

변형측량에서 자유망조정기법의 신뢰성 분석 A Reliability Analysis of Free- Network Adjustment in the Deformation Surveying.

柳 福 模* 鄭 永 同**
Yeu Bock-Mo Jeong Yong-Dong
李 錫 寔***
Lee Seok-Goon

要 旨

측점으로 이루어진 측량망내에 변위점이 포함되어 있을 경우 변위점검출을 위해 오차타원 및 신뢰타원 개념이 효과적으로 이용되고 있다.

본 연구에서는 측량망내에서 고정점의 선택과 기하학적 조건의 변화가 미지점 좌표의 정확도에 미치는 영향을 분석하고 각 측정점들의 변위를 조사하기 위해 고정망 조정방법과 자유망조정 방법을 각각 비교 분석하였다.

본 연구를 통해 자유망조정에 의한 방법이 수평위치 결정의 정확도 향상과 변위점 검출에 있어 더 신뢰성 있는 결과를 나타낸다는 것을 알 수 있다.

ABSTRACT

The concept of standard error ellipse and confidence ellipse is utilized in the detection of displaced station which are included in the observational network.

In this paper, the influences on the accuracy of unknown stations according to the varied selection and geometrical conditions of fixed stations were evaluated.

And then the displaced stations were detected by error ellipse concept, and the amounts of displacement were determined by coordinate differences between epochs which were calculated by fixed point adjustment and free network adjustment.

As a result, it is found that the free network adjustment is more efficient in the detection and displacement calculation of displaced stations.

* 延世大學校 工科大學 教授
** 朝鮮大學校 工科大學 副教授
*** 延世大學校 大學院

1. 序 論

지금까지의 측량에서 장거리를 정확하게 관측한다는 것은 매우 어려운 일이었다. 따라서 거리 관측을 최소로 한 측량방식으로 삼각측량이 널리 이용 되었으나 전자파 거리측량기(E.D.M)의 출현으로 장거리 관측의 정밀도가 높아짐에 따라 변만을 관측하여 수평 위치를 결정하는 삼변측량이 선택되기에 이르렀다.

수평 위치 결정 방법에서 상대적 오차를 감소시키는 방법으로 고정점이 없이 모든 점을 자유롭게 놓고 망조정을 하는 방법인 자유망 조정(free-network adjustment)이 연구되고 있다.

본 연구에서는 관측방정식에 의한 자유망 및 고정망 조정 computer program을 개발하고, 이에 의해 측점의 기하학적 조건을 변화시킴에 따른 측점들의 좌표 값을 계산하고, 자유망 조정과 고정망 조정에 대한 오차타원의 변화를 비교분석 함으로써 자유망 조정의 신뢰성을 입증하고, 또한 변형에 의한 각 측점의 변위량을 구해 신뢰타원과 비교함으로써 변위점을 검출하였다.

2. 자유망조정

측지망 조정은 관측방정식에 의한 방법과 조건방정식에 의한 방법이 이용되고 있다. 관측방정식에 의한 망조정은 조건방정식에 의한 망조정보다 훨씬 많은 방정식을 처리해야 되므로 과거에는 널리 이용되지 않았으나, 컴퓨터의 보급으로 오늘날에는 방정식 형성에 확실성이 있는 관측방정식에 의한 방법이 널리 이용되고 있다.

또한 측지망 조정시 제한조건으로 망내에 임의의 고정점을 가정하여 정규방정식의 역행렬(Inverse matrix)을 구하였다.

하지만 이 경우에는 고정점의 오차를 영(0)으로 하는 조건때문에 고정점이 갖고 있는

오차가 미지점에 전파되어 상대적인 오차를 더 크게하는 요인이 된다.

