2-13)과 같이 응력불변량 J_1, J_3 및 편차응력불변량 J_2' 의 항으로 나타낼 수 있다.

$$[a]^T = \frac{\partial[F]}{\partial[\sigma]} = \frac{\partial[F]}{\partial J_1} \cdot \frac{\partial J_1}{\partial[\sigma]} + \frac{\partial[F]}{\partial(J_2')^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\partial(J_2')^{\frac{1}{2}}}{\partial[\sigma]} + \frac{\partial[F]}{\partial J_3} \cdot \frac{\partial J_3}{\partial[\sigma]} \quad (2.13)$$

여기서 $[F]$ 는 음력함수로서 J_1, J_2 및 J_2' 의 함수로 나타내어진다.

식(2-13)은 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[a]^T = C_1[a_1] + C_2[a_2] + C_3[a_3] \quad (2-14)$$

$[\sigma]^T = [\sigma_r, \sigma_x, \tau_{rx}, \sigma_\theta]$ 인 축대칭요소에 대해서 유동벡터 $[a_1], [a_2]$ 및 $[a_3]$ 는 식(2-15)와 같다.

$$[a_1]^T = \frac{\partial J_1}{\partial[\sigma]} = \{1, 1, 0, 1\}$$

$$[a_2]^T = \frac{\partial(J_2')^{\frac{1}{2}}}{\partial[\sigma]} = \{\dot{\sigma}_r, \dot{\sigma}_x, 2\tau_{rx}, \dot{\sigma}_\theta\} \quad (2-15)$$

$$[a_3]^T = \frac{\partial J_3}{\partial[\sigma]} = \left\{ \left(\sigma_x' \sigma_\theta' + \frac{J_2'}{3} \right), \left(\sigma_r' \sigma_\theta' + \frac{J_2'}{3} \right), -2\sigma_\theta' \tau_{rx}, \left(\sigma_r' \sigma_x' - \tau_{rx}^2 + \frac{J_2'}{3} \right) \right\}$$

식(2-15)에서 주편차응력 $\sigma_r', \sigma_x', \sigma_\theta'$ 는 다음식과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_r' &= \sigma_r - \sigma_m \\ \sigma_x' &= \sigma_x - \sigma_m \\ \sigma_\theta' &= \sigma_\theta - \sigma_m \end{aligned} \quad (2-16)$$

여기서, σ_m 은 정수압응력(hydrostatic stress)

으로 아래와 같다.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_r + \sigma_x + \sigma_\theta}{3} \quad (2-17)$$

그리고, 편차응력불변량 J_2' 및 응력불변량 J_3 는 다음식과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} J_2' &= \frac{1}{2}(\sigma_r'^2 + \sigma_x'^2 + \sigma_\theta'^2) + \tau_{rx}^2 \\ J_3 &= \sigma_\theta'(\sigma_r'^2 - J_2') \end{aligned} \quad (2-18)$$

한편, 식(2-14)에서 C_1, C_2, C_3 는 항복면을 정의하는데 必要한 상수로 지반, 콘크리트 및 암반에 대해서는 Mohr-coulomb 항복기준을 적용할 수 있다.

수치계산에 적절한 식(2-14)의 상수 C_i 는 Lode 각 θ_L , 내부마찰각 ϕ 등에 대해서⁽¹⁸⁾ $|\theta_L| \leq 29^\circ$ 일때 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{3} \sin \phi \\ C_2 &= \cos \theta_L \left\{ (1 + \tan \theta_L \tan 3\theta_L) + \frac{\sin \phi (\tan 3\theta_L - \tan \theta_L)}{\sqrt{3}} \right\} \\ C_3 &= \frac{\sqrt{3} \sin \theta_L + \cos \theta_L \sin \phi}{2J_2' \cos 3\theta_L} \end{aligned} \quad (2-21)$$

그러나 $|\theta_L| > 29^\circ$ 일때는 C_2, C_3 가 무한값에 가까와져서 수치계산의 어려움이 생기는 바 W. T. Koiter⁽¹⁹⁾는 다음값을 발표하였다.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{3} \sin \phi, \quad C_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sin \phi / \sqrt{3}), \\ C_3 &= 0 (\theta_L > 29^\circ) \\ C_1 &= \frac{1}{3} \sin \phi, \quad C_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sin \phi / \sqrt{3}), \\ C_3 &= 0 (\theta_L < -29^\circ) \end{aligned} \quad (2-22)$$

탄소성상태일때는 어떤 단계에서의 요소강도 매트릭스 $[K_i]$ 는 식(2-12)의 탄소성매트릭스 $[D_{\epsilon p}]$ 등의 항으로 나타낸다.

$$[K_i] = \int_v [B]^T [D_{\epsilon p}] [B] dv \quad (2-23)$$

비선형 평형방정식의 일반형태는 식(2-24)와 같이 쓸 수 있다.

$$[K_i][\delta] + [F] = 0 \quad (2-24)$$

계산의 반복과정에서 식(2-24)가 수렴하지 않는다면 다음과 같이 殘留力(residual force) ϕ 를 생각할 수 있는바 이것은 변위 $[\delta]$ 함수이다.

$$\text{즉, } \phi = \phi([\delta]) = [K_i][\delta] + [F] \neq 0 \quad (2-25)$$

식(2-25)과 같은 비선형문제의 해법은 直接反

復法, Newton-Raphson 法, 탄젠트剛度法, 初期剛度法 및 混合法등이 있으며^(14,17), 여기서는 탄젠트 剛度法을 사용하였다.

