

鐵筋콘크리트造 火災建物の 部材内部温度分布 推定에 관한 研究

A Study on Calculating the Temperature Distributions in the Concrete members of Reinforced Concrete Building with Fire Damage

吳 昌 熙*
Oh, Chang Hee

Abstract

This study is for calculating the equation of the inner temperature in the concrete, mainly by the theory of heat conduction in the solid. The results are as follow ;

1. The equation of the Fourier's heat diffusion is used formally to get the distribution of inner temperature of the concrete members, and this is programed by using the computer.
2. As study in the past, heat constant of concrete is calculated for function of temperature, described recommendation heat constant value in comparison with the existing inner heating experimental result.

1. 序 言

鐵筋콘크리트造建物の 主要構造部材가 火災로 인하여 高熱을 받았을 경우, 이콘크리트 部材는 그 構成物質의 熱膨脹率 또한 温度勾配에 의한 熱應力 등으로 力學的인 性質이 크게 변화하게 된다. 따라서 콘크리트部材内部의 温度分布把握은 火害의 程度를 推定하는데 있어서 매우 重要한 일이며 火害建物の 構造의인 耐力을 判斷하는 根本이 된다. 그러므로 콘크리트部材의 内部温度

와 時間의 算定法에 관한 研究는 오래전부터 시작되어 報告되어 왔다. 그러나 이들의 理論은 空間座標와 時間의 函數로서 温度分布를 算定하고 있다.

그러나 콘크리트의 熱的 性質과 熱傳達機構에 대한 正確한 把握은 實際적으로 거의 不可能하다. 그러므로 理論展開過程에 있어서 어느정도의 假定이 不可避하게 要求된다. 따라서 이 假定은 温度分布의 算定結果에 크게 影響을 주게 된다. 그러므로 本研究에서는 Joseph Fourier의 熱擴散方程式을 利用하여 固體内の 熱平衡式을 成立시킴과 同時에 熱傳導率, 熱容量, 熱傳達率의 熱

* 理事·漢陽大學校 建築工學科 教授·工博

定數를 既知의 實驗結果로부터 温度의 函數를 求하여 콘크리트 部材内部의 温度分布를 數值計算으로 解析하였다.

2. 콘크리트部材의 内部温度分布算定式

2-1 熱傳導의 基礎偏微分方程式

固體内の 熱傳導는 固體内の 温度差에 의하여 熱Energy가 운반되는 現象이다. 따라서 微小固體内の 熱流는 Energy原理에 의하여 다음과 같은 熱平衡關係를 가지게 된다.

즉 内部에 流入하는 熱量의 總和+發熱量=外部로 流出하는 熱量의 總和+内部Energy의 總和. 그림-1과 같은 無限히 작은 直立方體에 上記의 關係式을 適用시키면, (1)式과 같이되고 Q_{gen} 은 發熱量이다.

$$Q_x + Q_y + Q_z + Q_{gen} = Q_{x+dx} + Q_{y+dy} + Q_{z+dz} + dE/dt \dots\dots\dots(1)$$

$$Q_x - Q_{x+dx} = Q_x - (Q_x + \partial Q_x / \partial X \cdot dX) = -\partial Q_x / \partial X \cdot dX$$

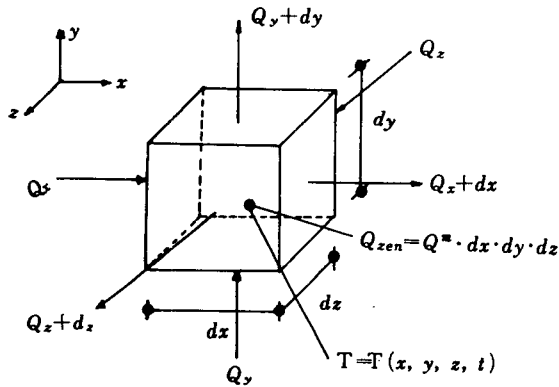


그림 1. Elemental volume for three-dimensional heat-conduction

같은 y와z面을 고려하면

$$Q_y - Q_{y+dy} = -\partial Q_y / \partial Y \cdot dY$$

$$Q_z - Q_{z+dz} = -\partial Q_z / \partial Z \cdot dZ$$

로 된다. Q_{gen} 이 發熱量이므로 體積에 대하여 $Q_{gen} = Q''' \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ 이다. (Q''' :單位體積當의 發熱量)