따라서 상대적 오차를 감소시키기 위한 방법으로 모든점을 자유롭게 놓고 망조정을 하는 방법이 개발되었는데 이것을 자유망 조정(Free-Network Adjustment)이라 한다. 그러나 자유망 조정에서는 정규방정식이 특이행렬(singular matrix)이 되므로 이에 대한 특별한 해석법이 필요하게 되며, 정규 방정식의 행렬식 즉 $|N| \neq 0$ 인 경우의 특수한 역행렬을 일반 역행렬(Generalized inverse matrix)이라 한다.¹⁾²⁾

A를 임의의 행렬이라 하고 \bar{A} 를 이에 대한 일반 역행렬이라 하면, $A\bar{A}A=A$ 를 만족하는 \bar{A} 이 A의 특성에 따라 여러 종류의 일반역행렬을 가지며 여러가지 형태의 일반 역행렬에 의한 망조정해법은 다음과 같다.

망조정의 관측방정식은 S_{ij}^0 를 관측거리, S_{ij}^1 를 근사좌표에서 구한 계산 값으로 하여

$$-b_{ij}\Delta x_i - a_{ij}\Delta y_i + b_{ij}\Delta x_j + a_{ij}\Delta y_j = (s_{ij}^0 - s_{ij}^1) + v_{ij}$$

(2.1)

로 설정한다.³⁾⁴⁾

여기서

$$a = \frac{y_j' - y_i'}{S_{ij}^1}, \quad b = \frac{x_j' - x_i'}{S_{ij}^1}$$

이다.

1) Mittermayer의 방법

관측방정식 $AX+L=V$ 에서 구한 정규방정식 $A^T P A X + A^T P L = 0$ 은 반드시 해를 갖는다.

그것은 $A^T P A$ 가 정칙이든 아니든 관계없이 행렬 $A^T P A$ 에 열 vector $A^T P L$ 을 더한 행렬의 Rank가 $A^T P A$ 와 같다.⁵⁾⁶⁾

즉, Vector $A^T P L$ 은 $A^T P L$ 를 구하는 열 Vector의 집합에 종속되는 것이다.

이제 정칙이 되는 $A^T P A$ 에 관하여 $A^T P A = N$ $A^T P L = U$ 로 하면 정규방정식은

$$NX + U = 0 \quad (2.2)$$

으로 된다.

위 식은 관측방정식의 최소제곱해를 구하는 방정식이므로 식(2.2)의 일반해는

$$X = -N^{-1}U \quad (2.3)$$

이다.

X의 norm을 최소로 하는 해는 $A_{10}A^T(AA^T)^{-1}$ 으로 부터

$$X = -N_{10}^{-1}U = -N^T(NN^T)^{-1}U = -N(NN)^{-1}U \quad (2.4)$$

으로 주어진다.⁵⁾⁷⁾

2) 정규방정식에 의한 Moore-Penrose 역행렬을 이용한 방법

정규 방정식의 일반해 식(2.3)의 N^{-1} 에 Moore-penrose형 일반역행렬 N_{11}^{-} 을 사용하여

$$X = -N_{11}^{-}U \quad (2.5)$$

로 하면 식(2.5)는 정규방정식 식(2.2)의 norm 최소해가 된다.

즉, 식(2.2)의 해는 정규방정식을 구하는 단계에서 최소제곱해를 구하고 또한 Moore-Penrose의 역행렬을 사용한 것이므로 이중으로 최소제곱해의 작업을 반복한 것이 된다.⁸⁾

그러나 식(2.4)과 식(2.5)는 모두 같은 결과를 나타낸다.

3) 관측방정식의 norm 최소인 최소제곱법의 직접해

이 방법은 이론적으로 가장 좋으며 계산도 간단하다.

즉, 관측방정식 $AX+L=V$ 에서 우변의 잔차를 0 vector로 한 방정식

$$AX+L=0 \quad (2.6)$$

은 일반적으로 해가 없는 방정식이다.