본 논문에서는, 地盤을 적절한 수와 배치를 한 要素로 나누어서 하중의 증가에 따른 탄소성 이론을 수치적용하여, 塑性領域의 擴大過程과 接地壓의 變化過程을 살펴보고서 기초설계에 도움이 되는 臨界荷重(critical load)^(5,6)을 제안해 보고자 한다.

3. 컴퓨터 프로그램 및 實驗

3-1. 프로그램의 構成 및 適用

彈性範圍內的 解析프로그램의 많은 부분은 彈塑性 문제에도 하중증가 loop 를 이용하면 적용할 수 있다.

D.R.J. Owen 및 E. Hinton 의 2 차원 탄소성 프로그램⁽¹⁷⁾을 이용하여 탄소성 地盤위에 놓인 平板 문제를 解析했으며, 平板 바로 아래에 위치한 地盤에 중심축 둘레로 소성영역이 연결되면 이때 하중을 임계치에 도달했다고 보고 그 내용을 부프로그램 OUTPUT 에 추가하였다.⁽²⁰⁾

이 프로그램을 이용해서 彈塑性地盤위에 놓인 圓形平板解析을 여러가지 경우에 대해서 parametric 연구로 다루어 보고 간단한 실험으로 비교 검토하고자 한다.

3-2. 實驗

(1) 實驗目的

탄소성지반위에 놓여있는 원형평판에 대해 軸對稱要素를 利用한 非線型解析의 結果와 간단한 實驗結果를 比較해 보고 수치해석의 타당성 여부를 조사한다. 만약 實驗結果가 수치해석의 결과와 근사하다면 수치해석에 대한 여러가지 parametric 연구에 대한 적용결과의 타당성을 증명한다고 할 수 있다.

(2) 試料, 試料箱子 및 기타材料

實驗에 사용한 시료는 慶南 蔚州郡 農所面 達川리에 위치한 (株)三美 蔚山鑛業所의 철광석

분탄을 사용하였으며 시료의 특성은 표 3-1과 같이 구하였다.

실험에는 높이 70cm, 직경 78cm 인 8 각형 단면의 철재상자를 만들어 사용했으며, 한면에는 흙의 거동을 살피기 위해 투명한 아크릴판으로 부착하였다.

실험에 사용한 模型 平板은 분포하중 작용시 평판에서는 소성거동이 일어나지 않을 것이므로 실험편의상 콘크리트 모형대신에 9mm 두께, 12.15cm 직경의 원형철판으로 제작하였다.

한편, 시료상자에 지지용 빔을 견고하게 놓고 침하량을 측정할 다이얼 게이지(dial gauge)를 설치하였다.

地盤의 平板 밑부분의 중심축상의 5, 15, 25, 35 cm 위치에 트랜스듀서를 설치하여 작용시킨 외력의 크기와 그 하중에 의한 地盤의 수직응력을 동시에 측정하여 기록하는 靜的測定機構(static measuring system)를 사용했다.

(3) 實驗方法

실험은 앞에서 기술한 시료에 대해 그림 3-1에서 볼 수 있는 실험장치에서 다음과 같은 순서로 진행하였다⁽²¹⁾.

- ① 표 3-1 과 같은 시료의 특성치를 갖도록 적절한 함수비로 혼합한다.
- ② 시료상자에 결보기밀도가 좋게 다지면서 소정의 위치에 트랜스듀서를 설치하되 전선이 중복되지 않게 연결하여 실험 모델을 완성한다.
- ③ 실험모델 제작이 끝난 후 로드프레임을 적절히 이동시켜서 램을 지표면위의 중심과 일치시킨다. 동시에 침하량 측정을 위해 다이얼 게이지를 설치한다.
- ④ 하중증가용 손잡이를 돌려서 정해진 하중을 가한다. 이때 지중응력은 정적측정기구에 출력시키고 平板의 침하량은 다이얼게이지에서 직접 읽는다.
- ⑤ 일정한 하중만큼 증가시켜서 ④를 반복한

表 3-1. Physical properties of soil

비 중	단위중량	함 수 비	탄성계	점 차 력	내부마찰각	포아송비	경화함수
3,062	(g/cm ³) 1.8	(%) 10	(kg/cm ²) 258.74	(kg/cm ²) 1.035	29°	0.3	81.0

3-3. 實驗結果와 數值解析의 比較 및 考察

모형실험에 의한 평판에서의 荷重變位 관계를 그림 3-2에 실선으로 그렸으며, 원형철판에 대해 그림 4-1과 같은 mesh model을 이용한 軸對稱要素를 이용한 彈性解析 및 彈塑性解析의 荷重變位 관계를 추가하였다.

