

X-Ray 를 이용한 三次元 座標解析에 관한 研究

A Study on Three Dimensional Coordinates Analysis Using X-Ray

柳	福	模*
Yeu,	Bock	Mo
朴	駿	圭**
Park,	Joon	Kyu
金	仁	變***
Kim,	In	Sop

Abstract

X-Ray photogrammetry is the method that register and analyze the anatomical or physiological information about the human body by the photography form. In this paper, using X-Ray, accuracy of three dimensional coordinates of objects which are deformed and a part of human body is analyzed. An objective of this analysis lies in improving the accuracy of three dimensional coordinates and enhancing the practical use.

Through the observation, X-Ray Photogrammetry is used in practical use. And X-Ray photograph is used the reform of graphical model by the determination of the three dimensional coordinates about all sides of object.

要 旨

X-Ray 寫眞測量은 인체에 대한 解剖學的 또는 生理學的 자료를 사진형태로 기록하여 해석하는 방법이다. 본 연구는 X-Ray 를 이용하여 모델이 되는 被寫體에 變形을 준 각 경우와, 인체 부분을 모델로 할 경우의 3 차원 좌표에 대한 정확도를 분석하므로써, X-Ray 寫眞에 의한 3 차원 위치결정의 正確도를 향상시키고, 실용성을 높이는데 그 목적을 두고 있다.

X-Ray 를 이용하여 인체부분의 실제 被寫體를 觀測한 결과, 높은 正確도로 실제응용을 할 수 있었으며, X-Ray 사진을 이용하여 被寫體 모든 면에 대한 三次元 座標를 결정할 수 있었다.

1. 序 論

X-Ray 寫眞測量(X-Ray Photogrammetry)은 인체에 대한 解剖學的 또는 生理學的 資料를 사진

형태로 기록하여 解析하는 방법이다.

立體放射線寫眞技法(Stereo Radiography)을 이용한 연구는 어떠한 전문적인 관측이나 定量的인 접근에 의하지 않고 實驗的인 활용범위내에서 이루어졌으나, 寫眞測量技法을 적용하여 精密觀測을 함으로써 X-Ray 에 의한 被寫體의 變形에 의한 座標解析을 가능케 하였다. 그러므로

* 正會員·延世大學校 工科學 教授

** 正會員·延世大學校 大學院

*** 正會員·檀國大學校 大學院 博士課程

이 방법은 피사체의 변형에 의한 座標解析 뿐만 아니라 실제 피사체에 응용, 특히 醫學分野에서도 실용적으로 사용될 수 있다.

본 연구에서는 X-Ray의 특수성을 고려한 被寫體와 標定點을 제작하여, X-Ray 사진을 촬영하므로써 얻어진 3차원 좌표를 解析的 X-Ray 寫眞測量技法을 도입하여 구하고, 그 정확도를 地上基準點 測量成果와 비교하였다. 이 경우 피사체에 변형을 주어 각 경우의 3차원 좌표의 정확도를 분석하고, 실제 被寫體인 사람에게 이 기법을 도입하여 正確도를 분석하므로써 X-Ray 寫眞에 의한 3차원 위치결정의 정확도 향상과 실용성을 높이는데 본 논문의 목적이 있다.

X-Ray 촬영에 의한 사진은 精密座標觀測機로 像座標를 관측하여 線形相似變換에 의해 寫眞座標로 변환했다. 사진좌표로부터 절대좌표를 구하는 데는 共線條件式에 의한 Bundle 調整을 이용하였다.

基準點 測量成果와 비교하기 위해 피사체 위의 標定點을 Wild T-2로 측정하였으며, 資料處理는 共線條件에 의한 Bundle 調整式에 의해 구한 값과 基準點測量에서 얻은 값을 비교분석하였다.

2. X-Ray 寫眞測量의 解析理論

2.1 X-Ray 寫眞測量의 一般式

(1) 三次元 物體의 座標決定

3차원 물체를 X-Ray 사진측량에 의해서 사진을 얻기 위하여 그림 2-1과 같이 2개의 판에 X-Ray를 透過시키지 않는 標定點을 붙이고 X-Ray 사진을 촬영하면, 그림 2-2와 같은 radiograph 쌍이 나온다. 이때 선 1-2, 3-4, 5-6, 7-8은 原點 O에 교차해야 하는 4개의 선을 나타낸

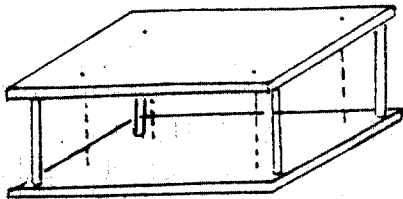
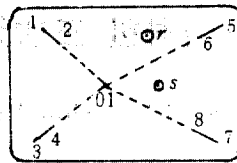
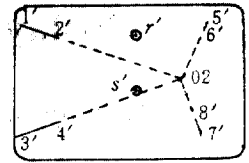


그림 2-1. Radiograph의 主點을 위치하는데 쓰이는 기구



왼쪽 radiograph



오른쪽 radiograph

그림 2-2. Radiograph 입체쌍의 주점들의 위치

다고 가정하고, 像點 x, y 가 어떤 임의의 system에서 觀測되었다면, 點 O의 위치는 線 1-2와 線 3-4의 교차에 의해서 얻어진다. ^{(1), (2)}

$$x'_0 = \frac{m_1 x_1 - m_3 x_3 + y_3 - y_1}{m_1 - m_3} \quad (2-1)$$

여기서

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ 과 } m_3 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} \quad (2-2)$$

또한

$$y'_0 = m_1(x'_0 - x_1) + y_1 = m_3(x'_0 - x_3) + y_3 \quad (2-3)$$

이 얻어진다.

