

n⁺-p접합에서 위치함수인 유전율을 고려한 경우 접합깊이가 전하밀도에 미치는 영향

(The Effect of Junction Depth on the Charge Density in n⁺-p junction with Consideration of Position dependent Dielectric Constant)

金 忠 源*, 韓 百 亨*

(Choong Won Kim and Baik Hyung Han)

要 約

Gaussian n⁺-p접합에 대해 위치함수인 유전율을 고려한 Poisson's equation의 일반적인 형태를 수치적으로 풀어 접합깊이가 전하밀도에 미치는 영향을 살펴 보았다. 또한 유전율의 변화에 기인한 전하 쌍극자의 해석적인 모델을 제시하였다.

Abstract

We examine the effect of junction depth on the charge density solving numerically the general form of Poisson's equation for Gaussian n⁺-p junctions. We also present an analytical model for the charge dipole due to the variation of the dielectric constant with doping.

I. 서 론

오늘날 실제로 관심이 있는 반도체 소자의 대부분은 강하게 도핑된 영역을 갖고 있다. 태양전지의 경우 고 단락전류와 고개방전압을 얻기 위하여 강하게 도핑시킨 매우 얇은 층을 두고 있다. VLSI경우에도 dimension을 줄이기 위하여 강한 도핑을 사용하고 있다. 이런 영역에서는 강한 도핑효과가 나타나는 데 그 중의 하나가 도핑농도에 따른 유전율의 변화이다.¹⁾

불순물 농도가 유전율의 변화에 미치는 영향은 실험적 또는 이론적으로 많이 연구되어져 왔다. 보고된 결과²⁾에 따르면 불순물 농도가 10¹⁷cm⁻³ 보다 크면 유전율이 크게 증가한다. 따라서 강하게 도핑된 영역을 갖는 소자의 경우 도핑농도에 따른 유전율($\epsilon(N)$)의 변화가

소자의 특성에 영향을 미치리라 생각된다.

$\epsilon(N)$ 이 소자의 특성에 미치는 영향은 M. H. Andrews 등³⁾에 의해 처음으로 연구되었다. 이들은 접합깊이가 2 μ m인 n⁺-p 접합에 대해 $\epsilon(N)$ 이 전위, 전계 및 전하밀도에 주는 영향을 조사하였다.

본 논문에서는 $\epsilon(N)$ 을 고려한 경우 접합깊이가 전하밀도에 미치는 영향을 살펴 보고자 한다. 또한 n⁺영역에 생기는 전하 쌍극자의 해석적인 모델을 제시한다. 도핑농도는 Gaussian이라 가정하고 $\epsilon(N)$ 의 모델은 M. H. Andrews Castner 등이⁴⁾ 보고한 실험치를 fitting하여 세운 것을 이용하였다. 결과는 접합깊이가 짧을수록 도핑농도의 기울기가 큰 n⁺영역에서 $\epsilon(N)$ 이 전하밀도에 미치는 영향이 크다는 것을 보여주었다. 특히 접합깊이가 ϕ .25 μ m인 경우 표면근처의 전하밀도가 접합을 기준으로하여 생긴 공핍 전하밀도의 2.5배 정도가 됨을 나타냈으며 n⁺영역의 전하 쌍극자의 해석적인 모델은 수치결과와 잘 일치하였다.

*正會員, 漢陽大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Hanyang Univ.)
接受日字: 1986年 10月 13日

II. 해 석

1. Poisson's equation의 일반적인 형태

Poisson's equation의 일반적인 형태는

$$\nabla^2\psi + \frac{1}{\epsilon} \nabla\epsilon \cdot \nabla\psi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1)$$

로써 전위와 전하밀도와의 관계를 기술한다. 여기서 ψ 는 전위, ρ 는 자유전하밀도이고 ϵ 는 유전율이다. 보통 유전율은 $\epsilon = \epsilon^* \epsilon_0$ 와 같이 유전상수와 진공 유전율의 곱으로 표시한다. ρ 는 정공, 전자와 이온화된 불순물 농도에 의해 아래와 같이 결정된다.

$$\rho = q(p - n + (N_D^+ - N_A^-)) \quad (2)$$

불순물 농도는 소자제작시에 명시되는 입력변수이나 정공과 전자농도는 통계역학이나 연속의 방정식으로부터 계산하여야 한다. 본 논문에서는 전류를 무시할 수 있는 열평형 상태와 역바이어스 하의 비축퇴 n^+p 접합을 해석하기 때문에 Boltzmann 통계를 사용하였다. ϵ 이 상수이면 (1)은 소자해석에 사용되는 Poisson's equation이 된다.