時間에 의한 内部 Energy의 變化量은

$$dE/dt = m \cdot c \cdot (dT/dt) = q \cdot c \cdot dX \cdot dY \cdot dZ \cdot (dT/dt)$$

Q : 熱量, T : 温度, c : 定積比熱,

q : 密度, m : 質量, t : 時間

이들을 利用하여 式을 整理하면 다음과 같이 된다.

$$Q''' \cdot dX \cdot dY \cdot dZ = \partial Q_x / \partial X \cdot dX + \partial Q_y / \partial Y \cdot dY + \partial Q_z / \partial Z \cdot dZ + q \cdot c \cdot dX \cdot dY \cdot dZ \cdot dT/dt \dots\dots\dots(2)$$

여기에서 各方向의 流入熱量은 Fourier法則을 利用할 경우 다음과 같이 된다.

$$Q_x = -K_x \cdot dY \cdot dZ \cdot (\partial T / \partial X)$$

$$Q_y = -K_y \cdot dZ \cdot dX \cdot (\partial T / \partial Y)$$

$$Q_z = -K_z \cdot dX \cdot dY \cdot (\partial T / \partial Z) \dots\dots\dots(3)$$

K : 熱傳導率

(3)式을 (2)式에 代入하여 熱傳導方程式을 얻는다.

$$\partial / \partial X \cdot (K_x \cdot \partial T / \partial X) + \partial / \partial Y \cdot (K_y \cdot \partial T / \partial Y) + \partial / \partial Z \cdot (K_z \cdot \partial T / \partial Z) + Q''' = q \cdot c \cdot dT/dt \dots\dots\dots(4)$$

따라서 2次元 熱傳導方程式은 다음과 같이 된다.

$$\partial / \partial X \cdot (K_x \cdot \partial T / \partial X) + \partial / \partial Y \cdot (K_y \cdot \partial T / \partial Y) + Q''' = q \cdot c \cdot dT/dt \dots\dots\dots(5)$$

2-2 熱傳導方程式의 前進差分近似

函數 T 및 그導函數 모두가 X 의 連續函數일때, Taylor의 定理에서 다음과 같이 된다.

$$T(X+\Delta X) = T(X) + \Delta X \cdot T'(X) + 1/2 \cdot \Delta X^2 \cdot T''(X) + 1/6 \cdot \Delta X^3 \cdot T'''(X) \dots\dots\dots (6)$$

$$T(X-\Delta X) = T(X) - \Delta X \cdot T'(X) + 1/2 \cdot \Delta X^2 \cdot T''(X) - 1/6 \cdot \Delta X^3 \cdot T'''(X) \dots\dots\dots (7)$$

이들의 展開式을 加하면 다음式을 얻게된다.

$$T(X+\Delta X) + T(X-\Delta X) = 2T(X) + \Delta X^2 \cdot T''(X) + S(\Delta X^4) \dots\dots\dots (8)$$

여기서 (ΔX^4)은 ΔX 의 4次이상을 포함한項이며, ΔX 가 微小하므로 無視된다고 하면 다음과 같이 된다.

$$T''(X) = (d^2 T / dX^2)_{x=x} = 1/\Delta X^2 \cdot (T(X+\Delta X) - 2T(X) + T(X-\Delta X)) \dots\dots (9)$$

또한 (6), (7)式의 差를 잡아 ΔX^3 이상의 項을 無視하면 다음과 같이 유도된다.

$$T'(X) = (dT/dX)_{x=x} = 1/2 \cdot \Delta X \cdot (T(X+\Delta X) - T(X-\Delta X)) \dots\dots\dots (10)$$

(10)式은 그림-2에서 명확하게 點P에 있어서 接線의 傾斜를 弦A, B의 傾斜에 가깝게 되는 것으로서 中心差分近似라 부르게 된다. 또한 P에 있어서 接線의 傾斜는 弦PA, PB에 가깝게되어 後進하고, 前進差分近似公式를 얻게된다.