觀測方程式은 다음과 같이 각 선에 대해 형성된다. 線 1-2에서

$$\begin{aligned} & (y_2 - y'_0)v_{x1} + (x'_0 - x_2)v_{y1} + (y'_0 - y_1)v_{x2} \\ & + (x_1 - x'_0)v_{y2} + (y_1 - y_2)\Delta x_0 + (x_2 - x_1)\Delta y_0 \\ & = -[x_2 y'_0 - x_1 y'_0 + x_1 y_2 - x_2 y_1 - x'_0 y_2 + x'_0 y_1] \end{aligned} \quad (2-4)$$

위의 觀測方程式을 행렬형태로 나타내면

$$AV + B\Delta = f \quad (2-5)$$

이다.

여기서 Δ 는 主點의 초기 계산된 좌표에 대한 조정량벡터이다. 관측값들이 相關關係가 없고, 精密度가 동일하다고 가정하면 最小제곱해는

$$\Delta = [B^T(AA^T)^{-1}B]^{-1}B^T(AA^T)^{-1}f \quad (2-6)$$

이다.

점들의 예측치 않은 움직임을 조사하기 위한 殘差는

$$V = -A^T(AA^T)^{-1}(B\Delta + f) \quad (2-7)$$

로 주어진다.

(2) X-Ray 사진측량모델의 형성

피사체 위의 점 R이 그림 2-3에서와 같이 첫 번째 露出의 결과로 필름 위의 점 r 에, 두 번째 露出의 결과로써 점 r' 에 상이 맺히면 視差變位

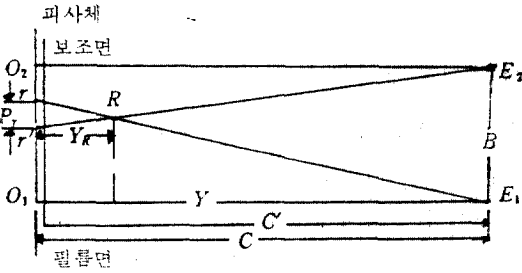


그림 2-3. 입체 radiograph의 기하

P_r 은 rr' 이며, 撮影基線은 B , 主點距離는 C 이다. 피사체의 3차원 좌표를 결정하기 위하여 그림 2-4와 같이 왼쪽 主點을 原點으로 하는 右手被寫體 絕對座標系로 구성된다.

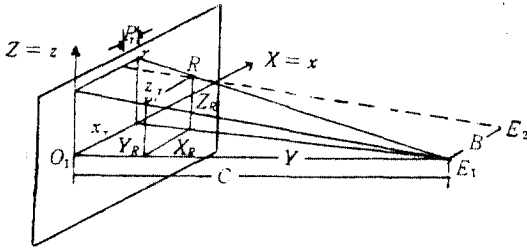


그림 2-4. 입체 radiograph의 피사체 절대좌표계

基準面을 필름평면으로 하면, 그림 2-3에서 다횘꼴 삼각형에 의해서,

$$\frac{Y_R}{C - Y_R} = \frac{P_r}{B}$$

가 되고, 따라서

$$Y_R = \frac{P_r C}{B + P_r} = \frac{P_r C}{(x_{02} - x_{01}) + P_r} \quad (2-8)$$

이 된다.

그림 2-3에서 거리 $0_1 r$ 은 r 의 x 좌표이므로 다횘꼴 삼각형에 의해서,

$$\frac{X_R}{x_r} = \frac{C - Y_R}{C}$$

으로 되고, 따라서

$$X_R = \frac{x_r(C - Y_R)}{C} = x_r \left(1 - \frac{Y_R}{C}\right) \quad (2-9)$$

이 된다.

같은 방법으로 다음 식이 얻어진다.

$$Z_R = z_r \left(1 - \frac{Y_R}{C}\right) \quad (2-10)$$

2-2. 立體 Radiography의 幾何學的 條件

X-Ray 사진측량에서 視差方程式을 유도하기 위해서는 일반 사진측량과의 관계가 필요하게 된다. 그림 2-5는 立體 radiography의 幾何學的 條件을 나타낸 것이다⁽³⁾.

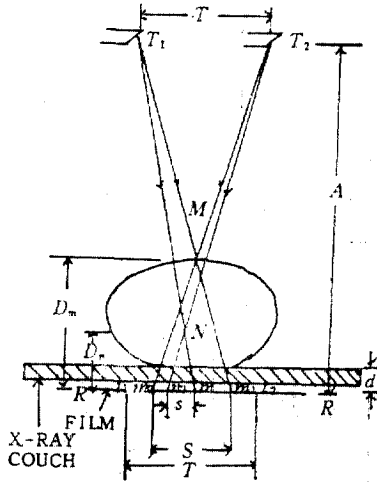


그림 2-5. Radiography의 기하학적 조건

또한 그림 2-6은 一般航空寫眞測量에서의 幾何學的 條件을 나타낸 것이다.