하중강도가 3kg/cm^2 일때까지는 처짐의 크기가 같았으나, 그 이상의 하중에서는 탄성해석에서는 실험값보다 작은 처짐이 생겼으며, 탄소성해석의 경우에는 실험치보다 큰 처짐이 일어났다.

그림 3-3은 지표면아래의 中心線上的의 5, 15, 25, 35cm 위치에서 實驗結果에 의한 수직방향의 지중응력과 數值解析結果를 함께 보여주고 있으며, 이는 Shiffman 이론과 W.D. Carrier의 수치해⁽⁹⁾와 거의 일치하고 있다.

지반위에 놓인 圓形인 平板에 대해서 軸對稱問題로 보고 구하는 彈塑性解析의 결과와 실험결과와 비교해 보았는데, 그림 3-2에서 보는 바와 같이 지반의 처짐값에서는 외부작용하중의 크기에 따라서 5~16%의 오차를 보였고, 그림 3-3에서 보는 바와 같이 지중응력의 크기에 대해서는 지반의 깊이에 따라서 6~15% 차이로 근사하고 있음을 알 수 있다.

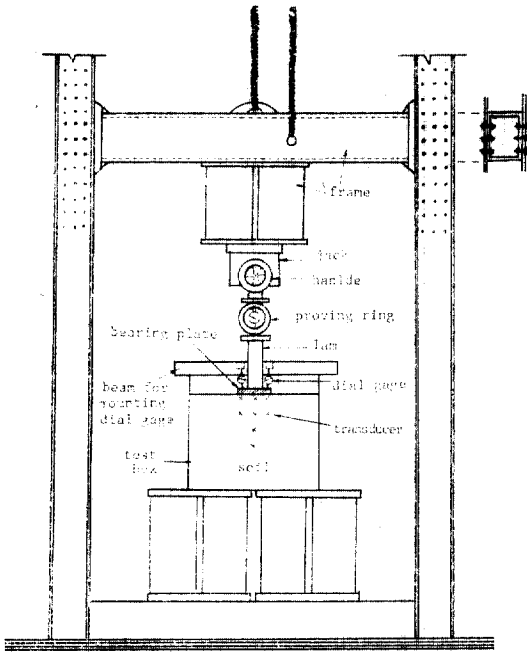


그림 3-1. Equipment of experimentation

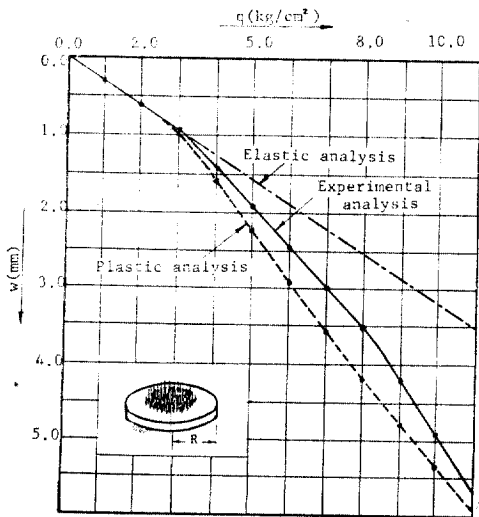


그림 3-2. Load-deflection curve for test

다.

⑥ 荷重強度가 豫상되는 地盤의 降伏點을 넘어서면 시험을 끝나치고 실험결과를 정리하고 분석한다.

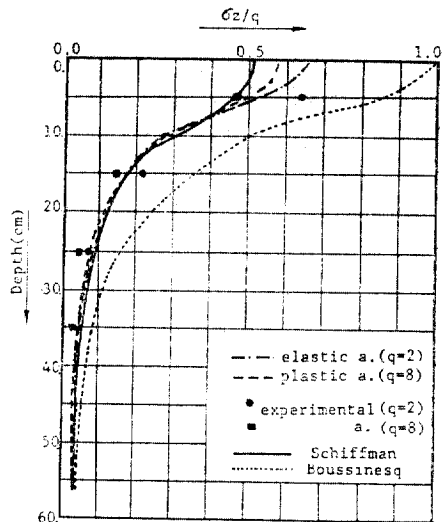


그림 3-3. Distribution of vertical stress for test

表 4-1. Physical properties of concrete and soil for example

	彈性係數 (kg/cm ²)	포 아 상 비	c kg/cm ²	ϕ (°)	H'	적 용 예
콘 크 리 트	210.816	0.2	70.66	62.73	0.00	공 통
지 반	98	0.3	0.190	14.50	0.01	等 分 布
지 반	976	0.3	0.060	35.00	0.01	圓 環 荷 重

4. 適用例 및 考察

4-1. 例 P1-等分布荷重 作用

(1) 特定土性值에 대한 여러가지 適用例

그림 4-1 과 같이 要素數 64, 節點數 223 이고

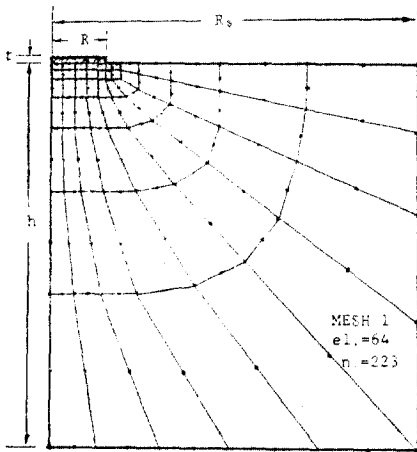


그림 4-1. Axisymmetric finite element model (Mesh1)