또한 $(A^T P A)$ 도 정칙인 것으로 한다. P를 경중을 행렬로 한 경우, 식(2.6)의 최소제곱해에서 norm최소형의 해는

$$X = -\bar{A}_{1p}L \quad (2.7)$$

이며, 이는 식(2.4) 및 식(2.5)의 결과와 일치한다.

$$A_{1p} \text{는 } (A^T P A) \text{가 정칙이면} \quad (2.8)$$

$$A_{1p} = (A^T P A)^{-1} A^T P$$

로 되며, 일반적인 최소제곱법의 결과와 일치한다.⁷⁾⁸⁾

망 조정에서 측정의 오차타원을 계산하는

데에 필요한 분산 - 공분산 행렬(variance-covariance matrix)은 단위경중을 분산(σ_0^2)와 경중을 계수 행렬(Qx)의 곱이다.

$$\sum x = \sigma_0^2 Qx \quad (2.9)$$

로 표시된다.

여기서

$$\sigma_0^2 = \frac{(V^T P V)}{R} \text{ 이며}$$

R=자유도(독립인 관측의 수-미지량의 수)이다.

3. 오차타원

측량에서 어떤 관측값이나 망조정을 통한 임의점의 좌표값의 확률변수(random variable)가 구체적인 값을 가질 확률은 분포함수(distribution function) 또는 밀도함수(density function)로 결정된다.

관측값은 정규분포를 가지며,

2차 정규분포의 곡면을 X, Y 평면에 평행한 면으로 절단하면 타원이 된다.

$$\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2 = (1-\rho^2)C^2 \quad (3.1)$$

식(3.1)은 좌표원점을 중심으로 한 여러가지 타원의 조합을 나타낸다.

특히 C=1 일때 이 타원을 표준오차타원(Standard error ellipse)이라 하며, 이는 관측값의 신뢰성검정을 위해 가장 일반적으로 사용된다.⁹⁾

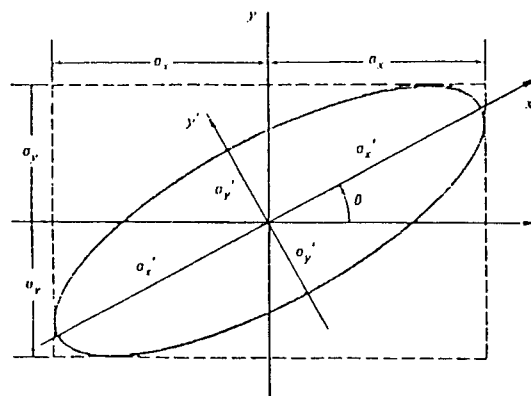


그림 3.1 표준 오차 타원

표준오차타원의 형·크기·장축의 방향은 σ_x, σ_y, ρ 에 따라 여러가지 형태로 변한다.

그림 3.1의 $\sigma_x, \sigma_y, \theta$ 는 σ_x, σ_y, ρ 를 이용하여 다음과 같이 구한다.

X, Y좌표계 상의 위치오차를 확률벡터 $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ 로 나타내고 X, Y 좌표에서는 $\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$

이라 하면 두 벡터는 다음과 같은 회전변환 관계가 있다.

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

단, θ : 반시계 방향의 회전각

확률벡터 $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$ 의 분산, 공분산 행렬(variance-covariance matrix)은 각각

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_x'^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y'^2 \end{bmatrix}$$

이다.

분산, 공분산 행렬의 일반법칙

$$\sum_{yy} = A \sum_{xx} A^T \quad (3.3)$$

를 쓰면, 식(3.22)는 X와 Y사이에

$$Y = AX + b \quad (3.4)$$

라는 관계가 있을때, X의 분산, 공분산에 영향을 미친다는 것을 나타낸 식이다.

A는 계수행렬이며 식(3.3)의 \sum_{xx} 는 X의 분산, 공분산 행렬, \sum_{yy} 는 Y의 분산, 공분산 행렬이며 A^T 는 계수행렬의 전치행렬이다. 식(3.3)를 식(3.2)에 사용하면

$$\begin{bmatrix} \sigma_x'^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y'^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

이므로

$$\sigma_x'^2 = \sigma_x^2 \cos^2\theta + 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta + \sigma_y^2 \sin^2\theta \quad (3.6)$$

$$\sigma_y'^2 = \sigma_x^2 \sin^2\theta - 2\sigma_{xy} \sin\theta \cos\theta + \sigma_y^2 \cos^2\theta \quad (3.7)$$

$$0 = (\sigma_y^2 - \sigma_x^2) \sin\theta \cos\theta + \sigma_{xy} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \quad (3.8)$$

$$\text{식(3.8)에 } \sin\theta \cos\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta, \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$= \cos 2\theta$$