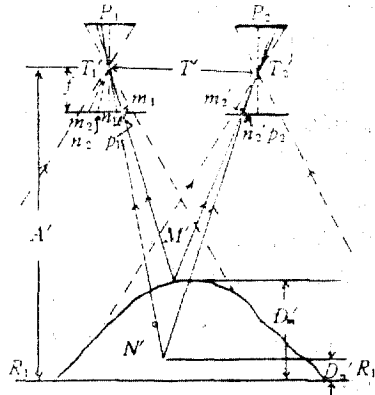


그림 2-6. 지형의 항공 사진측량의 기하학적 조건

視差方程式을 유도하기 위하여, 입체 radiograph 쌍을 두 사진 P_1 과 P_2 와 비교할 수 있다.

그림 2-6에서 점 N' 의 視差는 $P_n = n_1 n_2$ 이고, 점 M' 의 視差는 $P_m = m_1 m_2$ 이다. 다횘꼴 삼각형으로부터

$$P_n = \frac{f T'}{A' - D'_n} \quad (2-11)$$

$$P_m = \frac{fT'}{A' - D'_m} \quad (2-12)$$

이다.

$$\Delta P_{mn} = P_m - P_n \quad (2-13)$$

$$\Delta D_{mn}' = D'_m - D'_n \quad (2-14)$$

$$D'_n = D'_m - \Delta D_{mn}' \quad (2-15)$$

이라 하고

식(2-12)로부터 식(2-11)을 빼고 식(2-13), (2-14), (2-15)를 이용하면, 다음과 같다.

$$\Delta P_{mn} = P_m \frac{\Delta D_{mn}'}{A' - (D'_m - \Delta D_{mn}')}$$

양변으로부터 식(2-11)을 빼면,

$$\frac{P_m - \Delta P_{mn}}{\Delta P_{mn}} = \frac{A' - D'_m}{\Delta D_{mn}'}$$

$$\therefore \Delta D_{mn}' = \frac{\Delta P_{mn}(A' - D'_m)}{P_m - \Delta P_{mn}} \quad (2-16)$$

이다.

이것이 視差觀測에 의해서 높이 결정을 위해 사진측량에서 사용하는 기본방정식이다.

입체 radiography의 경우, 앞은선에 같은 방법을 적용하면 그림 2-5로부터

$$M \text{ 시차; } S = \frac{D_m T}{A - D_m} \quad (2-17)$$

$$N \text{ 시차; } s = \frac{D_n T}{A - D_n} \quad (2-18)$$

을 얻을 수 있다.

$$\Delta S_{mn} = S - s \quad (2-19)$$

$$\Delta D_{mn} = D_m - D_n \quad (2-20)$$

$$D_n = D_m - \Delta D_{mn} \quad (2-21)$$

이라고 하면,

식(2-17)로부터 식(2-18)을 빼고, 식(2-19), (2-20), (2-21)을 사용하면,

$$\Delta S_{mn} = \frac{T}{(A - D_m)} \cdot A \cdot \frac{\Delta D_{mn}}{A - (D_m - \Delta D_{mn})}$$

을 얻는다.

식(2-17)로부터

$$\Delta S_{mn} = \frac{S}{D_m} \cdot A \cdot \frac{\Delta D_{mn}}{A - D_m + \Delta D_{mn}}$$

또는

$$\frac{\Delta S_{mn}}{\Delta S_{mn} D_m} = \frac{A - D_m + \Delta D_{mn}}{\Delta D_{mn}}$$

을 얻는다.

양변으로부터 식(2-11)을 빼면,

$$\frac{\Delta S_{mn} D_m}{\Delta S_{mn} D_m} = \frac{A - D_n}{\Delta D_{mn}}$$

$$\therefore \Delta D_{mn} = \frac{\Delta S_{mn} D_m (A - D_m)}{\Delta S_{mn} D_m} \quad (2-22)$$

이 얻어진다.

3. 近距離 寫眞測量的 座標解析

3.1 近距離 寫眞測量

사진의 露出點과 被寫體의 標定點, 그리고 이에 대응하는 사진상의 점이 일직상선에 놓여야 한다는 共線條件을 이용하여 像座標系와 絕對座標系와의 관계를 나타내면

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Z - Z_0 \\ Y - Y_0 \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

과 같다⁽⁴⁾.

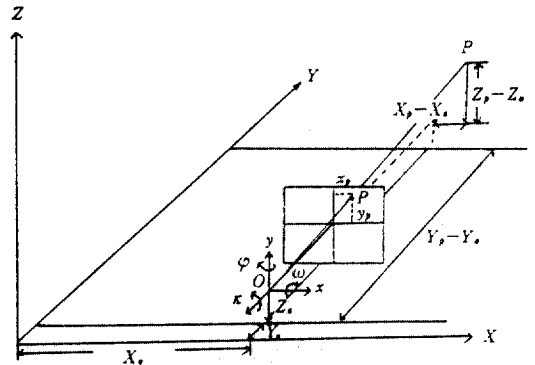


그림 3-1. 近距離 사진측량 좌표계

여기에서 x, y 는 像座標, x_0, y_0 는 主點의 像座標, c 는 焦點距離, λ 는 縮尺係數, R 은 回轉行列, X, Y, Z 는 標定點의 絕對座標, X_0, Y_0, Z_0 는 露出點의 絕對座標이다.

