

河川水質의 2次元 有限要素解析

Two-Dimensional Finite Element Analysis of Stream Water Quality

申 應 培*
Shin, Eung Bai
徐 承 源**
Suh, Seung Won

Abstract

Analyzed by using finite element method was 2-dimensional pollutant transport phenomenon considering longitudinal and lateral direction in river. The Galerkin's finite element method based on linear interpolation is used and triangle is adopted as an element.

In a number of model test attempts it has been demonstrated that the results calculated by the model are in good agreement with analytical solutions in a simplified channel where there is a known solution available.

Actual application of the model is attempted along the 9km reach of the Han River considering the influx of the Tan Cheon and the Joongryang Cheon. The resultant 2-dimensional BOD concentrations profile in the reach is exhibiting more realistically the field situations than conventional 1-dimensional models are.

要 旨

河川에서의 汚染物 擴散移送現象을 數值技法인 有限要素法을 利用하여 從·模方向성이 고려된 2次元으로 解析하였다. Galerkin의 加重殘差 有限要素法이 適用되었고, 線形補間函數와 三角形要素가 利用되었다.

模型의 妥當性を 입증하기 위해 單純化된 水路에서 檢定한 結果, 計算된 數值解가 正確解와 거의 一致하는 滿足스러운 結果가 導出되었으며, 實際適用은 開發事業後의 漢江本流 9km 區間에서 試圖하여 炭川과 中浪川의 支流 影響을 받는 BOD 濃度分布가 2次元的으로 圖示되어 1次元模型에 依한 分布보다 實狀況을 더욱 잘 模擬하고 있다.

1. 序 論

水域의 局部的인 地形特性을 고려한 흐름현상과 汚染物의 擴散移送現象을 精確하게 이해하는

것은 水資源의 효율적인 管理와 汚染負荷變化에 따른 水質汚染 저감대책을 수립하는데 유용하게 이용되어 環境政策樹立에 귀중한 정보를 제공하 게 된다.

水質豫測과 管理에는 水域에 따라 변화되는 제반인자를 쉽게 반영할 수있는 水質豫測 數值

* 正會員·韓國科學技術院 環境工學研究室長

** 正會員·韓國科學技術院 環境工學研究室研究員

模型이 널리 이용되고 있으며 國內에서는 韓國科學技術院에서 1981년부터 QUAL-II⁽¹⁶⁾, USGS⁽²⁾, WQRRS⁽¹⁷⁾와 같은 개발된 模型을 漢江에 적용하여 水質管理에 대한 數值模型의 有用성을 제시한 바 있으며^(23,24), 環境廳에서는 1983년부터 1986년에 걸쳐 全國 環境保全 長期 綜合計劃을 樹立하면서 主要河川에 대해 QUAL-II 模型을 적용하여 2000年代의 目標水質에 도달키 위한 水質管理 計劃案을 마련하였다^(26,27,28)

지금까지 개발되어 河川에서 適用되고 利用된 水質管理模型은^(2,16,17) 하천의 임의의 흐름단면에 대해 汚染物이 完全히 混合되었다는 假定下에 1次元的으로 解析하고 있으므로 河幅이 큰 河川에서 支流의 流入에 따른 變化와 模擴散의 영향이 무시되고 있는 제약점이 있다. 그리고 대부분의 河川水質模型들은 定常狀態의 水質斷面을 模擬하기 때문에 時間에 따라 급히 변화되는 상황은 시뮬레이션할 수 없고 특히, 降雨初期에 都市流出水의 축적된 汚染物 放流에 따른 河川水質問題와 같은 非定常狀態의 水質豫測은 불가능하므로 이의 解析과 適定 許容汚染負荷量의 結定에는 非定常狀態의 模型이 요구된다⁽³⁾.

실제현상에 부합하기 위하여서는 非定常의 3次元 模型이 要求되지만 이의 解析에는 상당한 노력과 시간이 요구되어지며 특히, 河川에서 水深方向의 混合은 從・模方向의 混合에 비해 무시할 수 있을 정도로 빨리 이루어지므로⁽⁷⁾ 水深方向에 대해 積分을 취한 2次元 模型을 이용하므로써 自然現象에 근접하게 模擬할 수 있다.

本 研究은 河川에서의 흐름현상과 汚染物의 擴散移送現象에 대해 數值技法을 이용한 2次元 解析을 시도하여 河川에서의 汚染物輸送에 보다 現實的인 結果를 導出코자 시도하였다. 그리하여 放流點 下流部에서의 汚染의 영향을 최소화할 수 있도록 局地的인 特性이 고려된 適定廢水放流點의 選定等 水質管理의 도구로 活用토록 한다.

數值技法으로는 不規則한 河川에 適用성이 뛰어난 有限要素法을 導入하여 解析하며, 計算은 個人用 컴퓨터에서 遂行하여 活用性 증진을 도모하고 計算結果의 判讀을 용이하게 하였다.

模型을 漢江本流의 蠶室大橋와 盤浦大橋사이

의 9km 區間에 適用하므로써 炭川과 中浪川의 支流流入에 따라 變化되는 BOD 濃도가 2次元的으로 解析되었다.

2. 模型의 定立

2-1. 支配方程式

自然河川에서의 흐름과 汚染物의 輸送解析을 위해 前述한 바와 같이 本研究에서는 水表面과 河床사이의 變動을 無視한 즉, 水深에 대해 積分을 취한 2次元 模型을 利用한다. 2次元的으로 表現하기 위하여 물은 非壓縮性이고 연직의 流速成分과 加速成分을 無視하고 바람의 영향을 고려하지 않으며 깊이에 따른 변동성분은 평균치로 대표한다는 가정을 한다.