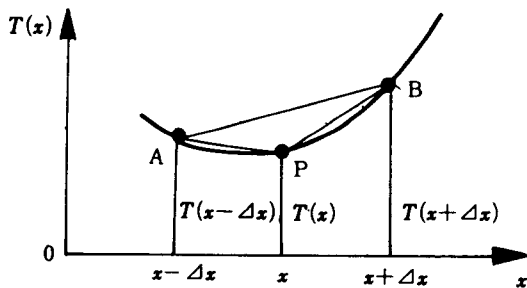


그림 2. Finite differentiation of derivative function

$$T'(X) = 1/\Delta X \cdot (T(X) - T(X-\Delta X)) \dots (11)$$

$$T'(X) = 1/\Delta X \cdot (T(X+\Delta X) - T(X)) \dots (12)$$

그림-3에 있어서 i, j 點의 溫度는 (5)式의 熱傳導偏微分方程式을 前進差分法에 따라 求한다. 一般的으로 콘크리트인 경우, 發熱이 없는 것으로 생각한다. 그러므로 式(5)는 다음과 같이 變形시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial/\partial X \cdot (\partial T/\partial X) + \partial/\partial Y \cdot (\partial T/\partial Y) \\ = 1/\alpha \cdot dT/dt \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

단, α 는 $K/q \cdot c$ 이다.

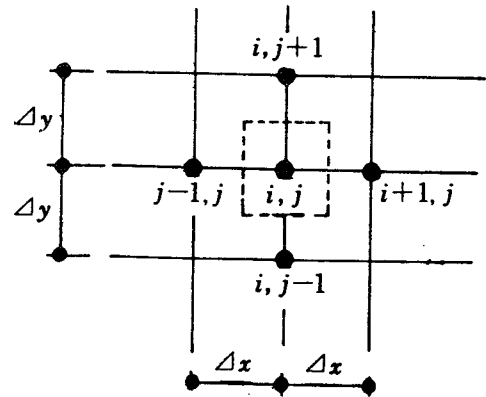


그림 3. Nomenclature used in two-dimensional numerical analysis of heat-convection

式(9) 및 (12)는 다음과 같이 된다.

$$\partial^2 T/\partial X^2 = 1/\Delta X^2 \cdot (T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j})$$

$$\partial^2 T/\partial Y^2 = 1/\Delta Y^2 \cdot (T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1})$$

$$dT/dt = 1/\Delta t \cdot (T_{i,j}^* - T_{i,j})$$

$T_{i,j}^*$: $T_{i,j}$ 의 Δt 時間後 溫度

$\Delta X = \Delta Y$ 로 하고, 윗式을 써서 (13)式을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} 1/\Delta X^2 \cdot (T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j}) \\ = 1/\alpha \cdot \Delta t \cdot (T_{i,j}^* - T_{i,j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{i,j}^* = \alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) + (1 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2) \cdot T_{i,j} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

여기서 安定條件(Stability requirement)는 다음과 같이 된다.

$$\Delta X^2 / \alpha \cdot \Delta t \geq 4 \quad \dots\dots\dots (15)$$

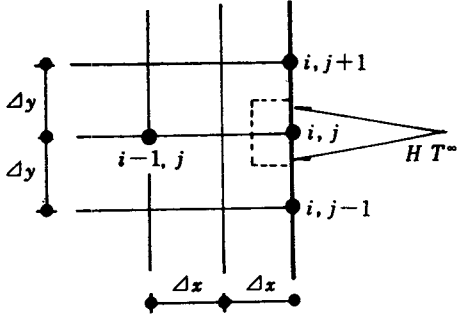


그림 4. Nomenclature for nodal equation with convection boundary node

1次元 벽체의 熱傳導境界에 대한 熱平衡은

$$K \cdot A \cdot \partial T / \partial X \Big|_{\text{wall}} = H \cdot A \cdot (T_{\text{wall}} - T_{\infty})$$

H : 熱傳達率

윗식을 이용하여 2次元熱傳導에 대한 平面境界에서의 熱平衡式을 만들면 다음과 같다.

$$\Delta Y \cdot (T_{i-1,j} - T_{i,j}) / \Delta X + \Delta X / 2 \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y + \Delta X / 2 \cdot (T_{i,j-1} - T_{i,j}) / \Delta Y + H \cdot \Delta Y / K \cdot (T_{\infty} - T_{i,j}) = 1 / \alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

여기서 $\Delta X = \Delta Y$ 라 하면 다음과 같이 된다.

$$T'_{i,j} = \alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (2T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} + 2H \cdot \Delta X / K \cdot T_{\infty}) + (1 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 - 2\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot H \cdot \Delta X / K) \cdot T_{i,j} \quad \dots\dots\dots (16)$$