2. 유전상수의 모델링

실리콘을 강하게 도핑시켰을 때 나타나는 영향 중의 하나는 유전율이 불순물 농도의 함수, 즉 위치의 함수라는 것이다.

Castner 등⁴은 저온(ϕ . 05K)에서 n형 실리콘의 용량을 측정하므로써 불순물 농도가 증가함에 따라 유전율이 증가하며, 증가율은 불순물 종류에 따라 다름을 밝혔다. 다른 실험결과⁵는 불순물을 강하게 도핑시키면 반도체가 금속으로 천이함을 보여 주었다. 이 결과에 따르면 금속-비금속 천이농도는 불순물이 P인 경우 $\sim 4 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 이었다. S. Dhar 등¹⁶은 Castellan과 Seitz의 유전상수 모델을 수정하여 Castner의 실험값과 잘 일치하는 새로운 모델을 제시하였다.

본 연구에서는 Castner의 실험값을 토대로 하여 M. H. Andrews 등¹³이 세운 모델을 사용하였다. 이 모델은 아래와 같다.

$$\epsilon^* = \begin{cases} 11.7, & N < 10^{16} \text{cm}^{-3} \\ A \exp(BN), & N \geq 10^{16} \text{cm}^{-3} \end{cases} \quad (3)$$

여기서 N은 불순물 농도이고 A, B는 상수로 (4)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} A &= 11.7 (\epsilon_m^*/11.7)^{-\phi_m^*/25\phi_m^*} \\ B &= 2.5\phi_6 \times 10^{-19} \ln(\epsilon_m^*/11.7) \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 ϵ_m^* 은 유전율의 증가를 결정하는 상수로 5ϕ 으로 택하였다.

3. 도핑농도

도핑농도는 Gaussian이라 가정하였다. 표면 불순물 농도를 N_s , 기판의 균일한 불순물 농도를 N_A 라 하면

도핑농도는 아래와 같이 주어진다.

$$N(x) = N_0 \exp(-x^2/x_0^2) - N_A \quad (5)$$

여기서 x_0 는 접합깊이 x_j 에 따라 달라지는 상수로 $N(x_j) = \phi$ 로 부터 계산하면

$$x_0 = \frac{x_j}{[\ln(N_0/N_A)]^{1/2}} \quad (6)$$

4. 수치해석

a. 이산화 방정식

(1), (2)로 부터 규정화된 1차원 형태의 Poisson's equation은

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dx} \cdot \frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{\epsilon} [n - p - (N_D^+ - N_A^-)] \quad (7)$$

(7)은 비선형 편미분 방정식이므로 Newton method 를 써서 선형화시키면

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta^k}{dx^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dx} \cdot \frac{d\delta^k}{dx} - \frac{1}{\epsilon} (n^k + p^k) \delta^k = \frac{1}{\epsilon} [n^k - p^k - \\ (N_D^+ - N_A^-)] - \frac{d^2\psi^k}{dx^2} - \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dx} \cdot \frac{d\psi^k}{dx} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\delta^k = \psi^{k+1} - \psi^k \quad (9)$$

로써 k는 k번째 Newton 반복이고 δ^k 는 반복이 k번째에서 k+1번째로 갈 때 전위의 변화이다.