2次元的인 連續方程式, 運動量方程式 그리고 汚染物輸送方程式의 표현은 다음과 같다^(10,12,25).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \tau_{bx} - \varepsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{\rho h} \tau_{by} - \varepsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) = b \quad (4)$$

여기서,

- ζ : 임의의 基準面에 대한 水面變位,
- H : 河床으로부터 水面까지의 全水深,
- t : 時間
- x, y : 직각좌표계의 方向成分
- u, v : x, y 方向의 平均流速
- g : 重力加速度
- ρ : 물의 密度
- h : 河床으로부터 基準面까지의 거리,
- $h = H - \zeta$

τ_{bx}, τ_{by} : x, y 方向의 河床磨擦應力

ε : 渦粘性係數

C : 汚染物의 濃度

$D_x D_y$: x, y 方向의 擴散係數

b : 汚染物의 生成 또는 消滅項

2-2. 有限要素式의 展開

위의 式 (1)~(4)와 같은 偏微分方程式을 풀이 하므로써 水域에 대한 흐름과 汚染物의 運動을 把握할 수 있으나 解析의 으로 풀이되는 경우는 특수한 경우에 한정된다.

本 研究에서는 不規則한 自然河川의 境界適用에 뛰어난 有限要素法으로 解析하였으며, 式 (1)~(4)을 有限要素式으로 展開하면 다음과 같다.

2次元 有限要素解析에서 補間函數를 $\phi_j(x, y)$ 라 하면 이는 空間을 나타내는 基本函數가 되고 이를 利用하여 式 (1)~(4)의 未知值인 流速, 水深 그리고 濃度를 近似解로 表現하면 式 (5)~(9)와 같이 各 有限要素에 대해 時間과 空間의 函數로 表現된다⁽¹⁴⁾.

$$\hat{u} \cong \sum_{j=1}^M u_j(t) \phi_j(x, y) \quad (5)$$

$$\hat{v} \cong \sum_{j=1}^M v_j(t) \phi_j(x, y) \quad (6)$$

$$\hat{\zeta} \cong \sum_{j=1}^M \zeta_j(t) \phi_j(x, y) \quad (7)$$

$$\hat{h} \cong \sum_{j=1}^M h_j \phi_j(x, y) \quad (8)$$

$$\hat{C} \cong \sum_{j=1}^M C_j(t) \phi_j(x, y) \quad (9)$$

여기서 $\hat{}$ 은 近似解를 의미하고 M 은 有限要素內의 節點의 數이다.

本 研究에서는 有限要素로 三點三角形 要素를 利用하며, 補間函數로는 다음 式과 같은 線形補間函數를 利用하여 Galerkin의 加重殘差方法을 適用한다.

$$\phi_j(x, y) = \alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y \quad (10)$$

여기서 α_j, β_j 및 γ_j 는 결정되어져야 할 常數이다.

Galerkin 方法은 基本函數인 $\phi_j(x, y)$ 를 加重函數로 취하고 式 (5)~(9)로 表現되는 近似解를 支配方程式인 式 (1)~(4)에 代入했을 때의 殘差와 加重函數의 內積이 0이 되는 것이므로, 이를 利用하여 有限要素에 대한 式을 수립하면 다음과 같은 行列式을 얻는다.

$$[M] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F_1\} \quad (11)$$

$$[M] \{\dot{C}\} - [P] \{C\} = \{B\} + \{F_2\} \quad (12)$$

式 (11)은 連續方程式과 運動量方程式을 組合한 것이고, 式 (12)는 汚染物의 擴散移送方程式을 有限要素法으로 展開하여 行列式으로 表現한 것이다.

여기서 q 는 未知值인 ζ, u, v 를 나타내며, 行列 $[M]$ 의 임의의 要素 $M_{ij} = \iint \phi_i \phi_j dA$ 이고 $\{F_1\}$ 은 式 (2), (3)의 有效剪斷應力項을 Green 定理로 展開하였을 때 수반된 線積分을 列벡타로 表現한 것이고 $[K]$ 는 式 (1)~(3)에서 時間微分項을 제외한 項들을 組合한 것으로 要素는 다음과 같다.⁽²⁰⁾

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ k_4 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서

$$k_1 = \iint \left\{ \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \left(\sum_{k=1}^M u_k \phi_k \right) \phi_i + \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \left(\sum_{k=1}^M v_k \phi_k \right) \phi_i + \phi_j \left(\sum_{k=1}^M u_k \frac{\partial \phi_k}{\partial x} \right) \phi_i + \phi_j \left(\sum_{k=1}^M v_k \frac{\partial \phi_k}{\partial y} \right) \phi_i \right\} dA$$

$$k_2 = \iint g \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \phi_i dA$$

$$k_3 = \iint \left\{ \left(\sum_{k=1}^M u_k \phi_k \right) \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \phi_i + \left(\sum_{k=1}^M v_k \phi_k \right) \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \phi_i + \varepsilon \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right) + \frac{f_r \left[\left(\sum_{k=1}^M u_k \phi_k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M v_k \phi_k \right)^2 \right]^{1/2}}{\sum_{k=1}^M (\zeta_k + h_k) \phi_k} \phi_j \phi_i \right\} dA$$

$$k_4 = \iint g \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \phi_i dA$$

여기에서 f_r 은 河床磨擦을 나타내는 係數로서 Manning의 조도계수를 고려하였을 때 $f_r = \frac{g \cdot n^2}{R^{1/3}}$ 이다.