安定條件은 式(17)과 같으며

$$\Delta X^2 / \alpha \cdot \Delta t \geq 2(H \cdot \Delta X / K + 2) \quad \dots\dots\dots (17)$$

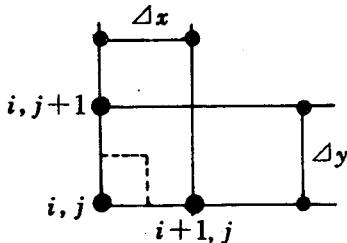


그림 5. Nomenclature for nodal equation with convection boundary at a corner section

出隅部分에 대한 熱平衡式은 다음과 같다.

$$\Delta X / 2 \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) + H / K \cdot (\Delta X / 2 + \Delta Y / 2) \cdot (T_{\infty} - T_{i,j}) = 1 / \alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

여기에서 $\Delta X = \Delta Y$ 로 하면 式(18)과 같으며 安定條件은 式(19)와 같다.

$$T'_{i,j} = 2\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (T_{i,j+1} + T_{i,j-1} + 2H \cdot \Delta X / K \cdot T_{\infty}) + (1 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot H \cdot \Delta X / K) \cdot T_{i,j} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (1 + H \cdot \Delta X / K) \leq 1 / 4 \quad \dots\dots\dots (19)$$

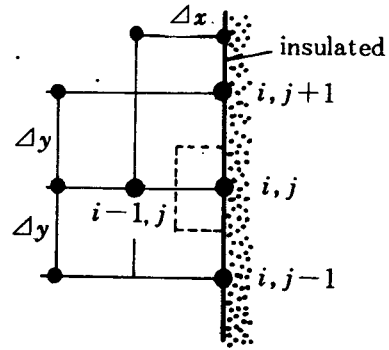


그림 6. Convection insulated boundary node

斷熱境界面에 대한 熱平衡式을 만들면 다음과 같으며 安定條件은 式(21)과 같다.

$$\Delta Y \cdot (T_{i-1,j} - T_{i,j}) / \Delta X + \Delta X / 2 \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y + \Delta X / 2 \cdot (T_{i,j-1} - T_{i,j}) / \Delta Y = 1 / \alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

여기서 $\Delta X = \Delta Y$ 라 하면

$$T'_{i,j} = \alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (2T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) + (1 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2) \cdot T_{i,j} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \leq 1 / 4 \quad \dots\dots\dots (21)$$

出隅部分에서 1面이 斷熱되어 있을 경우의 熱平

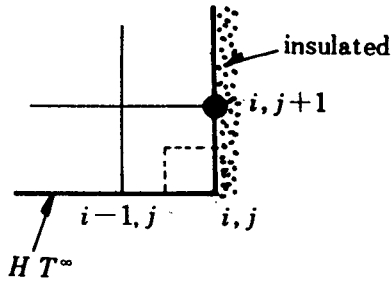


그림 7. Convection at a one-side insulated corner section

衡式은 다음과 같으며 安定條件은 (23) 式과 같게 된다.

$$\frac{\Delta X}{2} \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y + \frac{\Delta X}{2} \cdot (T_{i-1,j} - T_{i,j}) / \Delta X + H/K \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T_\infty - T_{i,j}) = 1/\alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

$$T'_{i,j} = 2\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (T_{i,j+1} + T_{i-1,j} + H \cdot \Delta X / K \cdot T_\infty) + (1 - 4\alpha \Delta t / \Delta X^2 - 2\alpha \Delta t / \Delta X^2 \cdot H \cdot \Delta X / K) \cdot T_{i,j} \dots (22)$$

$$\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (1 + H \cdot \Delta X / K) \leq 1/2 \dots (23)$$

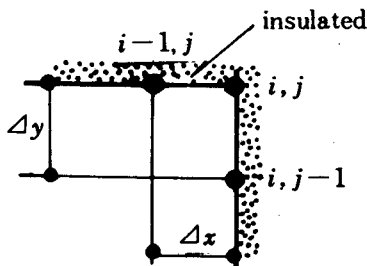


그림 8. Convection at a both-side insulated corner section

出隅角部分에서 2面이 斷熱된 경우의 熱平衡式은 다음과 같게되며 安全條件은 式(25)와 같게 된다.