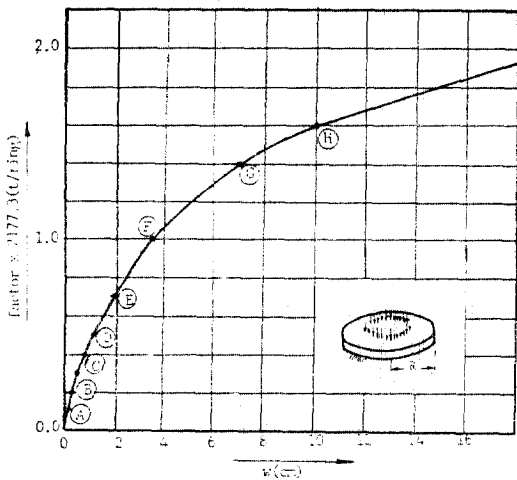


그림 4-2. Load-deflection curve of circular plate resting on elasto-plastic soil medium under uniform load

콘크리트平板 直徑(R)610cm, 두께(t)30.5cm, 地盤 直徑(R_s)39.6m, 깊이(h)39.6cm 인, 표 4-1 와 같은 지반 및 콘크리트의 특성을 갖는 모델(Mesh 1)에 대해 數值解析해 보고자 한다. 여기서, 원환하중 작용시는 작은 하중에서도 지반의 소성영역이 생길것이 예상되어서 등분포하중 작용시보다 지반탄성계수가 큰 값을 택하였다.

그림 4-2는 평판에 작용하는 등분포하중 증가치에 대한 평판중심에서의 荷重-變位 曲線으로 비선형해법임을 잘 보여주고 있으며, 이때 A, B, C, ……J는 어느時點에서의 作用荷重과 變位를 나타내는 위치를 표시한다.

그림 4-3은 각 荷重 時點에서의 지반에서의 塑性領域의 進行過程을 보여주고 있는데, F 시점과 같이 소성영역이 중심축 둘레로 연결되었을 때 평판중심 바로 밑부분에는 소성영역이 생기지 않음을 볼 수 있다.

그림 4-4는 각 荷重 時點에서의 지반의 접촉 應力으로서, 平板아래 地中要素의 4개의 가우 스점應력의 평균 값을 나타내었는데, 탄성범위에서는 중앙부분에서 적고 모서리 부분이 매우 큰 값을 보이다가 소성범위에서는 모서리 부분

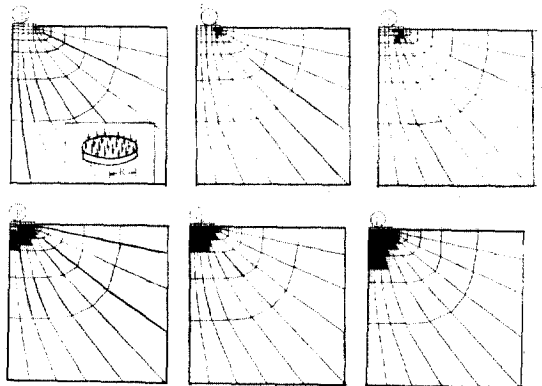


그림 4-3. Progression of yield zone of soil under uniform load

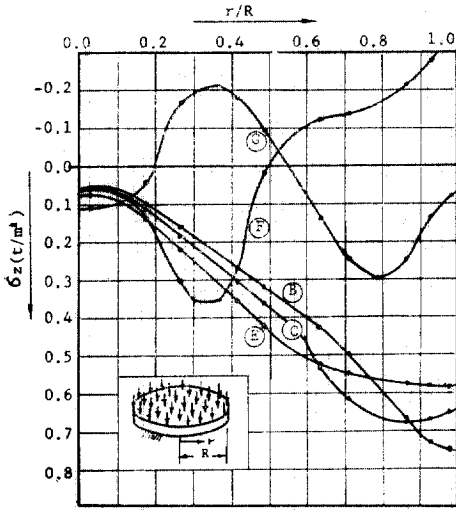


그림 4-4. Progression of normal stress σ_z beneath the circular plate resting on elasto-plastic soil medium under uniform load.

이 다소 감소하였다. 그러나 어느하중 이상에서는 F, G 처럼 급격히 그 양상이 변화하였다.

(2) 土性値의 變化에 따른 比較

그림 4-1 과 같은 Mesh 1 모델에 대하여 콘크리트 및 地盤의 성질을 나타내는 여러 값을 변화시켰을 때 荷重變位 曲線이 어떻게 영향을 받는지를 알아 보기로 하였다. 지반의 탄성계수 E 가 294kg/cm^2 , 98kg/cm^2 , 29.4kg/cm^2 일때 경화함수 H' 값을 0 으로 하고 C , ϕ 값을 지반의 성질에 가급적 일치하도록 함께 바꾸어 보았을때의 하중-변위 곡선을 보이고 있다.