式 (12)에서의 行列 $[P]$ 의 임의의 要素 P_{ij} 는 다음과 같다.

$$P_{ij} = - \iint \left\{ \left(\sum_{k=1}^M u_k \phi_k \right) \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \phi_i + \left(\sum_{k=1}^M v_k \phi_k \right) \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \phi_i + D_x \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + D_y \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right\} dA$$

또한 벡타 $\{B\}$ 는 式 (4)의 우변 b 를 조합한 것을, $\{F_2\}$ 는 式 (4)의 擴散項을 Green 定理로 展開할 때 수반되는 線積分을 의미한다.

式 (11)과 (12)는 하나의 要素에 관한 式이므로 對象水域에 대한 解析을 위하여 全領域으로 組合하면 다음의 行列式을 얻을 수 있다.

$$[M_G]\dot{Q} + [K_G]Q = \{F_{G1}\} \quad (14)$$

$$[M_G]C - [P_G]C = \{B_G\} + \{F_{G2}\} \quad (15)$$

여기에서 첨자 G 는 式 (11), (12)의 行列과 벡터를 全領域에 대하여 組合한 것을 의미하고 \dot{Q} , Q , C 및 C 는 $\{q\}$, $\{q\}$, $\{C\}$ 및 $\{C\}$ 를 조합한 것을 나타내며 여기서 \cdot 은 時間微分을 의미한다.

2-3. 時間積分

本 研究에서는 汚染物의 濃度, 流速 및 水深이 時間과 空間에 따라 變化한다고 가정한 不定流理論에 입각하여 式을 展開하였으므로 式 (14)와 (15)에 時間微分項이 포함되어 있다. 따라서 이 項에 대한 積分이 필요하며 積分方法으로는 보통 有限差分技法이 應用된다.^(14,15)

有限差分方式을 利用한 時間積分 方法으로는 時間進行法(time marching method)이 보편적이며 이 方法은 陰解法(implicit method)과 陽解法(explicit method)으로 區分된다. 式 (14)의 $[K_G]$ 와 같이 非線形項을 포함하고 있을 때는 陽解法을 이용하는 것이 計算時間을 단축할 수 있고 그 精度를 높일수 있는 반면⁽⁶⁾, 式 (15)의 경우는 陰解法을 이용하는 것이 微少時間增分の 값을 크게 할 수 있고 安定한 解를 구할수 있으므로⁽⁹⁾ 本 研究에서는 式 (14)의 경우 陽解法중 2段階 Lax-Wendroff 方式을, 式 (15)에는 陰解法중 Crank-Nicolson 方式을 利用하였다.

2段階 Lax-Wendroff 方式으로 式 (14)를 積分하면 다음 式과 같이 된다.

$$[M_G]Q^{n+1/2} = [M_G]Q^n - \frac{\Delta t}{2} ([K_G]Q^n - \{F_{G1}\}) \quad (16)$$

$$[M_G]Q^{n+1} = [M_G]Q^n - \Delta t ([K_G]Q^{n+1/2} - \{F_{G1}\}) \quad (17)$$

윗식은 좌변의 分散된 質量行列 $[M_G]$ 에 의하여 計算時間이 길어지므로 完全한 陽解法으로 應用하기 위해 이를 다음 식과 같이 質量集中行列(lumped mass matrix)로 변환하여 積分하므로써 計算時間을 短縮할 수 있다.^(6,19)

$$[\bar{M}_G]Q^{n+1/2} = [M_G]Q^n -$$

$$\frac{\Delta t}{2} ([K_G]Q^n - \{F_{G1}\}) \quad (18)$$

$$[\bar{M}_G]Q^{n+1} = [M_G]Q^n - \Delta t ([K_G]Q^{n+1/2} - \{F_{G1}\}) \quad (19)$$

여기에서 n 은 時間積分點을 의미하고 Δt 는 積分時間增分을 나타내고 다음의 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy)安定條件에 제약을 받는다.^(6,15)

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{2} \sqrt{gh}} \quad (20)$$

이때의 Δx 는 有限要素의 가장 작은 변의 길이이다.

式 (18), (19)의 質量集中行列은 式 (21)과 같은 個個의 有限要素에 대한 것을 組合하면 全體行列 역시 對角線上에만 그 값이 存在하는 對角行列(diagonal matrix)로 表示된다.⁽¹⁹⁾

$$[M] = \frac{A_s}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서 A_s 는 임의의 有限要素面積이다.

式 (15)에 대한 積分으로 陰解法의 일종인 Crank-Nicolson 方式을 適用하면 다음과 같은 式을 유도할 수 있다.

消滅項을 고려하지 않는 경우는:

$$\left([M_G] - \frac{\Delta t}{2} [P_G] \right) C^{n+1} = \left([M_G] + \frac{\Delta t}{2} [P_G] \right) C^n + \Delta t \{F_{G2}\} \quad (22)$$

와 같이 표시되며 水溫이나 BOD와 같은 일반적인 非保存性物質과 같이 汚染物이 式 (23)의 관계로 線形的으로 消滅할 때는 式 (24)와 같이 표시될 수 있다.

$$b = -rC \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(1 - \frac{\Delta t}{2} r \right) [M_G] - \frac{\Delta t}{2} [P_G] \right) C^{n+1} \\ & = \left(\left(1 + \frac{\Delta t}{2} r \right) [M_G] + \frac{\Delta t}{2} [P_G] \right) C^n \\ & + \Delta t \{F_{G2}\} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 r 은 消滅率을 나타낸다.