像座標系와 절대좌표값의 회전상태를 나타내는 R 행렬의 요소를 $m_{11}, m_{12}, \dots, m_{33}$ 라 하면 식(3-1)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$x - x_0 = \lambda \{ m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Z - Z_0) + m_{13}(Y - Y_0) \} \quad (3-2a)$$

$$y - y_0 = \lambda \{ m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Z - Z_0) + m_{23}(Y - Y_0) \} \quad (3-2b)$$

$$-c = \lambda \{ m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Z - Z_0) + m_{33}(Y - Y_0) \} \quad (3-2c)$$

식(3-2)를 이용하면 近距離 寫眞測量的 일차적인 共線條件方程式이 유도된다.

$$\left. \begin{aligned} x-x_0 &= -c \cdot \\ \frac{m_{11}(X-X_0)+m_{12}(Z-Z_0)+m_{13}(Y-Y_0)}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+m_{33}(Y-Y_0)} \\ y-y_0 &= -c \cdot \\ \frac{m_{21}(X-X_0)+m_{22}(Z-Z_0)+m_{23}(Y-Y_0)}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+m_{33}(Y-Y_0)} \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

사진측량 관측값에서는 偶然誤差 이외에 定誤差가 포함되어 있으므로, 식(3-3)에서 定誤差를 보정할 수 있는 오차모델식을 좌변항에 추가하여 정오차를 보정하고 있다.

3.2 近距離 寫眞測量的 Bundle 調整

(1) Bundle 調整의 未知變數 決定

近距離 寫眞測量的 共線條件式 식(3-3)을 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{L_1X+L_2Z+L_3Y+L_4}{L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y+1} \\ y &= \frac{L_5X+L_6Z+L_7Y+L_8}{L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y+1} \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

이다.

여기서

$$\begin{aligned} L &= -(m_{31}X_0+m_{32}Z_0+m_{33}Y_0) \\ L_1 &= (x_0m_{31}-cm_{11})/L, \\ L_2 &= (x_0m_{32}-cm_{12})/L, \\ L_3 &= (x_0m_{33}-cm_{13})/L, \\ L_4 &= x_0+c(m_{11}X_0+m_{12}Z_0+m_{13}Y_0)/L, \\ L_5 &= (y_0m_{31}-cm_{21})/L, \end{aligned}$$

$$V_i = \begin{pmatrix} V_{xi} \\ V_{yi} \end{pmatrix} \quad D_i = \begin{pmatrix} x_i/A_i \\ y_i/A_i \end{pmatrix}$$

$$B_i = \begin{pmatrix} \frac{-X_i}{A_i} & \frac{-Z_i}{A_i} & \frac{-Y_i}{A_i} & \frac{1}{A_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x_iX_i}{A_i} & \frac{x_iZ_i}{A_i} & \frac{x_iY_i}{A_i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-X_i}{A_i} & \frac{-Z_i}{A_i} & \frac{-Y_i}{A_i} & \frac{1}{A_i} & \frac{y_iX_i}{A_i} & \frac{y_iZ_i}{A_i} & \frac{y_iY_i}{A_i} \end{pmatrix}$$

$$\Delta j^T = [L_1L_2L_3L_4L_5L_6L_7L_8L_9L_{10}L_{11}]$$

이다.

j 사진에 n 개의 基準點이 있다면 條件方程式은 다음과 같이 표시된다.

$$V+B\Delta j+D=0 \quad (3-8)$$

또는

$$\begin{aligned} V^T WV &= \Delta j^T B^T W B \Delta j + \Delta j^T B^T W D \\ &+ D^T W B \Delta j + D^T W D \end{aligned} \quad (3-9)$$

이 된다.

$$\begin{aligned} L_6 &= (y_0m_{32}-cm_{22})/L \\ L_7 &= (y_0m_{33}-cm_{23})/L, \\ L_8 &= y_0+c(m_{21}X_0+m_{22}Z_0+m_{23}Y_0)/L \\ L_9 &= m_{31}/L, \\ L_{10} &= m_{32}/L, \\ L_{11} &= m_{33}/L \end{aligned}$$

이다.

관측된 像座標는 偶然誤差 V_x, V_y 를 포함하므로 식(3-4)는

$$\left. \begin{aligned} (x+V_x)(L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y+1) \\ = L_1X+L_2Z+L_3Y+L_4 \\ (y+V_y)(L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y+1) \\ = L_5X+L_6Z+L_7Y+L_8 \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

와 같이 된다.

$L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y+1=A$ 라 하고, 식(3-5)를 쓰면,

$$\left. \begin{aligned} V_x &= (L_1X+L_2Z+L_3Y+L_4)/A-x \\ &= (L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y)/A-x/A \\ V_y &= (L_5X+L_6Z+L_7Y+L_8)/A-y \\ &= (L_9X+L_{10}Z+L_{11}Y)/A-y/A \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

이 된다.