여기서 지반탄성계수가 서로 다를때 통상적으로 두곡선이 교차하지 않는데 그렇지 않은 것은 점착력 C , 내부마찰각 ϕ 값의 정확여부를 확인해 볼 필요가 있다.

(3) 要素數의 增減 및 要素分割의 形態에 따른 比較^(5,6)

탄소성 지반위에 놓인 평판의 거동을 유한요소법으로 해석함에 있어서 요소수가 많고 적음과 요소분할 형태의 차이에 따른 결과가 어떻게 되는지 알아 보기로 한다.

그림 4-1의 mesh 1 모델과 그림 4-6의 mesh 2, mesh 3, mesh 4 및 mesh 5 모델에 대해서

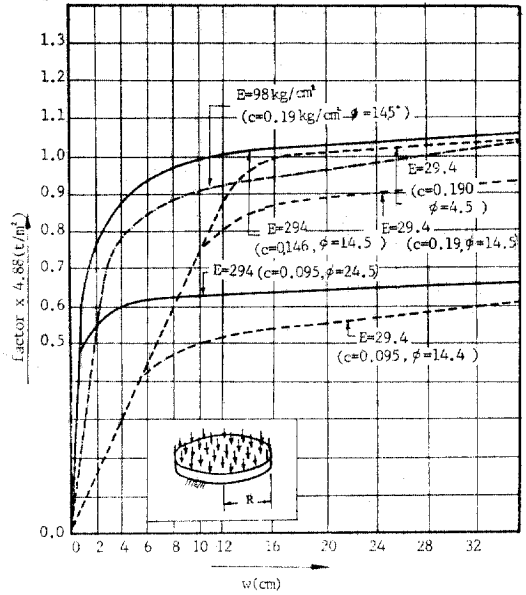


그림 4-5. Load-deflection curve varying E, c, ϕ of soil under uniform load

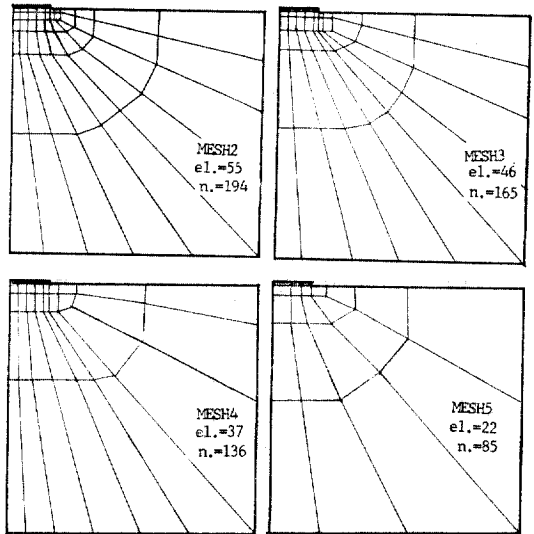


그림 4-6. Axisymmetric finite element model (Type A : Mesh 2-5)

荷重-變位 曲線을 그림 4-8에서 實線으로 나타내었으며, 그림 4-7에서 볼 수 있는 직사각형으로 분할한 mesh 6, mesh 7, mesh 8 및 mesh 9에 대한 荷重-變位 曲線을 그림 4-8에서 點線으로 나타내었다.

여기서 mesh 1, mesh 2, mesh 6, mesh 7

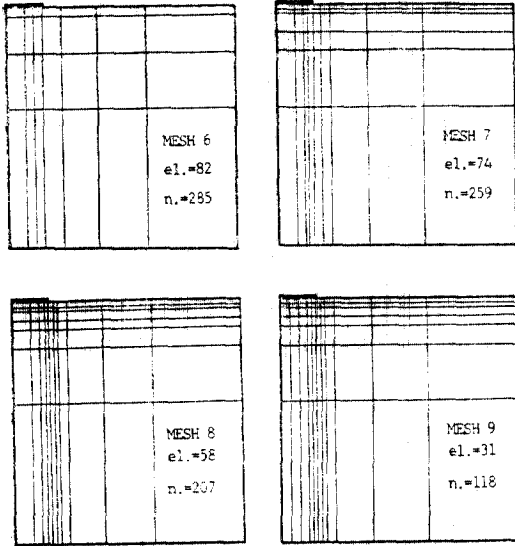


그림 4-7. Axisymmetric finite element model (Type B : Mesh 6-9)