3. 模型의 檢定

前述한 흐름의 基本方程式과 汚染物의 輸送方程式에 有限要素法을 應用하는 것과 computer algorithm을 증명하기 위해 正確解를 구할 수

있는 單純化된 水路에 本 模型을 適用하여 計算된 數值解와 正確解를 比較하였다.

흐름현상을 표현하는 式 (1)~(3)의 連續方程式과 運動量方程式에 대한 檢定은 本 論文에서는 생략하고(參考文獻 20, 25 參照), 汚染物輸送方程式에 대한 檢定을 汚染物의 消滅을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 두가지로 解析하였다.

3-1. 消滅項을 고려하지 않은 일차원 物質輸送方程式

重金屬등과 같이 미소하게 消滅되는 일반적인 保存性 汚染物質의 拳動은 式 (4)의 右邊항을 고려하지 않음으로써 해석가능하고 이의 拳動을 일차원적으로 표현하는 擴散移送方程式은 式(4)의 이차원 방정식에서 $v=0$, $D_y=0$ 그리고 $b=0$ 로 취하므로써 다음과 같은 式을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = 0 \quad (25)$$

一次元系에서의 濃度 $C(x, t)$ 가 다음의 初期條件과 境界條件을 만족한다면

$$\begin{aligned} C(x, 0) &= 0, \quad x > 0 \\ C(0, t) &= C_{in}, \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$C(x \rightarrow \infty, t) = 0, \quad t \geq 0$$

式 (25)에 대한 正確解는 다음과 같다^(6, 11).

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_{in}} &= \frac{1}{2} \exp\left(\frac{ux}{D_x}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x+ut}{2\sqrt{D_x t}}\right) \\ &+ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-ut}{2\sqrt{D_x t}}\right) \end{aligned} \quad (27)$$

여기에서 $\operatorname{erfc}(\xi) = 1 - \operatorname{erf}(\xi)$ 이며, error 函數

$$\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-x^2} dx \text{ 이다.}$$

그림 1 과 같이 單純化된 水路의 幅을 40m, 長이를 340m, 水深을 4m 그리고 바닥경사를 0.001로 假定한 一次元水路의 全領域에서 流速이 一定하게 2m/s로 分布되어 있고 上流境界에서 連續적으로 C_{in} 의 濃度가 注入되었을때 二次元 模型을 適用하여 計算한 數值解와 式 (27)의

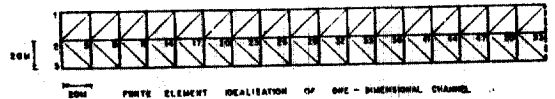
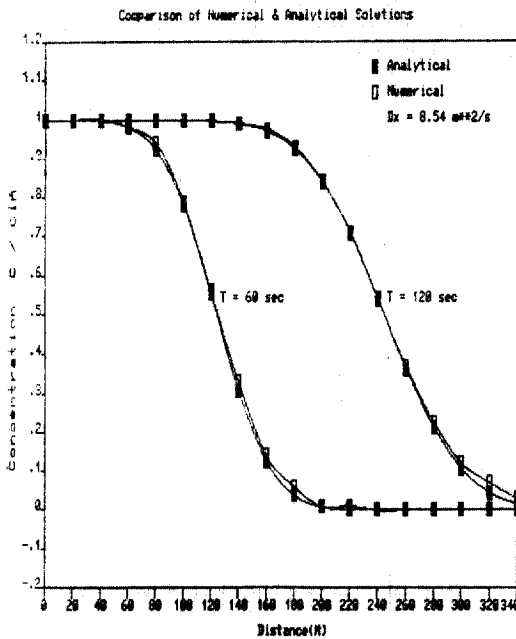
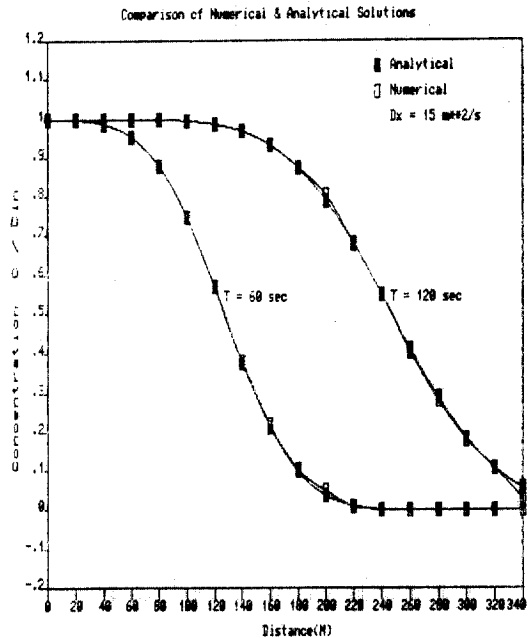


그림 1. 單純化된 水路의 離散化



(a)



(b)

그림 2. 消滅을 고려하지 않은 物質輸送方程式의 檢定 (a) $D_x=8.54\text{m}^2/\text{s}$, (b) $D_x=15.0\text{m}^2/\text{s}$

正確解를 比較한 것이 그림 2와 같다. 이때 數值解는 水路의 中心線上 節點 2~53의 結果이며, 微少時間增分 Δt 를 10 秒로 취하여 60 秒와 120 秒가 경과하였을 때의 濃度變化를 圖示하였다.

3-2. 消滅項을 고려한 일차원 物質輸送方程式

水溫이나 BOD와 같이 汚染物이 흐름내에서 保存되지 않고 消滅하거나 生化學的 作用을 하는 項目을 本 模型을 利用하여 模擬할때 模型의 妥當性을 확인하기 위해 앞에서 適用한 水路에 대해 檢定을 實施하였다.