식(3-6)을 j 사진의 i 점에 대해 행렬로 표시된 條件方程式으로 나타내면 다음과 같다.

$$V_i+B_i\Delta j+D_i=0 \quad (3-7)$$

여기에서

식(3-9)는 $V^T W V$ 가 최소가 되기 위한 최소 제곱법의 조건인

$$\frac{\partial V^T W V}{\partial \Delta j} = 2(B^T W B \Delta j + B^T W D) = 0$$

(3-10)

에 의해 未知數行列 Δj 가 얻어진다^(5,6).

$$\Delta j = -(B^T W B)^{-1} B^T W D = -N^{-1} D^*$$

(3-11)

여기서 N 은 $B^T W B$, D^* 는 $B^T W D$ 이며, W 는 輕重率 行列이다.

미지수행렬 Δj 의 分散一共分散行列은

$$m_{\Delta j} = m_0^2 [B^T W B]^{-1} = m_0^2 N^{-1} \quad (3-12)$$

이며, 單位輕重率의 分散 m_0^2 은

$$m_0^2 = \frac{V^T W V}{D F} \quad (3-13)$$

이다.

여기서 $D F$ 는 조건식의 自由度로서 $D F = 2n - u$ 이며, n 은 기준점수, u 는 Δj 에 포함된 미지수의 수를 나타낸다.

또한 식(3-9)와 식(3-10)으로부터

$$V^T W V = B^T W B \Delta j + D^T W D \quad (3-14)$$

가 구해진다.

(2) 三次元 絕對座標 決定

被寫體의 空間絕對座標는 식(3-6)으로부터

$$\left. \begin{aligned} x(L_9 X + L_{10} Z + L_{11} Y + 1) \\ - (L_1 X + L_2 Z + L_3 Y + L_4) = 0 \\ y(L_9 X + L_{10} Z + L_{11} Y + 1) \\ - (L_5 X + L_6 Z + L_7 Y + L_8) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

이 되며, x, y 를 보정된 像座標 \bar{x}, \bar{y} 로 나타내면, 식(3-15)는

$$\left. \begin{aligned} (\bar{x} L_9 - L_1) X + (\bar{x} L_{10} - L_2) Z \\ + (\bar{x} L_{11} - L_3) Y + (\bar{x} - L_4) = 0 \\ (\bar{y} L_9 - L_5) X + (\bar{y} L_{10} - L_6) Z \\ + (\bar{y} L_{11} - L_7) Y + (\bar{y} - L_8) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

이 된다.

따라서 사진 j 의 점 i 에 대한 조건 방정식을 행렬로 나타내면 다음과 같다. (7)

$$V_j + B_j \Delta i + C_j = 0 \quad (3-17)$$

여기서,

$$V_j = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}_j, \quad \Delta i = [X_i, Y_i, Z_i]$$

$$B_j = \begin{pmatrix} (\bar{x}_i L_9 - L_1) (\bar{x}_i L_{10} - L_2) (\bar{x}_i L_{11} - L_3) \\ (\bar{y}_i L_9 - L_5) (\bar{y}_i L_{10} - L_6) (\bar{y}_i L_{11} - L_7) \end{pmatrix}$$

$$C_j = \begin{pmatrix} (\bar{x}_i - L_4) \\ (\bar{y}_i - L_8) \end{pmatrix}$$

P 개의 사진에 대해서는

$$V + B \Delta i + C = 0 \quad (3-18)$$

이 되며, 최소제곱해는

$$\Delta i = -[B^T W B]^{-1} B^T W C = -N^{-1} C^* \quad (3-19)$$

이 된다.

여기서 $N = B^T W B$, $C^* = B^T W C$ 이며, W 는 輕重率 行列이다.

또, 單位輕重率의 分散은

$$m_0^2 = \frac{V^T W V}{D F} \quad (3-20)$$

이며, 계산된 絕對座標의 分散一共分散 행렬 $m_{\Delta i}$ 는 (8)

$$m_{\Delta i} = m_0^2 N^{-1} \quad (3-21)$$

이며, 사진수가 P 일때 自由度는 $D F = 2P - 3$ 이다.

4. 觀測 및 結果分析

4.1 觀測

본 연구에서 설치된 Test-Field는 X-Ray의 特殊性和 重複度를 고려하여 제작하였다.

본 연구에 이용된 被寫體는 X-Ray선이 투과하는 合成樹脂로 만든 두 개의 판으로 제작한 Box형 형태와 실제사람 대퇴부 부분의 뼈를 이용하였으며, Box형 형태의 피사체는 앞판에 2차례 傾斜(15°, 30°)를 주어 비교하였고, 사람 뼈는 의학분야의 적용을 알아보기 위해 X-Ray 사진상의 좌표와 地上測量用寫眞機 Wild P 31의 좌표값을 비교하였다.

撮影點은 X-Ray焦點과 필름면의 거리가 40 inch일 때 실물의 크기와 필름상의 상의 크기가 비슷하게 되는 X-Ray의 특수성에 따라 필름면으로부터 40 inch로 하였으며, 60%의 重複度를 얻기 위해 撮影基線은 20cm로 하였다.