간격이 h인 균일한 grid를 사용하고 유한차분법을 (8)에 적용하면 아래와 같은 이산화 방정식을 얻을 수 있다.

$$a_i \delta_{i-1}^k + \delta_i^k + c_i \delta_{i+1}^k = b_i \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_i &= (1 - g_i) \\ c_i &= (1 + g_i) \\ b_i &= \frac{h^2}{\epsilon_i} [n^k - p^k - (N_D^+ - N_A^-)] \cdot r_i \\ &\quad - a_i \psi_{i-1}^k + 2 \cdot r_i \psi_i^k - c_i \psi_{i+1}^k \\ g_i &= \frac{1}{4\epsilon_i} (\epsilon_{i+1} - \epsilon_{i-1}) \\ r_i &= 1 / [2 + \frac{h^2}{\epsilon_i} (n_i^k + p_i^k)] \end{aligned}$$

b. 경계조건

접합에서 멀리 떨어진 점에서는 전하중성이 성립하므로 $\rho \approx \phi$ 이다. 이 조건으로부터 경계조건을 유도해 낼 수 있다. 정공과 전자 농도를 계산하는데 Boltzmann 통계를 사용하였으므로 규정화된 정공과 전자의 농도는

$$\begin{aligned} n &= \exp(\psi - \psi_n) \\ p &= \exp(\psi_p - \psi) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 ψ_n 과 ψ_p 는 각각 전자와 정공의 준페르미 전위이다. 전하중성조건으로부터 전위를 구하면

$$\psi(x) = \sinh^{-1}(N(x)/2) \quad (12)$$

(12)를 얻는데 $\psi_n = \psi_p = \phi$ 및 불순물은 모두 이온화된다 고 가정하였다. $x = \phi$ 를 n⁺영역 쪽의 경계라 하고 $x = L$ 를 p형 쪽의 경계라 하면 $x=L$ 에서 전위에 대한 규정화된 경계조건은

$$\psi(L) = \sinh^{-1}(N_A/2) \quad (13)$$

$x = \phi$ 에서 전위에 대한 경계조건은 전위의 기울기가 영이 되도록 취했다. 즉, 아래와 같이 전계가 영이 되도록 취했다.

$$E(\phi) = -\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=\phi} = 0 \quad (14)$$

5. 표면 근처의 전하 쌍극자의 해석적인 모델

전위와 전계는 ϵ 에 따라 크게 달라지지 않으므로 (7)로 부터 표면 근처에서의 전하밀도를 해석적으로 구할 수 있다. 유전율이 상수인 경우를 첨자 1로, 유전율이 위치 함수인 경우를 첨자 2로 나타내면

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{\rho_1}{\epsilon_1} \cdot \epsilon_2 - \frac{d\epsilon_2}{dx} \cdot \frac{d\psi_1}{dx} \\ &= \frac{\rho_1}{\epsilon_1} \epsilon_2 + \frac{d\epsilon_2}{dx} \cdot E_1 \end{aligned} \quad (15)$$

여기에서 $\psi_1 = \psi_2$ 라고 가정하였다. 강한도핑 효과가 나타나는 n⁺영역에서 $\rho_1 \approx$ 일정¹⁾하므로 경계조건 $E_1(\phi) = 0$ 를 이용하면 이 영역에서 E_1 은

$$E_1 = \frac{\rho_1}{\epsilon_1} x \quad (16)$$

(16)를 (15)에 대입하면

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{\epsilon_1} \cdot \epsilon_2 + \frac{\rho_1}{\epsilon_1} x \cdot \frac{d\epsilon_2}{dx} \quad (17)$$

(3)으로 부터 유전율의 구배는

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_2}{dx} &= \frac{d\epsilon_2}{dN} \cdot \frac{dN}{dx} \\ &= AB \exp(BN) \cdot \left(-\frac{2x}{x_0^2} N_0 \right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

따라서

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{\rho_1 A}{\epsilon_1} \exp(BN) - \frac{\rho_1 AB}{\epsilon_1} \cdot \frac{2N_0}{x_0^2} \cdot x^2 \cdot \exp(BN) \cdot \\ &\quad \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

ρ_1 은 전하 중성조건으로부터 계산할 수 있다. 열평형 상태하에서는 n⁺-p접합의 어느 점에서나 전류가 영이므로 다음 식이 성립한다.