消滅을 고려한 일차원 擴散移送方程式은 基本方程式인 式 (4)에서 橫方向의 移送과 擴散을 無視하여 $v=0$, $D_y=0$ 로 취하면 다음의 式 (28)이 유도된다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = -rC \quad (28)$$

여기에서의 係數 r 은 수온인 경우 水表面에서의 열교환 消滅率을 나타내고, BOD인 경우는 질산화에 의한 제거와 저질에 의한 영향을 무시하고 消滅率을 간주한 河川水內의 BOD 消

滅率을 의미하며, 이때의 消滅率은 自然河川에서의 BOD 解析時 高次반응으로 고려하는 것이 더욱 좋은 結果를 유도할 수도 있으나 통상적으로는 線形的으로 일어난다고 간주되므로 本 研究에서도 消滅이 線形的으로 일어난다고 가정하였다. 이 式에 대한 正確解는 水溫에 대해서 係數 r 을 水表面의 熱交換 消滅率로 간주하고 初期條件과 境界條件이 $C(x, 0)=0$, $C(0, t)=C_{in}$, $C(x \rightarrow \infty, t)=0$ 일때 Laplace 變換을 利用하여 구한 結果가 다음과 같다⁽¹³⁾.

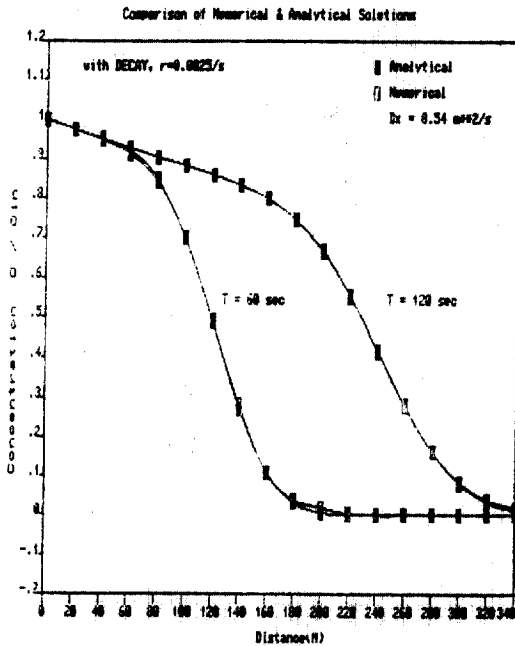
$$\frac{C}{C_{in}} = \frac{1}{2} \left\{ \exp \left[\frac{ux}{2D_x} (1+\mu) \operatorname{erfc} \left(\frac{x+ut\mu}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right] + \exp \left[\frac{ux}{2D_x} (1-\mu) \operatorname{erfc} \left(\frac{x-ut\mu}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right] \right\} \quad (29)$$

여기서 $\mu = \sqrt{1+4rD_x/u^2}$ 이다.

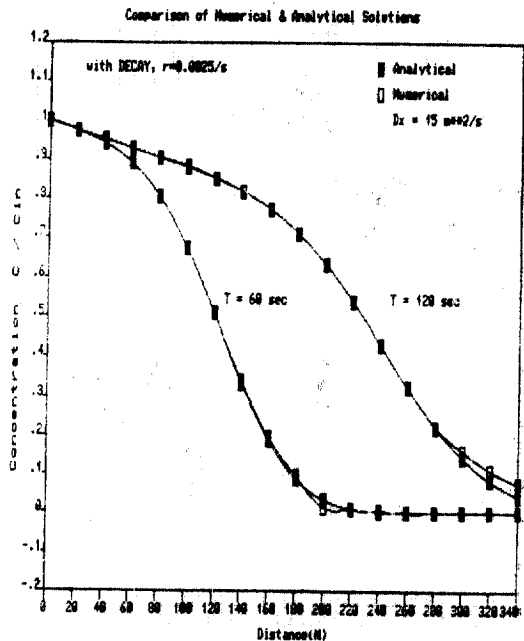
그림 1과 같은 水路에서 式 (24)의 2次元 模型을 適用하여 計算한 結果와 위의 正確解를 比較한 것이 그림 3에 圖示되었다.

3-3. 擴散係數

河川에서의 從擴散에 대한 研究은 지난 20여 년간 계속 研究되어 왔으며, 擴散現象이 水理學



(a)



(b)

그림 3. 消滅을 고려한 物質輸送方程式의 檢定 (a) $D_x=8.54\text{m}^2/\text{s}$, (b) $D_x=15.0\text{m}^2/\text{s}$

의인 많은 인자의 영향을 받고 있으므로 간단히 결정되지는 않는다^(18, 22). 지금까지 많은 사람들이 研究한 바에 따르면 다음의 두가지로 區分할 수 있다^(1, 18). 첫째는 水深과 剪斷流速과의 관계로 표현하였고, 둘째는 水深과 水體의 單位質量의 에너지 減少로 표현하였다. 즉,

$$D_x = \beta u_* h \quad (30)$$

$$D_x = \delta E^{1/3} h^{4/3} \quad (31)$$

여기서 u_* 는 剪斷流速(\sqrt{gRS} , R 은 動水半徑, S 는 河床傾斜)이며 $E = u_* S g$ (S 는 에너지傾斜)이고 β 와 δ 는 係數로 研究者들에 따라 相異なる 값을 갖는다. β 의 값으로 Elder는 5.93 그리고 비근한 例로 Glover는 500 정도 까지로 취한 경우도 있다^(1, 18). δ 의 값으로는 Thackston과 Krenkel이 각각 6.09와 5로 취하여 보고한 예가 있다^(11, 18). 이와같이 擴散係數의 正確한 算定에 대해서 완벽하게 實驗된 研究는 없으나 研究者에 따라 變化를 보이는 것은 河川流速의 橫方向 變動에 기인되어 擴散이 增加되는 것으로 판단된다.