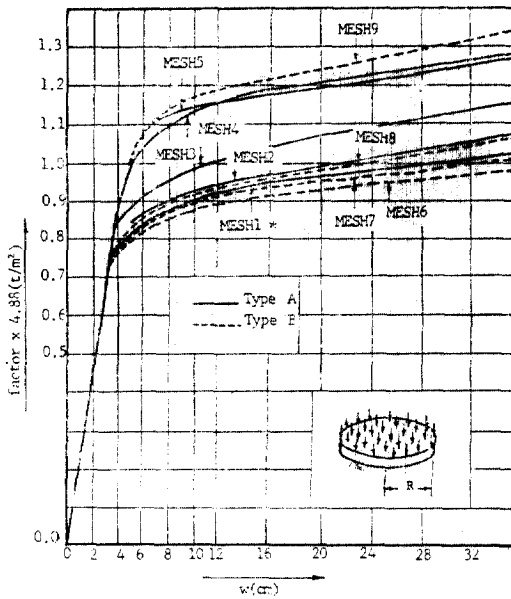


그림 4-8. Load-deflection curve varying mesh type under uniform load

및 mesh 8의 경우에 하중-침하곡선이 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

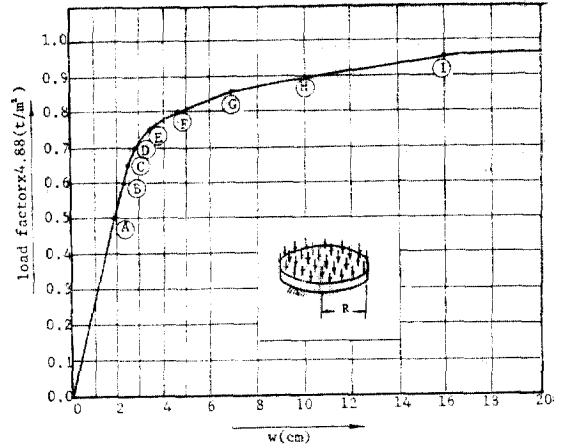


그림 4-9. Load-deflection curve of circular plate resting on elasto-plastic soil medium under a ring load

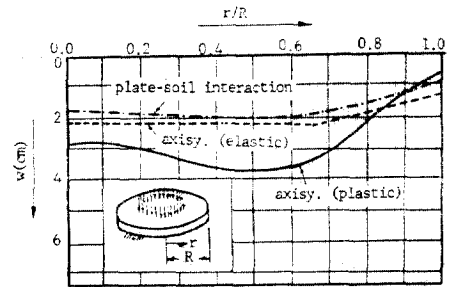


그림 4-10. Deflection of circular plate resting on elasto-plastic soil medium under a ring load

4-2. 例 P2-圓環荷重作用

彈塑性地盤위에 놓인 圓形인 平板의 중심점에서 335cm 떨어진 圓環에 線上荷重이 작용했을 때 그림 4-1과 같은 mesh 1 모델을 사용한 수치해석으로 平均중심점에서의 荷重-變位 曲線을 그림 4-9에서 볼 수 있으며, 비선형해석의 경향을 잘 보이고 있다.

그림 4-10는 2,177.3ton의 圓環荷重이 중심점에서 335cm 위치에 작용했을때의 平板-地盤 相互作用을 이용한 彈性解, 軸對稱問題로 본 彈性解 및 彈塑性解에 의한 半徑方向의 平均의 처짐曲線을 보여주고 있는데, 탄성해와 소성해가 40~90% 차이가 있음을 알 수 있다.

그리고 그림 4-11은 각 荷重 段階別 地盤의 塑性領域의 進行過程을 보여 주고 있으며, 그림

4-12는 平板의 요소내 가우스점에서의 塑性進領域의 行過程을 보이고 있다.

여기서 요소별 가우스점 기준으로 소성영역이 일어났을때 까맣게 표시하였으며, 소성영역이 중심축 둘레로 연결된 C점 이후에 상당히 하중이 증가해도 소성영역이 크게 확대했으나 평판 바로 밑 부분에서는 소성영역이 생기지 않았다.

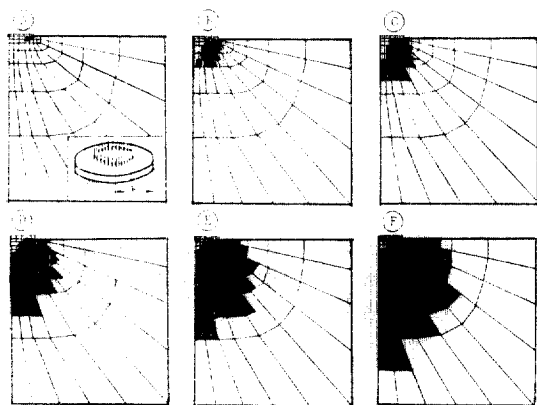


그림 4-11. Progression of yield zone of soil under a ring load

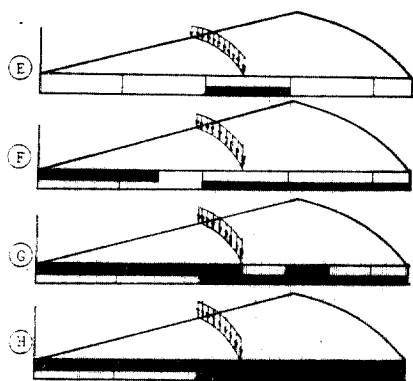


그림 4-12. Progression of yield zone of circular plate under a ring load

4-3. 比較檢討 및 考察

彈塑性 地盤위에 놓인 平板에 等分布荷重, 圓環荷重이 작용했을 때 數値解析 結果를 나타낸 여러 그림에 대한 비교, 검토 結果를 아래와 같이 기술한다.