$$\frac{\Delta X}{2} \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y + \frac{\Delta Y}{2} \cdot (T_{i+1,j} - T_{i,j}) / \Delta X = 1/\alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

$$T'_{i,j} = 2\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (T_{i,j+1} + T_{i+1,j}) + (1 - 4\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2) \cdot T_{i,j} \dots (24)$$

$$\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \leq 1/4 \dots (25)$$

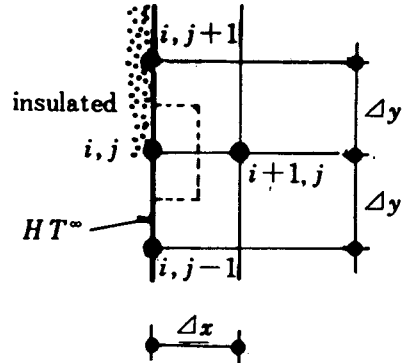


그림 9. Nomenclature for nodal equation with partial insulated boundary node

平面境界의 一部가 斷熱된 경우의 熱平衡式은 (26) 式과 같으며 安全條件은 式(27)과 같게 된다.

$$\Delta Y \cdot (T_{i+1,j} - T_{i,j}) / \Delta X + \frac{\Delta X}{2} \cdot (T_{i,j+1} - T_{i,j}) / \Delta Y + \frac{\Delta X}{2} \cdot (T_{i,j-1} - T_{i,j}) + H/K \cdot \Delta Y / 2 \cdot (T_\infty - T_{i,j}) = 1/\alpha \cdot \Delta X / 2 \cdot \Delta Y \cdot (T'_{i,j} - T_{i,j}) / \Delta t$$

여기서 $\Delta X = \Delta Y$ 로 하면,

$$T'_{i,j} = \alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (2T_{i+1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} + H \Delta X / K \cdot T_\infty) + (1 - 4\alpha \Delta t / \Delta X^2 - \alpha \Delta t / \Delta X^2 \cdot H \cdot \Delta X / K) \cdot T_{i,j} \dots (26)$$

$$\alpha \cdot \Delta t / \Delta X^2 \cdot (4 + H \cdot \Delta X / K) \leq 1 \dots (27)$$

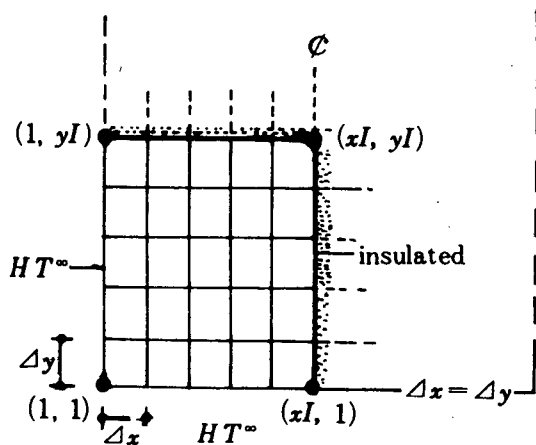


그림 10. Grid of concrete column

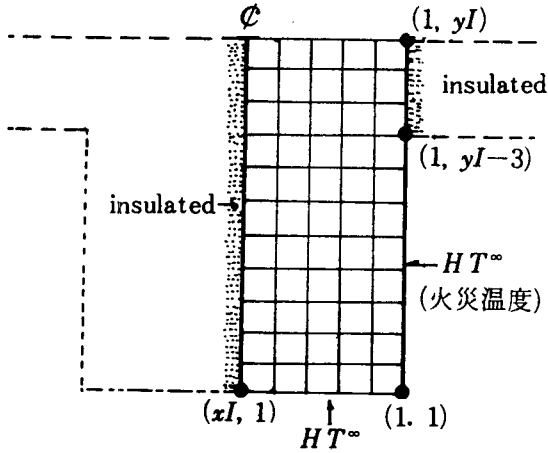
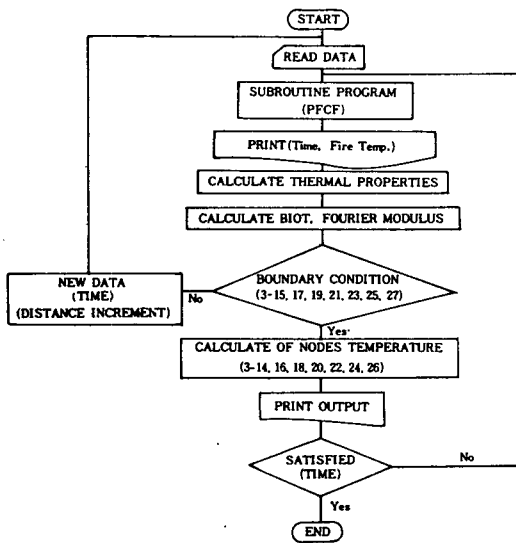


그림11. Grid of Concrete girder

이상의 式들을 가지고 그림-10 및 그림-11과 같은 콘크리트部材의 内部温度分布計算을 위한 Flow-chart는 표-1과 같다.