그리고 비록 지금까지는 河川에서 2次元 水質模擬模型이 1次元에 비해 폭넓게 사용되고 있지는 않지만 橫擴散에 관한 研究는 꾸준히 진행되고 있다. 橫擴散係數 역시 水深과 剪斷流速의 관계로 표현되기도 하고 河幅이 고려되기도 한다^(7, 18).

또한 消滅率을 고려할 때와 같은 특정한 경우에는 擴散 영향이 無視되는 경우도 있으며 Ruthven은⁽¹⁶⁾ 이에 대한 영향을 조사하여 다음과 같이 단순하게 表現하였다.

$$\frac{rD_x}{u^2} < \frac{1}{23} \quad (32)$$

위의 條件이 만족된다면 擴散이 無視되어도 濃度曲線의 變化는 크게 영향을 받지 않는다고 하였다.

그러나 數值模型을 應用할 때 주의할 점은 基本 支配方程式을 近似化시킬 때 數值的인 誤差가 수반되며 移送項의 영향을 받은 假想의 人爲的인 擴散 영향(artificial dispersion effect)이 발생하게 된다^(4, 15). 즉, 數值的인 擴散은 格子의 間隔, 時間間隔 및 流速의 영향을 받으며 Courant의 數로 알려진 $u\Delta t/\Delta x$ 가 1로 근접할 때

誤差를 극소화시켜 數值的인 擴散을 제거할 수 있다⁽¹⁵⁾. 따라서 數值模型을 利用하여 汚染物의 輸送을 解析할 때는 格子間隔과 時間間隔을 適切히 조절하여 人爲的인 擴散을 제거하는 것이 제안된다.

本 模型檢定實驗에서는 흐름방향의 擴散係數로 Krenkel이 제안한 式에 의해 $8.54\text{m}^2/\text{s}$ 와 이보다 큰 $15\text{m}^2/\text{s}$ 를 선택적으로 선정하여 適用하였다.

3-4. 模型檢定結果

前述한 方法에 의한 本 2次元 模型을 汚染의 消滅을 고려한 경우와 고려하지 않은 두가지 경우에 대해 檢定한 結果 數值解와 正確解가 만족스럽게 거의 一致하므로 模型이 妥當하다고 판단되고 保存性뿐만 아닌 非保存性 汚染物質에 대한 실제의 解析 可能性이 示唆된다. 그러나 模型에 利用되는 擴散係數와 格子間隔, 時間間隔등이 解의 安定성과 結果에 영향을 미치므로 실제 적용에는 物理的인 인자 뿐만아닌 數值的인 요소까지도 고려된 解析이 제안된다.

4. 模型의 適用

模型의 適用對象水域으로 河幅이 900m 정도로 상당히 넓으며, 증가되는 都市化와 産業化에 따라 각종 生活下水와 産業廢水에 의해 汚染의 정도가 비교적 높은 炭川과 中浪川이 流入되는 開發事業後의 漢江本流部를 택하였다. 上·下流의 境界를 각각 蠶室大橋와 盤浦大橋로 취하여 약 9km 區間에 대한 支流 流入으로 인한 BOD 濃度分布와 擴散舉動을 解析하였다.

그림 4와 같이 對象水域을 總 247개의 有限要素와 161개의 節點으로 離散化시켰고, 河床 斷面資料는 改修後의 資料를⁽²¹⁾ 利用하였다. 低水路幅은 上·下流에서 各各 987m와 843m이고, 計劃河床高는 1.05m와 -0.02m이다. 따라서 上下流 사이의 平均河床傾斜는 1.18×10^{-4} 이며 各節點에서의 河床地盤高는 이에 따라 變化되는 값으로 하였고, 또한 이 구간의 粗度係數로는 0.023을 취하였다.

境界條件으로 이용된 流量과 濃度資料는 漢江流域 環境保全綜合計劃報告書⁽²⁶⁾에서 인용한 것으로 팔당댐의 放流量이 $360\text{m}^3/\text{s}$, 王宿川과 炭