○ 그림 4-2 및 그림 4-10의 荷重—처짐 曲線에서 보는 바와 같이 地반위에 놓인 원형

평판을 軸對稱 要素로 보고 塑性解析한 결과 非線型解析의 傾向을 잘 보이고 있었으며, 그림 3-2 및 그림 3-3에서 보는바와 같이 실험치와 처짐값에 대해서 5~16% 이내로 근사하고 있음을 알 수 있다.

○ 等分布荷重이나 圓環荷重의 증가에 따른 地반의 塑性領域이 그림 4-3 및 그림 4-11에서 보는바와 같이 平板 아래의 모서리부분에서 시작하여 점차로 중심축 밑부분으로 전개함을 볼 수 있었으며, 그림 4-3의 F時點, 그림 4-11의 C時點에서 볼 수 있는바와 같이 塑性領域이 중심축 둘레로 연결될 때 접지압의 분포가 급격히 변하여 전단 파괴의 위험성이 있다고 판단되고, 이 때의 외부하중을 臨界値로 정의할 수 있다.

○ 임계하중보다 큰 하중에 대한 평판의 거동에 대해서는, 等分布荷重으로 인한 地盤위에 놓인 平板에서는 塑性領域이 거의 발생하지 않았으나 그림 4-12에서 보는 바와 같이 圓環荷重 작용시에는 작용하중 아래 부분으로부터 소성영역이 진행되었다.

○ 평판에 등분포하중이 작용할 때 그림 4-4에서 볼 수 있는 바와 같이 平板아래에 있는 地盤要素의 垂直壓力은 중앙점에서는 적고, 모서리부분에서 매우 큰 값을 보이다가 臨界荷重 부근에 와서는 모서리부분에서 塑性變形으로 응력이 다소 줄어들고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 그 이상의 荷重에 대해서는 전단파괴로 인하여 응력의 분포가 갑자기 변하는 양상을 보이고 있다.

○ 그림 4-5에서 보는 바와 같이 地반의 내부마찰각 ϕ 가 작아지거나 점착력 C 가 커지면 그 크기가 작은 荷重에서 降伏하였다. 통상적 흙의 범위내에서는 일반적으로 성질이 다른 하중침하곡선들은 서로 교차하지 않는 것이 보통이다. 따라서 수치 해석으로 하중침하곡선을 그렸을 때 표준적인 地반의 다른 하중—침하곡선과 그림 4-5에서 보는 바와 같이 교차하는 結果를 주는 경우는 토성치의 측정과정에서 착오가 있음을 의심할 필요가 있다. 따라서 地반의 탄성계수, 점착력, 내부마찰각 등을 정확한 실험으로 구

해야 할 것이다.

○ Boussinesq 지반위 平板의 彈性解析의 경우에서는 문헌⁽²⁰⁾에서 보는 바와 같이 要素數 4 개 및 16 개에 따른 중앙점에서의 지반 변위의 차이가 3.4% 범위내에 불과했으나, 그림 4-8에서 보는 바와 같이 彈塑性 解析의 경우에는 要素數의 증감이 변위의 크기에 큰 영향을 미침을 알 수 있었다.

즉, type A의 경우 mesh 1(요소수 el. 64, 절점수 n. 223), mesh 2(el. 55, n. 194)에 대해서는 비슷한 하중에서 항복을 시작했으나, mesh 3(el. 46, n. 165)에 대해서는 10.5% 증가된 하중, mesh 3(el. 22, n. 85)에 대해서는 34.2% 증가된 하중에서 항복을 시작했다. 그리고 type B의 mesh 6 (el. 82, n. 285), mesh 7(el. 74, n. 259) mesh 8(el. 58, n. 207)도 mesh 1, 2와 비슷한 하중에서 항복을 시작했으나, mesh 9 (el. 31, n. 118)는 mesh 5와 비슷한 크게 증가된 하중에서 항복했다.

이는 특히 地盤아래에 있는 要素크기가 클수록 塑性領域에 도달하는 荷重이 큰 값을 필요로 하기 때문이며, 平板附近의 지반에 대해서 특히 좁은 간격으로 요소를 분할할 필요가 있다.

5. 結 論

본 논문은 Boussinesq 地盤型의 彈塑性體 地盤위에 놓인 圓形平板이 축대칭 하중을 받았을 경우의 거동을 파악하기 위하여 8節點 等媒介變數要素를 사용한 有限要素解析 方法을 이론적으로 발전시키고 이를 수행하기 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 이때 地盤의 降伏條件은 Mohr-Columb 降伏理論을 적용하였다.

理論의 정당성을 입증하기 위해 모형실험을 수행한 결과 數值解의 結果와 實驗結果가 근사함을 확인하였으며, 본 연구에서 얻은 몇가지 成果들을 결론으로 要約하면 다음과 같다.

1. Mohr-Columb의 破壞理論을 적용한 非線型解析을 수행한 결과로부터, 지반의 塑性領域이 圓板의 緣端附近에서 발생하기 시작하여 중심축둘레로 연결되었을 때 接地壓이 급격히 변

하여 剪段破壞의 위험성이 있다고 판단되고 이때의 외부작용하중을 臨界荷重으로 정의하였다.