를 대입하면

$$\frac{1}{2}(\sigma_y^2 - \sigma_x^2) \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta = 0$$

이며

여기서

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (3.9)$$

이다. 식(3.6), (3.7)에서 θ 를 소거하면

$$\sigma_x'^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} + \left[\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2}{4} + \sigma_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (3.10)$$

$$\sigma_y'^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} - \left[\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2}{4} + \sigma_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

이다.

따라서 장축 σ_x' , 단축 σ_y' 및 σ_x' 의 방향 θ 가 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ 의 해 얻어진다.

확률의 범위가 1차원 인 경우 표준편차가 σ 일때 오차가 $+\sigma$ 에서 $-\sigma$ 사이에 있을 확률은 0.683이며, 2차원 동시분포일때 σ_x, σ_y 로 된 영역에 있을 확률은 0.394에도 못 미친다.

따라서 신뢰도를 95%로 하는 경우 표준오차타원의 장축, 단축에 2.447배 하여 얻을 수 있는 타원을 고려할 수 있는데 이 타원을 신뢰타원(C Confidence ellipse)이라 한다.

4. 관측모델 및 결과분석

4.1 관측 모델

자유망 조정과 고정망 조정 방법으로 변형 전과 변형 후의 망의 해석을 위해 그림 4.1과 같은 관측 모델을 설정하였다. 이는 최대 관측거리 50m, 최소 관측거리 7m로 하는 11점의 측점과 35개의 관측거리로 이루어진 망으로 측점 1,3,4,10,11은 안정된 점으로 하고, 측점 2,5,6,7,8,9는 변형 가능한 점으로 하여 측선간의 거리를 각각 관측하고, 임의의 측점을 변형시킨 후 관측을 행하여 변형 전과 변형 후의 각 요소에 대한 해석을 하였다.

관측 모델의 관측 자료와 관측값은 다음과 같다.

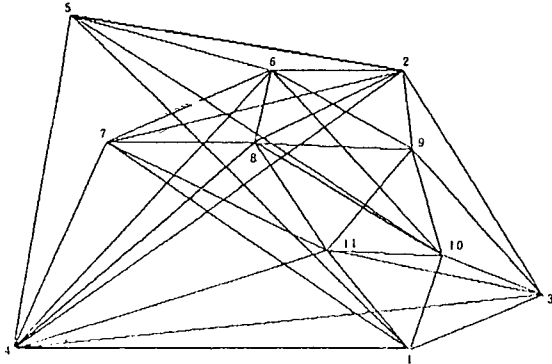


그림 4-1 관측 모델

표 4.1 관측자료

	자유망	1점 1방향 고정
관측 수	35	35
측점의 수	11	11
미지수의 수	22	19
잉여관측수	13	16
Rank defect	0	3

표 4.2 변형 전의 측점의 좌표
(단위 : M)

측 점	좌 표	
	X	Y
1	37.50	0.00
2	36.50	25.00
3	50.00	5.00
4	0.00	0.00
5	5.00	30.00
6	24.00	25.00
7	8.50	18.50
8	22.50	18.50
9	37.50	18.00
10	40.50	8.50
11	29.50	9.00

표 4.3 변형 전의 관측거리
(단위 : M)

측 선	거 리	측 선	거 리
1-3	13.463	4-6	34.658
1-4	37.500	4-7	20.357
1-5	44.226	4-8	29.132

1-7	34.397	4-11	30.842
1-10	9.014	5-6	19.644
1-11	12.042	5-10	41.502
2-3	24.131	6-7	16.812
2-4	44.238	6-8	6.669
2-5	31.891	6-9	15.204
2-6	12.503	7-8	13.998
2-7	28.743	7-11	23.051
2-8	15.434	8-9	15.011
2-9	7.072	8-10	20.587
3-4	50.249	8-11	11.803
3-9	18.031	9-10	9.960
3-10	10.124	9-11	12.040
3-11	20.887	10-11	11.011
4-5	30.412		