標定點은 X-Ray선이 투과하지 못하는 남으로 제작하였으며, 피사체에 약 2cm~5cm 간격으로 배치하였다.

본 연구에 사용된 사진기는 SIEMENS X-Ray 500이고, X-Ray 필름은 Fuji RX SAFETY X-Ray를 이용하였다.

基準點에 대한 관측은 1"독 Theodolite Wild T-2를 이용하였으며, 기선길이 관측은 인바줄자로 반복 관측하였다.

觀測된 標定點에 대한 絕對座標는 三角水準測量方法에 의하여 계산하였다.

좌표축의 방향은 기선방향을 X 축, 지상으로 부터의 높이방향을 Z 축, 기선으로 부터의 피사

체방향을 Y축으로 하는 좌표계를 사용하였다.

4.2 結果分析

(1) X-Ray 寫眞座標의 誤差比較

X-Ray 사진에서 被寫體의 變形이 있을 때의 X-Ray 사진측량의 正確度를 분석하기 위하여 계산된 각 標定點의 三次元 絕對座標와 基準點測量成果를 비교하였다.

X-Ray 사진의 絕對座標에 대한 正確度를 비교하기 위해서 앞판에 대하여 수직인 상태, 경사 15°(1차 경사)인 경우, 경사 30°(2차 경사)인 경우에 대하여, 표정점 13점(기준점 : 8점, Check point ; 5점)을 설치하여 절대좌표를 이용하여 분석하였다.

표 4-1. 앞판의 변형에 따른 표준오차

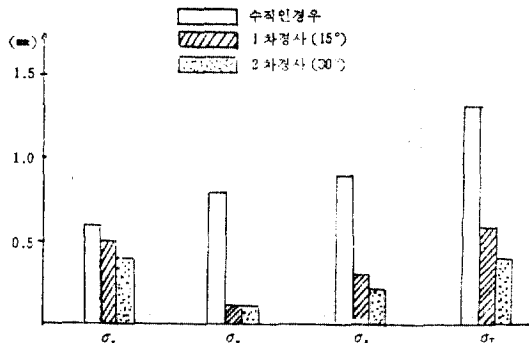
(a) 계산된 좌표결과값의 표준오차 (단위 : mm)

표준오차 피사체조건	기 준 점				Check Point			
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_r	σ_x	σ_y	σ_z	σ_r
수직인 상태	0.6	0.8	0.9	1.3	0.8	0.7	0.9	1.4
1차경사(15°)	0.5	0.1	0.3	0.6	0.4	0.1	0.1	0.4
2차경사(30°)	0.4	0.1	0.2	0.4	0.4	0.1	0.1	0.4

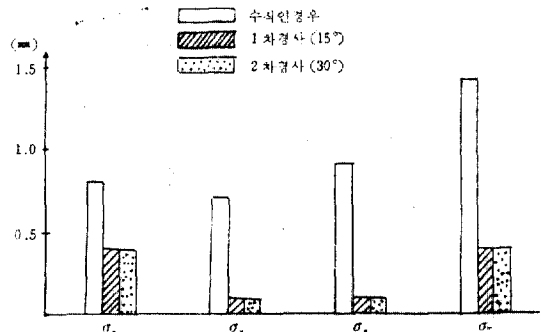
(b) 계산값과 실제관측값과의 차에 대한 표준오차 (단위 : mm)

표준오차 피사체조건	기 준 점				Check Point			
	M_x	M_y	M_z	M_r	M_x	M_y	M_z	M_r
수직인 상태	1.6	1.0	1.5	2.4	2.0	1.4	1.6	2.9
1차경사(15°)	0.7	0.3	0.1	1.4	0.6	0.4	0.1	0.8
2차경사(30°)	0.4	0.3	0.4	0.7	0.6	0.3	0.4	0.8