平板의 塑性領域은 지반의 임계하중보다 더 큰 하중에서 발생하기 시작했으며 등분포하중 작용시에는 거의 생기지 않았다.

2. 彈塑性狀態에서의 地盤의 反力分布는 중심축에서 작고 모서리부분에서 큰 포물선형태로 된다. 그러나 외부하중이 臨界荷重을 넘어섰을 경우 反力分布의 양상은 급격한 변화를 일으키는 데, 그 원인은 地盤의 剪斷破壞로 인해 흙의 舉動이 갑자기 달라졌기 때문이라 판단된다. 破壞面의 추적은, 境界要素의 도입등을 문헌에서 볼 수 있으나 본 연구에서는 취급하지 않았다.

3. 等媒介變數를 이용한 彈性體地盤위에 놓인 平板의 有限要素解析의 경우에 要素數를 변화시켜도 平板의 중심선상의 沈下量의 변동이 없었으나, 彈塑性으로 본 地盤의 경우에는, 要素數 分割方法 및 要素數에 따라서 지대한 영향이 있음을 알았으며, 가능한 분할수를 증대시키고 地盤 바로 아래부분 및 모서리 附近에 특히 많은 要素分割을 할 필요가 있다.

4. 地盤위에 놓은 構造物의 即時沈下에 대한 연구범위에서 나아가서 壓密沈下를 고려한 彈粘塑性體모델에 대한 연구가 앞으로 있어야 될 것이다.

附 辭

이 論文은 峨山社會福祉事業財團의 1986年度 研究費 支援에 의하여 研究되었으며, 財團當局과 學術院 會員 이신 申永琦 博士님께 感謝를 드린다.

參 考 文 獻

1. Y.K. Cheung and O.C. Zienkiewicz, "Plates and Tanks on Elastic Foundations" *Inter. J. Solids Structures*, Vol. 4, 1965, pp. 451~461.
2. J.A. Hooper, "Analysis of a Circular Raft in Adhesive Contact with a Thick Elastic Layer" *Geotechnique* Vol. 24, No. 4, 1974, pp. 561~580.
3. W.D. Carrier and J.T. Christian, "Rigid Circular Plate Resting on a Non-homogeneous Elastic Half-space", *Geotechniques* Vol. 23, No. 1, 1973, pp. 67~84.

4. F.W. Beaufait and P.W. Headley, "Analysis of Elastic Beams of Nonlinear Foundations," *Computers & Structures*, Vol. 12, 1980, pp.669~676.
5. C.H. Keong and I.B. Donald, "Finite Element Techniques to Predict Collapse Loads of Foundation," *Proceedings of the International Conference on F.E.M.*, Shanghai, China, Vol. 1, 2~6, August, 1982, pp.341~347.
6. S.W. Sloan and M.F. Randolph, "Numerical Prediction of Collapse Loads Using F.E.M.," *Inter. J. for Numer. and Analy. M. in Geo.*, Vol. 6, 1982, pp. 47~76.
7. Y. Ichikawa etc. "Nonlinear Rheological Analysis for Rocklike Materials," *Proceedings of the Inter. Conference on F.E.M.*, China, Vol. 1, 1982, pp.382~387.
8. T.W. Lambe and R.V. Whitman, "Soil Mechanics", SI Version, 1979, John Wiley & Sons.
9. R.F. Craig, "Soil Mechanics", 2nd ed., 1978, Van Nostrand Reinhold.
10. V.I. Solomin, V.S. Kopeikin & S.B. Simatkov, "Numerical Solution for Nonlinear Problems of Relationship between Foundations and Soil Bases" *3rd Inter. Conf. on Num in Geo.* 1979, pp. 1033~1039.
11. J. Fedaa, "Stress in Subsoil and Methods of Final Settlement Calculation" Elsevier S.P. Co., 1978.
12. A.P.S. Selvadurai, "Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction", Elsevier S.P., Co., Ch. 1, 2, 6. 1979.
13. M. Kondo and G.B. Sinclair, "Stresses for an Elastic Half-space under a Titled Rigid Rectangular Footing," *Inter. J. for Numer. and Analy. M. in Geo.*, Vol. 6, 1982, pp.483~490.
14. O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method", 3rd ed., 1977, McGraw Hill.
15. W. Weaver and P.R. Johnson, "Finite Element for Structural Analysis", 1984, Prentice-Hall, pp.180~200.
16. J. Salencon, R.W. Lewis and H. Virlogeux, "Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics", 1977, John Wiley & Sons.
17. D.R.J. Owen and E. Hinton, "Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice," 1980, Pineridge Press.
18. R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity," 1950, Oxford University Press.
19. W.T. Koiter, "Stress-Strain Relations, Uniqueness and Variational Theorems for Elastic-Plastic Materials with Singular Yield Surface," *Quart. Appl. Math.*, 11, 1953, pp.350~354.
20. 金聲得, 申永琦 "彈性地盤上的 平板解析에 있어서 영향領域의 配分", 大韓土木學會論文集, 제 5 권 3 호, 1985, pp. 61~70.
21. 崔癸弼, "土木材料 試驗法과 解說 및 應用", 螢雪出版社, 1982, pp.486~510.

(接受: 1987. 8. 28)