표 4.4 변형 후의 측점의 좌표
(단위 : M)

측 점	좌 표	
	X	Y
1	37.50	0.00
2	36.50	25.00
3	50.00	5.00
4	0.00	0.00
5	5.00	30.00
6	24.01	25.02
7	8.50	18.50
8	22.51	18.52
9	37.50	18.00
10	40.50	8.50
11	29.50	9.00

표 4.5 변형 후의 관측거리
(단위 : M)

측 선	거 리	측 선	거 리
1-3	13.463	4-6	34.676
1-4	37.500	4-7	20.356
1-5	44.229	4-8	29.147
1-7	34.396	4-11	30.844
1-10	9.014	5-6	19.649
1-11	12.042	5-10	41.504
2-3	24.129	6-7	16.827
2-4	44.242	6-8	6.669
2-5	31.891	6-9	15.206
2-6	12.486	7-8	14.006

2-7	28.747	7-11	23.046
2-8	15.420	8-9	14.997
2-9	7.068	8-10	20.593
3-4	50.249	8-11	11.812
3-9	18.037	9-10	9.966
3-10	10.124	9-11	12.045
3-11	20.887	10-11	11.011
4-5	30.412		

본 연구에서 개발한 program을 사용하여 자유망 조정의 경우는 일반 역행렬을 이용하여 관측방정식에 의해서 조정하였으며, 고정망의 경우는 각 측선의 기하학적 조건을 변화시켜 각각의 경우에 대하여 조정하였다.

4.2 망의 기하학적 조건에 따른 오차

제한 조건이 없는 자유망 조정의 경우와 제한조건이 있는 고정망 조건의 각 경우에 대하여 1-5, 1-7, 1-10, 5-10, 2-5, 2-8, 6-7, 6-8등 8개의 측선을 검측선으로 잡아 각각에 대한 거리관측오차를 분석하여 표와 그림으로 나타내면 다음과 같다.

○ : 고정망 조건

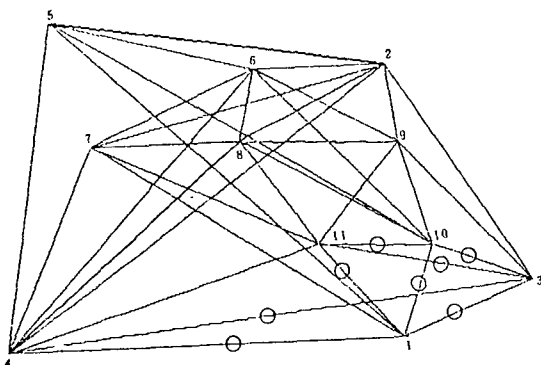


그림 4.2 관측 모델

그림 4.3에서와 같이 자유망 조정의 경우에 검측선에 대한 평균 제곱근 오차가 가장 작게 나타나며, 고정망 조정의 경우는 기하학적 제한 조건을 여러가지로 한 경우 거의 비슷한 값의 평균제곱근 오차를 가지나 (3-10)을

표 4.6 검측선에 따른 거리관측 오차

(단위 : X10 M)

망	검측선	1-5	1-7	1-10	5-10	2-8	2-5	6-7	6-8	R.M.S.E.
	자유망	0.8	1.0	-0.2	3.6	1.7	2.8	2.2	0.8	2.099
고정망	(3-11)	2.9	1.0	-0.2	3.7	1.6	-2.2	2.2	1.2	2.2930
	(3-10)	3.8	1.8	1.0	3.6	1.8	2.8	-2.1	1.2	2.6340
	(1-11)	2.9	1.0	-0.3	3.7	1.6	2.8	-2.2	1.1	2.3797
	(1-3)	-2.8	-1.1	0.3	-2.7	-1.7	-3.6	2.2	-1.1	2.3400
	(1-10)	-2.8	-1.0	0.3	-2.7	-1.7	-3.6	2.2	-1.1	2.3334
망	(10-11)	-2.8	-1.0	0.3	-2.8	-1.7	-3.6	2.2	-1.2	2.3574
	(1-4)	-2.8	-1.0	0.3	-2.8	-1.7	-3.7	2.3	-1.1	2.3860
	(3-4)	-1.7	-2.8	2.2	-2.7	-3.6	-1.3	-1.1	0.4	2.3568