그림 4-1 및 그림 4-2에서 볼 수 있는 것처럼 피사체가 수직이며 모든 면이 수평인 경우에 오

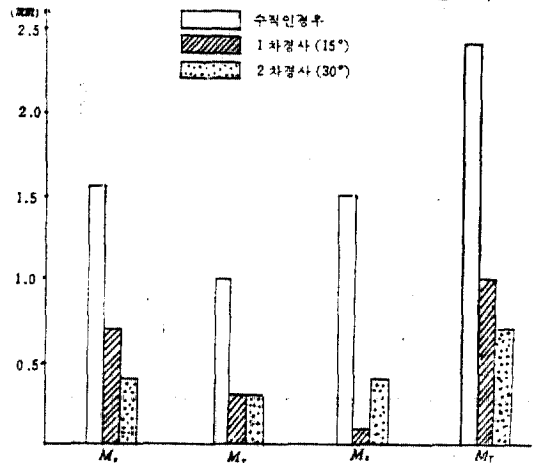


(a) 기준점의 경우

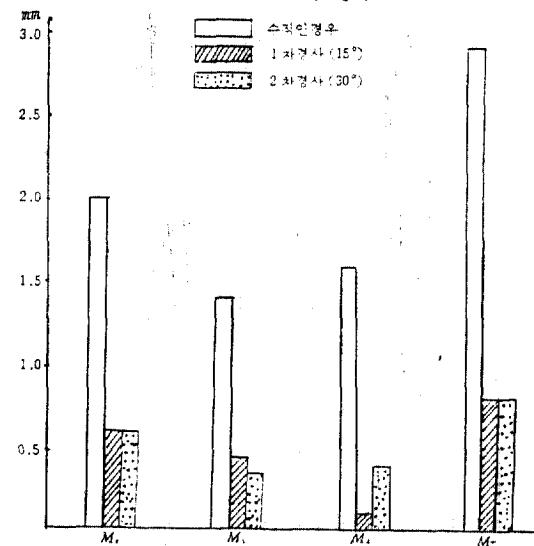


(b) Check Point의 경우

그림 4-1. 계산된 좌표결과값의 표준오차



(a) 기준점의 경우



(b) Check Point의 경우

그림 4-2. 계산값과 실제관측값과의 차에 대한 표준오차

차가 가장 컸으며, 경사를 준 경우 오차가 줄어들음을 알 수 있었다.

1차경사와 2차경사의 오차의 차이는 최고 0.2mm 이하로 거의 같은 정확도를 보였다. 또한 기준점 오차와 check point의 오차의 경향이 비슷하게 얻어졌다. 被寫體가 수직인 경우 標定點이 동일 평면내에 존재하므로 觀測方程式의 解가 정확히 구해지지 않으며 심한 경우는 singularity 특성을 나타내어 解를 구하기 어려운 경우가 생긴다. 따라서 경사를 주지 않았을 경우의 결과값이 오차가 큰 것은 이와같은 이유에 의해 발생한 것으로 思料된다. 또한 標定點을 평면에 대해 배치함으로써 深度方向 Y좌표 오차가 상대적으로 큼을 알 수 있다.

또한 피사체의 두께를 측량하기 위하여 앞판의 1차경사(15°)와 2차경사(30°)의 경우에 수직인 뒷판을 부착시켜 절대좌표를 측량하였다. 이때 표정점은 앞면의 13점과 뒷면 9점으로 하고, 이중 10점을 기준점으로 나머지 점을 check point로 하여 분석하였다.

표 4-2. 피사체 변형에 따른 표준오차

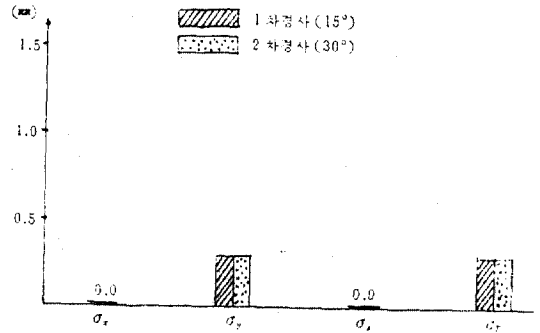
(a) 계산된 좌표결과값의 표준오차 (단위: mm)

표준오차 피사체조건	기 준 점				Check Point			
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_T	σ_x	σ_y	σ_z	σ_T
1차경사(15°)	0.0	0.3	0.0	0.3	0.1	0.6	0.1	0.7
2차경사(30°)	0.0	0.3	0.0	0.3	0.1	1.1	0.1	1.1

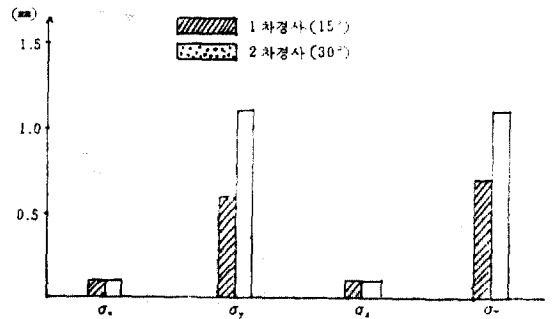
(b) 계산값과 실제관측값과의 차에 대한 표준오차 (단위: mm)

표준오차 피사체조건	기 준 점				Check Point			
	M_x	M_y	M_z	M_T	M_x	M_y	M_z	M_T
1차경사(15°)	0.2	0.3	0.1	0.4	0.4	0.7	0.5	0.9
2차경사(30°)	0.2	0.4	0.2	0.5	0.4	0.6	0.5	0.9

그림 4-3 및 그림 4-4에서도 기준점오차와 check point의 오차의 경향이 비슷하게 얻어졌다. 또한 좌표의 오차를 비교하면 標定點을 被寫體의 심도방향으로 배치함으로써 Y좌표의 오차가 상대적으로 크게 나타났다. 또한 부피를 계산하기 위하여 앞면과 뒷면간의 標定點의 거리를 관측하여 正確度를 구하였다. 1차경사에서