$$J_n = n_1 q u_n E_1 + q D_n \frac{dn_1}{dx} = 0 \quad (20)$$

여기에서 u_n 및 D_n 은 각각 전자의 이동도와 확산계수이다. (20)으로 부터 E_1 은

$$E_1 = -\frac{kT}{q} \frac{1}{n_1} \frac{dn_1}{dx} \quad (21)$$

n⁺영역에서는 준중성조건¹⁾이 성립하므로 $n_1 \approx N$ 이라 하면 (21)은

$$E_1 = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dx} \quad (22)$$

(1), (2)로 부터 ρ_1 은

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \epsilon_1 \frac{dE_1}{dx} \\ &= \epsilon_1 \cdot \frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{N^2} \left(\frac{dN}{dx} \right)^2 - \epsilon_1 \cdot \frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{d^2 N}{dx^2} \end{aligned} \quad (23)$$

n⁺영역에서 $\rho_1 \approx$ 일정하므로 $x = \phi$ 에서 ρ_1 을 계산하면

$$\rho_1 = \epsilon_1 \frac{v_T}{N_0 - N_A} \cdot \frac{2N_0}{x_0^2} \quad (24)$$

여기서 v_T 는 열전압이다. (24), (19)로 부터 표면에 생긴 전하 쌍극자의 해석적인 모델은 (25)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{2N_0 v_T}{(N_0 - N_A) x_0^2} \left[A \exp(BN) - \frac{2ABN_0}{x_0^2} \cdot x^2 \right. \\ &\quad \left. \cdot \exp(BN) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

III. 결 과

접합깊이가 전하밀도에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 $N_0 = 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 이고 x_j 가 각각 $2 \mu\text{m}$, ϕ , $25 \mu\text{m}$ 인 두 개의 n⁺-p접합을 해석의 대상으로 삼았다. x_j 를 위와 같이 택한 이유는 다음과 같다. $x_j = 2 \mu\text{m}$ 는 M. H. Andrews 등의 결과와 비교하여 수치해석의 올바름을 입증하기 위하여 택하였으며, $x_j = \phi$, $25 \mu\text{m}$ 는 실제 태양전지 등의 에미터폭과 근사하기 때문에 해석대상으로 삼았다. 그림 1, 2에 $x_j = \phi$, $25 \mu\text{m}$ 에 대한 전위와 전계를 도시했다. n⁺영역에서 전위는 도핑농도의 감소에 따라 감소하고, 전계는 선형적으로 증가하고 접합에서 최대값을 나타냈다. 전계의 선형적인 증가는 ρ_1 이 이 영역에서 일정함을 의미한다. 전위와 전계는 $\epsilon(N)$ 을 고려하지 않은 경우와 거의 같음을 볼 수 있었다.

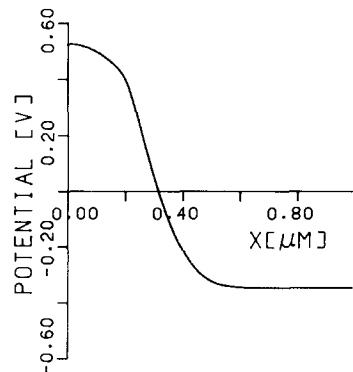


그림 1. n⁺-p접합($x_j = \phi = 25 \mu\text{m}$)내의 전위 유전율이 일정 한 경우(—)와 위치함수인 경우(.....)

Fig. 1. Potential in n⁺-p junction ($x_j = 0.25 \mu\text{m}$) for constant case (—) and for variable case (.....).

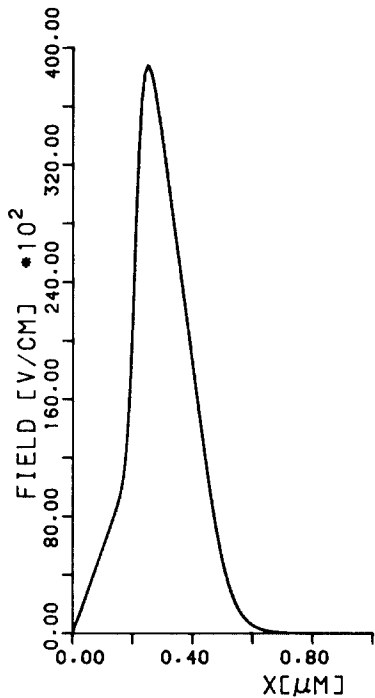


그림 2. n^+ - p 접합($x_j = \phi = 25\mu m$) 내의 전계 유전율이 일정한 경우(—)와 위치함수인 경우(-----)
 Fig. 2. Electric field in n^+ - p junction($x_j = \phi = 25\mu m$) for constant case(—) and variable case(-----).