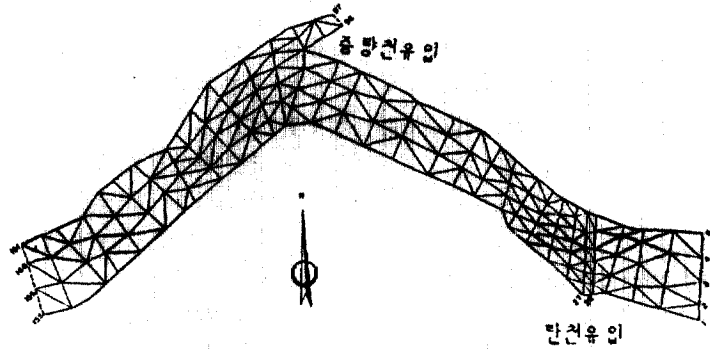


그림 4. 對象水域의 離散化

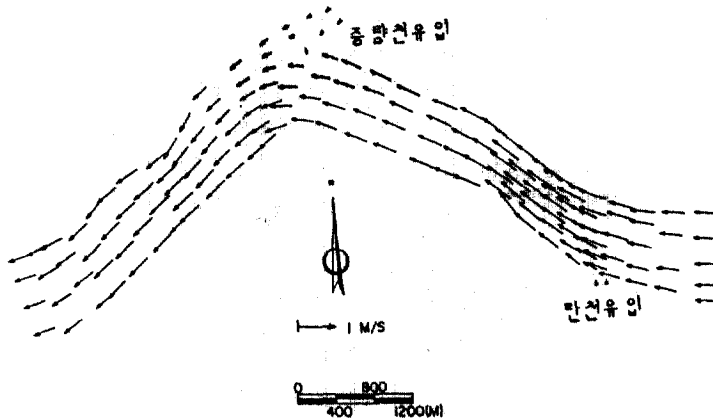


그림 5. 定常狀態의 流速分布

川, 中浪川의 流量이 각각 $1.4\text{m}^3/\text{s}$, $3.0\text{m}^3/\text{s}$ 그리고 $17.5\text{m}^3/\text{s}$ 일때 이들 이외의 流量變化가 없다고 간주하여 上流의 流量을 $361.4\text{m}^3/\text{s}$ 그리고 下流의 流量을 $381.9\text{m}^3/\text{s}$ 로 하였다. 그리고 이때의 實測汚染度는 水質指標로 이용되는 BOD 5 濃度가 上流境界에서 0.3ppm, 炭川과 中浪川의 流入濃度가 27ppm 과 50ppm 이다. 또한 이때 사용된 BOD 減少率은 0.1/day 로 하였고 縱·橫方向의 擴散係數는 $8.0\text{m}^2/\text{s}$ 와 $0.08\text{m}^2/\text{s}$ 를 취하여 解析하였다.

上記의 基本資料를 適用하여 흐름이 定常狀態 일 때의 流速分布를 그림 5에 圖示하였다. 그림 6과 7에는 5時間後와 15時間이 경과한 定常狀態에 도달한 BOD 濃度分布가 2次元의으로 圖示되었으며 이때 적용된 初期條件은 흐름의

경우 全有限要素節點에서 流速과 水位의 變化를 0으로 취한 cold start 條件이고 BOD 濃度の 初期條件은 全水域에서의 濃度を 상류단境界의 濃度인 0.3ppm 을 대입한 結果이다. 여기서는 模型의 適用性和 活用性を 提高하고자 計算을 小形컴퓨터에서 遂行하였으며, 計算結果 역시 쉽게 出力할 수 있고 判讀이 용이하도록 大形컴퓨터에서 calcomp plotter 를 이용하여 等高線을 作圖할때의 補間概念을 도입하여 環境廳의 現行 水質基準 等級別로 圖示하였다.

本 研究에서 適用된 區間內의 水質測定資料가 없어 實測值와의 比交는 불가능하지만 그림 6, 7에서 보는 바와 같이 支川의 영향을 받는 汚染度가 2次元의으로 圖示되어 支川의 流入後 汚染物이 完全히 混合된다는 假定하에 展開된 기

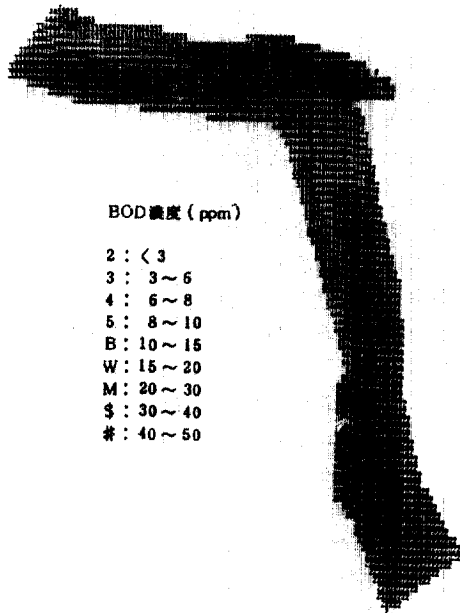


그림 6. 計算된 BOD 濃度分布(5 시간 경과후)

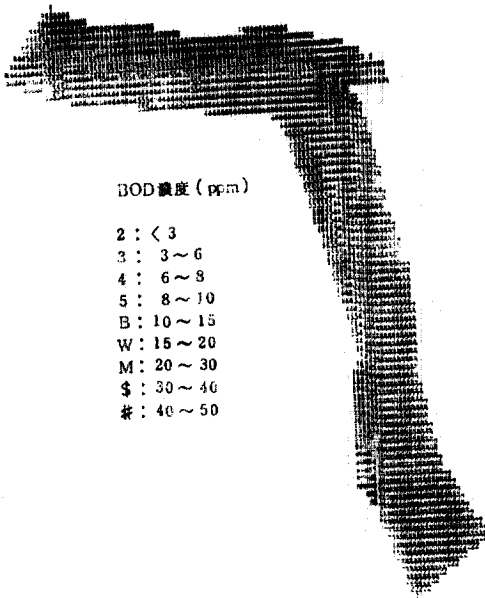


그림 7. 計算된 BOD 濃度分布(定常狀態)

존 1次元模型的 制限點을 排除하고, 炭川이 合流된 後와 같이 汚染物이 混合되는데는 상당한 거리가 요구되는 등의 實際狀況과 付合되는 結果를 導出할 수 있음을 나타낸다.

5. 結 論

2次元 흐름의 基本方程式과 擴散移送方程式에 有限要素法을 導入하여 模擬한 結果를 간추리면 다음과 같다.

첫째, 單純化된 水路에서의 模型檢定結果 數值解의 濃度曲線中間點은 水路에서의 平均流速으로 下流로 이동되며 이는 理論的인 結果와 잘 부합되고⁽⁶⁾, 數值解와 正確解가 거의 一致하는 만족할만한 結果가 導出되어 模型의 妥當성이 입증된다.