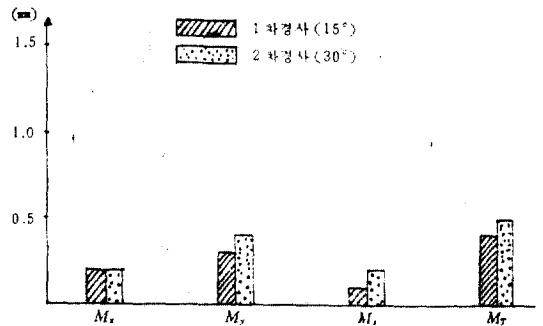


(a) 기준점의 경우

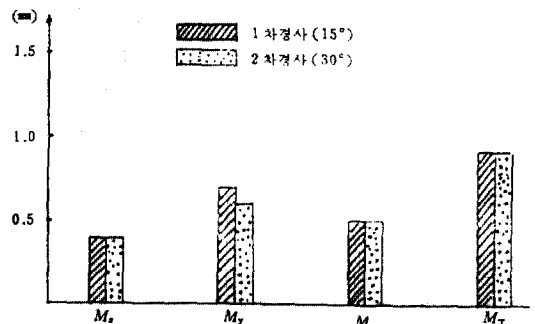


(b) Check Point의 경우

그림 4-3. 계산된 좌표결과값의 표준오차



(a) 기준점의 경우



(b) Check Point의 경우

그림 4-4. 계산값과 실제관측값과의 차에 대한 표준오차

길이의 標準誤差는 0.7mm, 2 차경사에서 0.6 mm 로 check point 의 標準誤差 0.9mm 보다 좋 으므로 부피를 구하려고 하는 피사체는 X-Ray 사진을 이용하므로써 일반사진에서 구하기 어려운 뒷면의 좌표를 계산할 수 있기 때문에 유리함을 알 수 있었다.

X-Ray 사진의 실제적용을 검토하기 위하여 대퇴부뼈를 이용하여 그 결과를 測量用寫眞機 P31 의 결과와 비교하였다.

표 4-3. 촬영방법에 따른 표준오차

(단위 : mm)

촬영방법	표준오차							
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_r	σ_x	σ_y	σ_z	σ_r
X-Ray	1.2	2.7	0.9	3.1	0.5	2.8	0.3	2.5
P31	2.4	2.5	1.5	3.8	0.9	1.5	0.8	2.0

표 4-3 에서 보는 바와 같이 X-Ray 사진이 P31 에 비하여 絕對座標에서 0.5mm 의 오차가 있었으며, 이것은 P31 의 정확도에 약 80%로 접근함을 알 수 있었다. 그러므로 X-Ray 寫眞測量技法을 의학분야의 정형외과의 골격의 크기, 변형 등의 해석에 이용될 수 있다.

(2) X-Ray 寫眞의 圖化

寫眞測量에서 工學이나 生醫學의 목적으로 높은 正確度를 요하는 경우에는 피사체에 대하여 한 시점 뿐만 아니라 모든 三次元的 視點에서 본 사진과 圖式的 및 數值的 資料를 필요로 하게 된다.⁽⁹⁾

그림 4-5 는 X-Ray 사진에 의해 인체의 대퇴부뼈를 도화한 결과이다.



그림 4-5. 정면도의 도화

5. 結 論

X-Ray 를 이용하여 본 연구에서 택한 觀測 model 의 座標를 해석한 결과 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. 일반적인 X-Ray 寫眞(촬영거리 ; 40 inch) 에서 絕對座標는 약 0.8~0.9 mm 의 絕對座標誤差가 나타났으며, X-Ray 사진은 測量用寫眞機 (P31)의 正確度에 약 80%로 접근하였다.

2. X-Ray 寫眞의 被寫體의 뒷면관측이 용이 하므로 體積測量에 편리하다.

3. X-Ray 寫眞을 이용하여 被寫體의 모든 면에 대한 三次元座標를 결정하므로써 모든 3차원 시점에서 圖式的 모델을 재형성할 수 있었다

감사의 글

本 研究를 위해 도움을 주신 延世醫大 放射線科와 亞細亞航業에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

1. H. Moffit, M. Mikhail, *Photogrammetry*, Harper & Row Publishers, New York, 1980, pp. 573~579.
2. A.S.P., *Manual of Photogrammetry*, 4th ed., A.S.P., 1980, pp. 846~857.
3. Singh, R.S., "Radiographic Measurements", *Photogrammetric Engineering*, 1970, pp. 1137~1146.
4. Ghosh, S.K., *Analytical Photogrammetry*, Pergamon Press, 1979, pp. 85~118, pp. 131~147, pp. 149~155.
5. Fracer, C.S., "Accuracy Aspects of Multiple Forcal Setting Self-calibration applied to Non-Metric Camera", *14th Congress of ISP*, 1980, pp. 201~219.
6. Hoflier, "Accuracy of Close-Range Analytical Restitutions; Practical Experiments and Preditition", *P.E. & R.S.*, Vol. 42, No. 2, 1976, pp. 345~375.
7. Brown, D.C., "The Bundle Adjustment-Process and Prospects", *Invited Paper Comm. III*, I.S. P. Congress, Helsinki, 1976.

8. Knight W. and P. Steeves, "Practical Solution of the Variance-Covariance Matrix for Geodetic Network", *The Canadian Surveyor*, Vol. 28, No. 5, 1974, pp. 686~689.
9. Veress S.A., J.N. Harzopoulos, "A Plotting Instrument for Close-Range Photogrammetry", *P.E. & R.S.*, Vol. 44, No. 3, 1978, pp. 273~283.

(接受：1987. 4. 25)