표-1. Flow chart for program of transient conduction



3. 콘크리트의 熱定數와 内部温度分布計算結果의 檢討

3-1 熱定數

콘크리트의 熱傳導率, 比熱, 熱傳達率은 溫度

의 函數로서 一定하지 않다. 더우기 콘크리트 内部에는 여러가지 형태의 水分이 포함되어 있으므로, 이들의 水分은 溫度에 따라 매우 복잡한 舉動을 일으켜 熱定數에도 크게 영향을 미치게 된다.

溫度의 變動에 對應하여 熱定數가 一定하게 된다고는 볼 수 없다.

따라서 콘크리트의 熱定數測定에는 여러가지 方法이 있으며, 測定方法에 따라 그 測定値가 다르게 된다.

그림-12, 13은 熱傳導率, 比熱에 관한 既存研究의 實驗結果이나 이들의 實驗値는 상당한 差異가 있음을 알 수 있다. 따라서 本 研究에서는 이들의 實驗値를 다음과 같이 3段階로 나누어 適用하기로 한다.

● 比熱

○ upper limit

$$C(Kj/kg-K) = 0.0000976T + 0.9$$

$$20^{\circ}C < T < 840^{\circ}C$$

$$C(Kj/kg-K) = 1.72$$

$$T \geq 840^{\circ}C$$

○ intermediate values

$$C(Kj/kg-K) = 0.000057T + 0.8$$

$$20^{\circ}C < T < 800^{\circ}C$$

$$C(Kj/kg-K) = 1.2$$

$$T \geq 800^{\circ}C$$

○ lower limit

$$C(Kj/kg-K) = 0.003T + 0.15$$

$$20^{\circ}C < T < 1200^{\circ}C$$

● 熱傳導

○ upper limit

$$K(W/m-K) = 0.001042T + 2.125$$

$$20^{\circ}C < T < 600^{\circ}C$$

$$K(W/m-K) = 1.5$$

○ intermediate values

$$K(W/m-K) = 0.00062T + 1.5$$

$$20^{\circ}C < T < 400^{\circ}C$$

$$K(W/m-K) = 1.25$$

$$T \geq 400^{\circ}C$$

○ lower limit

$$K(W/m-K) = 0.875$$

$$T > 1200^{\circ}C$$

● 熱傳達率

$$H(Kcal/m^2Ch) = 4.88 \times E_w / Q_t - Q_t [((\theta_t + 273) / 100) - ((\theta_t + 273) / 100)^4] + 2t$$

Q_i : 室内火災溫度
 Q_s : 壁의 表面溫度
 E_w : 壁의 黑度(0.7)