둘째, 本 模型을 適用하므로써 BOD 以外の 일반적인 非保存性物質과 또한 保存性物質의 2次元 擴散移送解析도 용이하게 이루어질 것으로 사료되며,

셋째, 실제 適用성이 示唆되므로써 河川뿐만 아닌 河口나 貯水池등에서의 活用도 시도될 수 있을 것이라 판단되고,

네째, 小形 컴퓨터에서의 活用이 가능하며 2次元的인 解析을 통하여 局部的인 水域特性이 반영된 縱·橫擴散의 영향이 고려되므로써 보다 상세한 정보를 제공할 수 있어 水資源의 效率的인 管理와 水質管理對策의 有用한 道具로 이용될 수 있을 것으로 期待된다.

參 考 文 獻

1. Bansal, M.K., "Dispersion in Natural Streams," *J. of Hyd. Div., ASCE*, Vol. 97, No. HY 11, Nov., pp. 1867~1886, 1971.
2. Bauer, D.P., and Jennings, M.E., *One Dimensional Steady-State Water Quality Model*, USGS, Water Resources Investigations, St. Louis, Miss., 1971.
3. Bedford, K.W., Sykes, R.M. and Libicki, C., "Dynamic Advective Water Quality Model for Rivers," *J. of Environmental Engineering Division, ASCE*, Vol. 109, No. 3, June, pp. 535~554, 1983.
4. Bella, D.A., and Grenney, W.G., "Finite-Difference Convection Errors," *J. of Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 96, No. SA 6, pp. 1361~1375, 1970.

5. Cochet, J.F., Dhatt, G., and Hubert, G., "Thermal Discharge Analysis in St-Lawrence River by Finite Elements: A Case Study," in *Finite Elements in Water Resources, Proceedings of the 4th International Conference*, Hannover, Germany, 1982.
6. Daily, J.W., and Harleman, D.R.F., *Fluid Dynamics*, Addison-Wesley Co., 1966.
7. Fisher, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, T., and Brooks, N.H., *Mixing in Inlands and Coastal Waters*, Academic Press, New York, 1979.
8. Kawahara, M., Nakazawa, S., Ohmori, S., and Tagaki, T., "Two-Step Explicit Finite Element Methods for Storm Surge Propagation Analysis," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, pp. 1129~1148, 1980.
9. Leimkuhler, W.F. et al., "Two-Dimensional Finite Element Dispersion Model," *2nd Annual Symposium of the Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division of ASCE*, San Francisco, California, pp. 1467~1486, 1975.
10. Loziuk, L.A., Anderson, J.C., and Belytscho, T., "Hydrothermal Analysis by Finite Element Method," *J. of Hyd. Div., ASCE*, Vol. 98, No. HY11, Nov., pp. 1983~1998, 1972.
11. Morris, J.S., Krenkel, P.A., and Thackston, E.L., "Investigation on Turbulent Diffusion in Inland Waterways," *Technical Report No. 14*, Dept of Sanitary and Water Resources Engineering, Vanderbilt University, 1967.
12. Niemeyer, G.C., "Solution of Coupled Nonlinear Ecosystem Equations," *J. of Env. Div., ASCE*, Vol. 104, No. EE5, Oct., pp. 849~861, 1978.
13. Paily, P.P., Macagno, E.O., and Kennedy, J.F., "Winter Regime Thermal Response of Heated Streams," *J. of Hyd. Div., ASCE*, Vol. 100, No. HY4, Apr., pp. 531~551, 1974.
14. Pinder, G.F., and Gray, W.G., *Finite Element Simulation in Surface And Subsurface Hydrology*, Academic Press, 1977.
15. Roache, P.J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, 1972.
16. Roesner, L.A., Giguere, P.R., and Evenson, D.E., *Computer Program Documentation for the Stream Quality Model Qual-II*, Water Resources Engineers, Inc, 1977.
17. Smith, D.J., *Water Quality for River-Reservoir Systems*, U.S. Army Corps of Engineers, The Hydrologic Engineering Center, 1978.
18. U.S. EPA, *Rates, Constants and Kinetics Formulations in Surface Water Quality Modeling* (2nd ed), 1985.
19. Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method*, 3rd Ed., McGraw-Hill Book Co., 1977.
20. 서승원, 박정용, 윤태훈, "흐름단면의 급변화에 의한 순환의 수치모형", 대한토목학회논문집, 제 3권 제 4호, 21~31, 1983.
21. 서울특별시, 한강종합개발기본계획설계도, 1983.
22. 신용배 외, "수자원 오염관리 및 폐수처리 공정개발에 관한 연구", 한국과학기술연구소, BS E476 (1)-1391-6, 1979.
23. 신용배 외, "대기 수질 환경관리 전산모델연구(1차)", 한국과학기술원, BS E586(2)-1870-6, Dec., 1982.
24. 신용배 외, "대기 수질 환경관리 전산모델연구(2차)", 한국과학기술원, BS E615(2)-2134-6, Feb., 1984.
25. 신용배 외, "수계별 수질예측 수치모델의 개발 (I)", 한국과학기술원, BS K-68-2210-6, 1985.
26. 환경청, 한강유역 환경보전 종합계획사업 수질부문 보고서, 1983.
27. 환경청, 낙동강유역 환경보전 종합계획사업 수질부문 보고서, 1985.
28. 환경청, 서남해권 환경보전 종합계획사업 수질부문 보고서, 1986.

(接受 : 1987. 8. 11)