* (3-4) : 3번 점과 4번 점의 Y의 방향을 고정한 경우

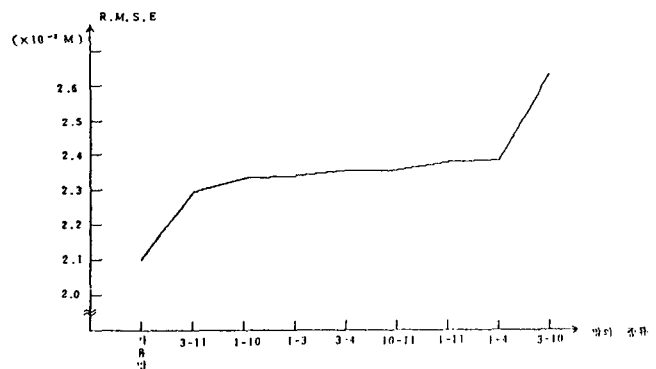


그림 4.3 검측선에 대한 각 경우별 R.M.S.E.

고정시킨 경우에서와 같은 기하학적 조건에서는 큰 오차가 발생함을 알 수 있었다.

4.3 각 측점의 오차에 대한 분석

자유망의 경우와 그림 4.2에 표시된 것과 같이 측선을 고정시킨 고정망의 각 경우에 대한 2, 5, 6, 7, 8, 9 측점의 타원 요소인 σ_{max} , σ_{min} 의 변화를 구하면 그림 4.4, 그림 4.5와 같다.

오차타원 장축의 경우, 자유망 조정에서 오차가 가장 작게 나타나며, 고정망의 경우 고정점의 선택에 의한 기하학적 조건의 변화에 따라 (3-4), (1-4), (3-11), (10-11), (1-3), (3-10), (1-11), (1-10) 순으로 오차

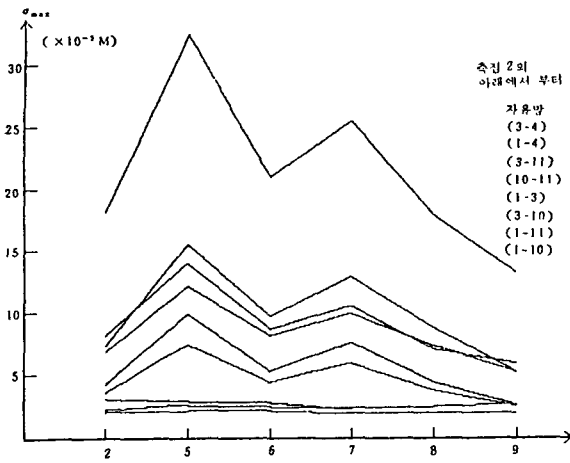


그림 4.4 각 경우에 대한 오차타원 장측의 변화

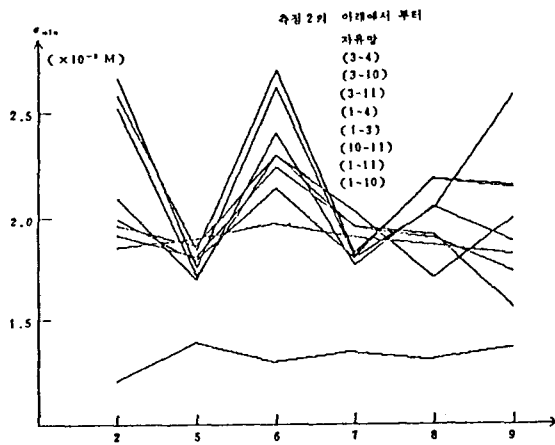


그림 4.5 각 경우에 대한 오차타원 단측의 변화

타원이 커졌다.