$x_j = 2\mu m$, $\phi = 25\mu m$ 각각에 대한 전하밀도를 그림 3, 4에 보였다. M. H. Andrews 등이 보고한 바와 같이 전위, 전계와는 달리 전하밀도는 $\epsilon(N)$ 에 큰 영향을 받을 수 있었다. 그림 3, 4를 비교해 보면 $x_j = \phi = 25\mu m$ 경우가 $x_j = 2\mu m$ 경우보다 전하밀도의 변화가 훨씬 큼을 볼 수 있다. 전하밀도의 변화가 심한 이유는 $x_j = \phi = 25\mu m$ 가 $x_j = 2\mu m$ 보다 도핑농도의 기울기가 크기 때문에 유전율 및 전위의 기울기가 동시에 증가하여 $\nabla\epsilon \cdot \nabla\phi$ 의 영향이 크게 작용하기 때문이다. 그러므로 x_j 가 짧을수록 $\epsilon(N)$ 이 전하밀도에 미치는 영향이 큼을 알 수 있다.

n^+ 영역에 생기는 전하 쌍극자의 해석적인 모델이 수치결과와 잘 일치함을 나타내는데 $x = \phi$ 에서 어느 정도 오차를 보이는 것은 표면근처에서 $\rho_1 \approx$ 일정이라는 가정에 기인하는 것으로 생각된다. 금속과 n^+ 반도체와는 저항접촉이므로 $\rho_1(\phi) \approx \phi$ 이다. 그러므로 $x = \phi$ 근처에서는 $\rho_1 \approx$ 일정이라는 가정은 모순이나 그림 3, 4를 보면 유전율의 기울기가 큰 영역, 즉 강한 도핑효과가 나타나는 영역에서는 $\rho_1 \approx$ 일정은 좋은 가정임을 알 수 있다.

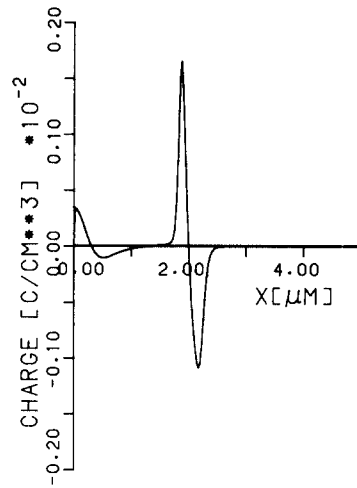


그림 3. n^+ - p 접합($x_j = 2\mu m$) 내의 전하밀도 유전율이 일정한 경우(—), 위치함수인 경우(---)와 해석적인 모델(.....)
 Fig. 3. Charge density in n^+ - p junction($x_j = 2\mu m$) for constant case(—) and for variable case(---) the dotted line represents the result calculated by an analytical model.

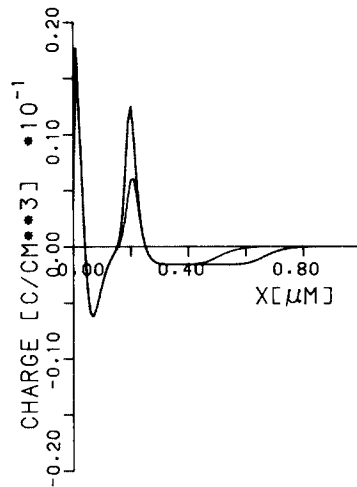


그림 4. n^+ - p 접합($x_j = \phi = 25\mu m$) 내의 전하밀도 유전율이 일정한 경우(—), 위치함수인 경우(---)와 해석적인 모델(.....)
 Fig. 4. Charge density in n^+ - p junction($x_j = \phi = 25\mu m$) for constant case(—) and for variable case(---) the dotted line represents the result calculated by an analytical model.