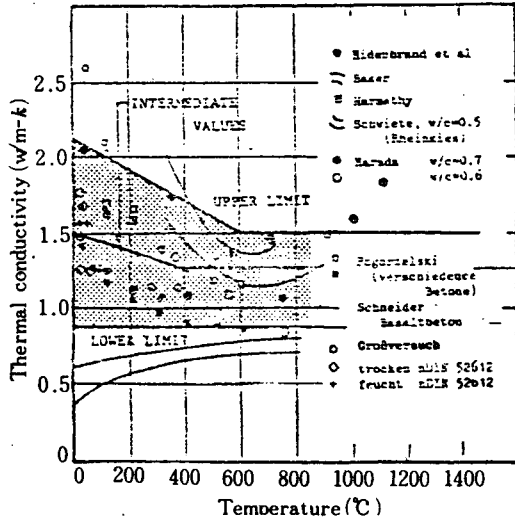


그림12. Thermal conductivity of concrete

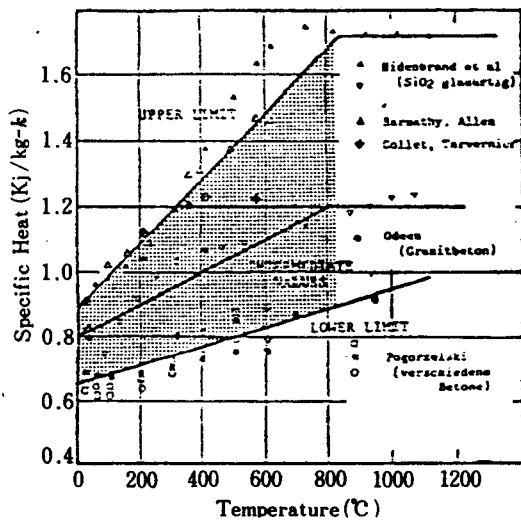


그림13. Specific heat of concrete

3-2 計算結果의 檢討

R. Iding*에 의한 實驗結果를 利用하여 計算方法을 檢討하고, 計算은 R. Iding의 기등에 대한 實驗結果에서 얻어진 콘크리트表面의 溫度를

써서, 熱定數에서 比熱에 대하여 中間值를 쓰고, 3개 값의 熱傳導率을 檢討하여 實驗結果值와 가장 잘 맞는 熱傳導率의 값을 찾는다.

다음은, 熱傳導率의 中間值를 써서 3개 값의 比熱에 대하여 각각 檢討하고, 實驗結果와 가장 잘 맞는 比熱의 값을 찾는다.

그 結果 그림-14와 그림-15와 같이 熱傳導率은 中間值, 比熱은 下限值가 實驗結果와 가장 가까웠다. 또 實驗結果에서 얻어진 콘크리트의 表面溫度는 다음과 같은 近似值를 적용하였다.

$$Q_i = 480t + 30 \quad t \leq 0.25,$$

$$Q_i = 116t + 121 \quad 0.25 < t \leq 1$$

$$Q_i = 52t + 185 \quad 1 < t \leq 2.5$$

$$Q_i = 315t \quad 2.5 < t \leq 4$$

Q_i : 콘크리트 表面溫度, t : 時間(hr)

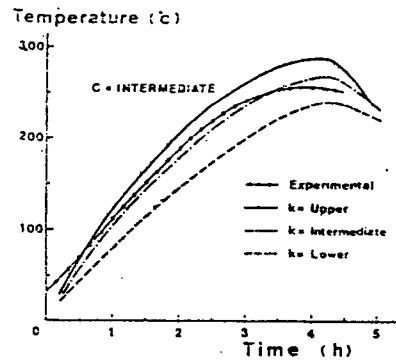


그림14. Effects of variations in conductivity on temperature history

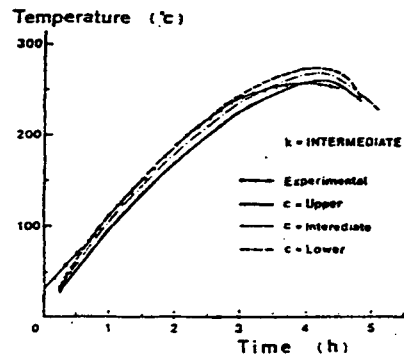


그림15. Effects of variation in specific heat on temperature history

4. 結 言

本研究에는 주로 固體内の 熱傳導理論을 中心으로한 콘크리트内部温度의 算定式에 關한 考察로서 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. 콘크리트部材의 内部温度分布를 求하기 위하여 Fourier의 熱擴散 方程式을 前進差分法으로 定式化 하였으며 Computer Program化 하였다.

2. 콘크리트의 熱定數를 從來의 研究에 따라 温度의 函로 하여 數式化 하였으며 既存의 部材 加熱 實驗結果와의 對比에서 推獎熱定數 값을 나타냈다.

參 考 文 獻

1. Schmidt, E., "Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens", 1942.
2. 若松孝旺, "火災時における建物部材の内部温度推定に關する研究," 日本建築學會論文報告集 No. 109 1965.
3. Nasser, K. W., "Creep of Mass Concrete at High Temperatures", A. C. I. 1971.
4. 原田有, "加熱された各種コンクリートの強度と弾性の變化," セメント技術年報 1974.
5. 古村福次郎, "高温度におけるコンクリートの力學的性質に關する研究," 日本建築學會論文報告集 1970.
6. Thomas, F. G., "The Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns", Investigation on Building Fires, Part VI, Research paper No. 18 1953.
7. Holman, J. P., Heat Transfer, 5th edition, Mc Graw Hill, 1976.