또한 오차타원 단측의 경우, 자유망 조정에서 오차가 가장 작게 나타나며 기하학적 조건의 변화에 따른 오차의 변화량은 장측에 비하여 아주 적었다.

따라서 자유망 조정의 경우에는 장반경과 단반경의 차이가 거의 없이 원에 가까운 오차타원을 형성하며, 고정망의 경우 고정점의 기하학적 조건의 변화에 따라 단반경에 비해 장반경이 아주 큰 오차타원이 형성된다는 것을 알 수 있다.

4.4 변위점검출

변위점 검출을 위해 변형 후의 각 경우에 대한 신뢰타원 장단축의 R.M.S.E를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

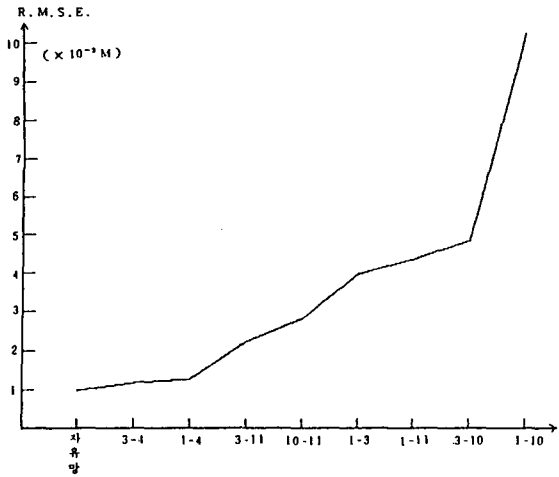


그림 4.6 변형후의 신뢰타원 장축에 대한 각 경우의 R.M.S.E

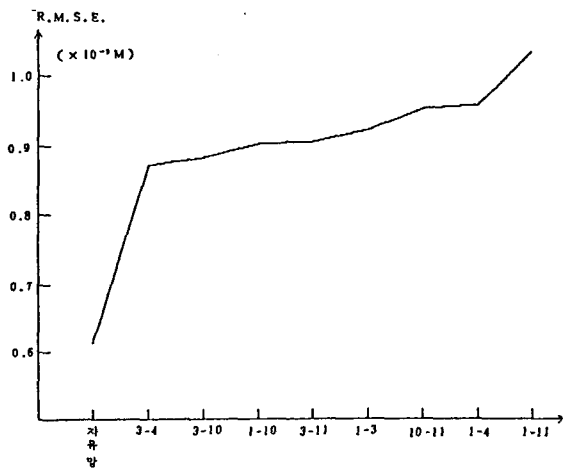


그림 4.7 변형 후의 신뢰 타원 단축에 대한 각 경우의 R.M.S.E.

그림 4.6와 4.7에서 각 경우에 대한 장반경과 단반경의 R.M.S.E.를 구해 봄으로써 장단축 모두 자유망조정인 경우가 고정망인 경우보다 R.M.S.E.가 작아 정확도가 높아짐을 알

수 있으며, 또한 고정망에서는 장측의 경우, 고정점의 기하학적 조건에 따라 R.M.S.E.의 변화폭이 큼에 비하여 단측의 경우에는 비교적 변화가 적다는 것을 알 수 있었다.

변형 후의 신뢰타원의 장단측의 변화도 오차타원과 같은 형태로 나타난다. 자유망의 경우와 고정망 중 가장 작은 신뢰타원을 갖는 고정점 (3-4)인 경우를 비교하면, 자유망 조정이 고정점 조정에 비해 장측의 경우 19.77%, 단측의 경우 42.14% 오차가 감소되므로 자유망 조정이 고정망 조정에 비해 변위점 검출에 더 신뢰성이 높음을 알 수 있었다.

한편, 변형 전후의 좌표차인 변위량을 각 측점별로 구하여 신뢰타원상에 벡터로 나타내면 다음과 같다.