그림 5에 열평형상태와 역바이어스하의 전하밀도를 보였다. 역바이어스는 n^+ 영역에 생긴 전하 쌍극자에는 거의 영향을 주지 않으며 접합을 기준으로 한 공핍전

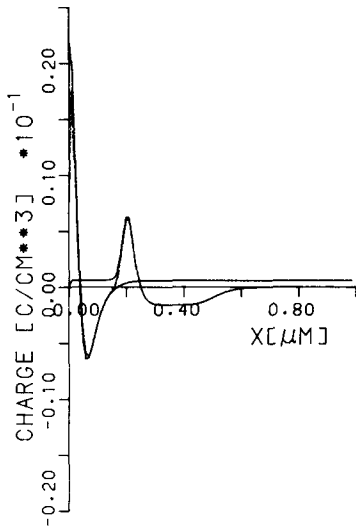


그림 5. n⁺-p접합($x_j = \phi = 25\mu\text{m}$) 내의 전하밀도 열평형의 경우(—)와 역바이어스, -1V의 경우(-----)

Fig. 5. Charge density in n⁺-p junction ($x_j = \phi = 25\mu\text{m}$) for thermal equilibrium(—) and for reverse bias, -1V (-----).

하에 큰 변화를 일으키는 것을 볼 수 있다. 따라서 $\epsilon(N)$ 에 기인한 전하 쌍극자는 n⁺-p접합의 용량에는 거의 영향을 미치지 않는 것으로 생각된다.

IV. 결 론

x_j 가 다른 두개의 n⁺-p접합을 대상으로 하여 $\epsilon(N)$ 을 고려한 경우 x_j 가 전하밀도에 미치는 영향을 살펴보고 표면근처에 생기는 전하 쌍극자의 해석적인 모델을 제시하였다. 결과는 x_j 가 짧을수록 $\epsilon(N)$ 이 전하밀도에 미치는 영향이 큼을 나타냈다. 특히 $x_j = \phi = 25\mu\text{m}$ 인 경우 표면근처에 생긴 전하밀도가 접합에 생긴 공핍전하밀도의 약 2.5배가 됨을 보였다. 전하 쌍극자의 해석적인 모델은 수치해석 결과와 잘 일치하였다. 또한 그림 5로 부터 유전율의 변화에 기인한 전하 쌍극자는 n⁺-p접합의 용량에는 거의 영향을 주지 않는 것으로 판단할 수 있었다.

표면근처에 생긴 전하 쌍극자는 전자와 정공의 재배치에 기인하는데 이것에 대한 물리적인 설명이 요구되며 소자의 특성에 미치는 영향도 많이 연구되어야 할 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

- [1] N.W. Ashcroft and N.D. Mermin, *Solid State Physics*, Holt, Rinehart and Winston New York, 1976.
- [2] J. Bethin, T.G. Castner, and N.K. Lee, "Polarizabilities of shallow donors in Silicon", *Solid State Commun.*, vol. 14, pp. 1321-1324, 1974.
- [3] M.H. Andrews, A.H. Marshak and R. Shrivastava, "The effect of position-dependent dielectric constant on the electric field and charge density in a p-n junction", *J. Appl. Phys.*, vol. 52, no. 11, pp. 6783-6787, 1981.
- [4] T.G. Castner, N.K. Lee, G.S. Cieloszyk, and G.L. Salinger, "Dielectric Anomaly and the Metal-Insulator Transition in n-Type Silicon", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 34, no. 26, pp. 1627-1630, 1975.
- [5] R.K. Sundfors and D.F. Holcomb, "Nuclear magnetic resonance studies of the metallic transition in doped silicon", *Phys. Rev.*, vol. 136, no. 3A, pp. A810-820, 1964.
- [6] S. Dhar and A.H. Marshak, "Static dielectric constant of heavily doped semiconductors", *Solid -State Electronics*, vol. 28, no. 8, pp. 763-766, 1985.
- [7] A. Fortini, A. Hairie, and M. Gomina, "Analysis and capacitive measurement of the built-in-field parameter in highly doped emitters", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-29, no. 10, pp. 1604-1610, 1982.
- [8] J.A. del Alamo, "Charge neutrality in heavily doped emitters", *Appl. Phys. Lett.* vol. 39, no. 5, pp. 435-436, 1981.