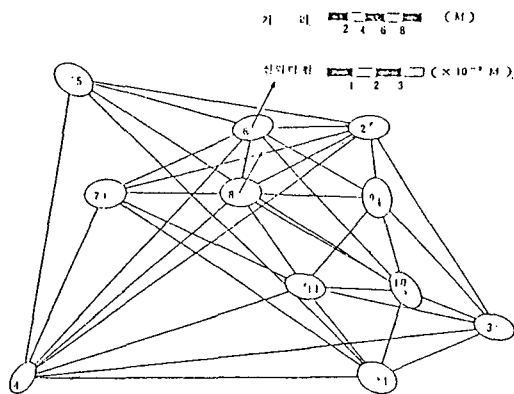


그림 4.8 자유망 조정의 신뢰타원 및 변위량 벡터

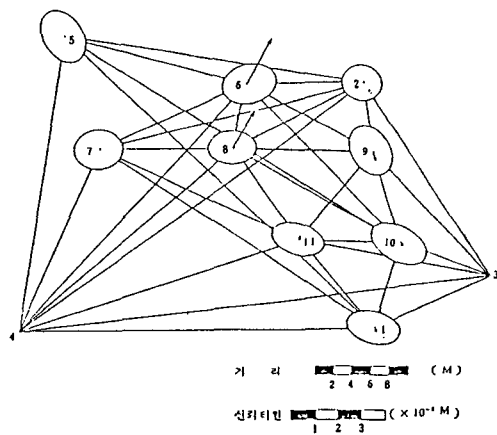


그림 4.9 고정점 (3-4)경우의 신뢰타원 및 변위량 벡터

변위량 벡터가 신뢰타원을 벗어나면 그 점은 변위점이라는 것을 알 수 있으며 위 그림에서는 6번 점과 8번 점이 변위점이라는 것을 알 수 있다.

5. 결론

수평 위치 결정과 변위점 검출에 있어서 자유망 조정 기법과 고정망 조정 기법의 신뢰성을 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 제한 조건이 없는 자유망 조정과 제한 조건을 주는 고정망 조정에서 8개의 검측선을 선정하여 각각의 거리관측오차를 비교, 분석한 결과 자유망 조정을 행한 경우의 평균제곱근 오차가 고정망 조정을 행한 경우보다 감소되어 자유망 조정으로 수평 위치 결정의 정확도를 향상 시킬수 있음을 알 수 있었다.
2. 변위점 검출에 있어서 자유망 조정이 고정망 조정에 비해 신뢰타원의 장측과 단측이 줄어들어 신뢰 할수 있는 결과를 얻을 수 있었다.
3. 자유망 조정 기법의 도입은 지각 변동등에 의해 변위가 발생한 국가 기준점이나 외력에 의해 변형된 시가지 등에 설치된 지적용 도근점의 변위점 검출과 그에 대한 보수 계획에 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

參考文獻

1. Thomas L. Boullion, Psartrick L. Odell, Generalized Inverse Matrices, Wiley-Interscience, 1971.
2. George E. Forsythe, Computer Methods For Mathematical Computations, Prentice-Hall, 1977.
3. P. R. Wolf, Adjustment Computations, 2nd Ed., P. B. L. publishing Co., 1980, pp. 87-98., pp. 207-222.
4. 유복모, 측량학 원론 (I), 개문사, 1984, pp. 39-61.
5. 坪川家恒, 現代測量學, 第一卷, 日本測量協會, 1981, pp. 273-293.
6. Mikhail, E. M., Gracie, G., Analysis and adjustment of survey measurements, VAN Nostrand Reinhold Co., 1981, pp. 218-227.

7. 田島 稔, “測量の自由網平均과 一般逆行列(上)”, 測量, 第31卷, 第2號, 日本測量協會, 1981, pp. 16-21.
8. 田島 稔, “測量の自由網 平均과 一般逆行列(下)”, 測量, 第31卷 第2號, 日本測量協會, 1981, pp.27-37
9. 藤井陽一部, “誤差橢圓より信頼橢圓へ” 測量, 第23卷 第12號, 日本測量協會, 1983. pp. 15-21.