

평균치 정리를 이용한 전리층관측도 변환

알고리즘에 관한 연구

(A Study on the Ionogram Inversion Algorithm Using Mean Value Theorem)

朴 亨 來*, 蔡 宗 錫*, 李 赫 宰*

(Hyung Rae Park, Jong Seok Chae and Hyuck Jae Lee)

要 約

평균치 정리(Mean Value Theorem)를 이용해 전리층 관측도(ionogram)로부터 전자밀도 분포를 실시간으로 구할 수 있는 알고리즘과 초기치(starting points)의 설정방법, valley effect의 보정 방법에 대해 기술한다. 또한, 이 알고리즘을 이용해 계산한 결과치와 가상적인 전자밀도 분포치와의 오차를 분석하였으며, 우리나라 전파연구소에서 측정한 전리층 관측도로 부터 실제의 전자밀도 분포를 구함으로써 그 실용성을 보였다.

Abstract

A description of ionogram inversion algorithm developed for obtaining ionospheric electron density profile from ionospheric sounding datas (ionograms) in real time using mean value theorem is given and the methods for determining starting points and correcting valley effects are considered.

The results derived from this algorithm are compared with the theoretically simulated datas, and the real electron density profiles from the measured ionograms taken at Radio Research Laboratory in Korea are given to show its practical use.

1. 서 론

단파대 통신(High Frequency Communication)은 전리층과 지표를 일종의 도파관으로 하여 수 백km에서 수 천km 이상의 거리를 중계기 없이 정보 전송이 가능하므로 최근들어 전술, 전략적 측면에서 크게 각광을 받고 있다.

단파대 통신의 경우 전리층의 상태에 따라 전송특성

이 좌우되므로 전리층의 전자밀도 분포를 올바르게 파악하는 것이 중요하며 이를 위해 주로 주파수 소인 전리층 수직관측기(sweep frequency vertical sounder)를 이용한다.

실제로 전리층 수직 관측기로 측정한 전리층 관측도를 해석하는 방법은 여러가지가 있으며 전리층을 얇은층으로 세분하여 해석하는 적층방법(lamination method)과^{1,2,7,8,12)} 전리층의 실제 높이(real height)를 플라즈마 주파수의 다항식으로 표현하는 다항식 방법(polynomial method)으로 대별할 수 있다. 적층 방법의 경우 일정 구간 내에서 플라즈마 주파수의 함수에 대한 높이의 미분치가 일정하다고 가정하는 1차 적층 방법(first order method)³⁾이 처음 사용되었으나 그

*正會員, 韓國電子通信研究所 電波技術 開發室
(Radio Propagation Studies Section in Electronics and Telecommunications Research Institute)

接受日字: 1986年 9月 25日

후 A. K. Paul에 의해 2차 적층 방법(second order method)¹⁷⁾이 제안되었으며 일반적인 적층 방법의 주류를 이루게 되었다. 이와 같은 적층 방법은 정확한 전자밀도 분포를 구하는데 사용할 수 있으나 높은 정확도를 얻기 위해 40~50점 이상의 샘플링이 필요하며¹⁸⁾ 적분 과정의 복잡성으로 인해 많은 계산시간이 요구된다.^{2,8,13)} 한편, Titheridge 등에 의해 제안된 다항식 방법은 샘플링 주파수를 임계주파수(f_0F_2)에 대해 일정 비율로 미리 설정하여 5~6점의 샘플링만으로 전자밀도 분포를 구할 수 있으므로 대용량의 전리층 관측도의 해석이나 밤에 측정된 전리층 관측도를 해석할 때 유용하나, valley effect에 의한 오차를 보정할 수 없으므로 낮의 경우 정확한 전자밀도 분포를 구할 수 없다. 본 논문에서는 전리층 관측도로부터 전자밀도 분포를 구하는 방법에 대한 이론적 고찰과 함께 평균치 정리를 이용한 전리층 관측도 변환 알고리즘(ionogram inversion algorithm)에 대해 기술한다.

II. 기본 이론

주파수 f 인 펄스를 수직으로 발사했을 때 반사점의 가상높이(virtual height)는

$$h' = \int_0^n \mu' dh \tag{1}$$

로 주어진다.¹⁷⁾이 때 μ' 를 군 굴절율(group refractive index)이라고 하며 μ' 는 발사주파수 f , 플라즈마 주파수 f_w , Dip angle I , 자이로주파수 f_H 등의 함수가 된다. (dip angle이란 전파를 수직으로 발사했을 때 전파의 진행방향과 지자기의 방향이 이루는 각도의 여각을 나타내며 모든 지역마다 교유의 값을 갖는다. 지자기 적도: dip angle=0°) 지금, Appleton-Hartree의 굴절율 공식에서 전자충돌 주파수(collision frequency)를 무시할 경우 위상 굴절율(phase refractive index) μ 는

$$\mu^2 = 1 - \frac{X(1-X)}{1-X - \frac{1}{2}Y^2 \sin^2 \alpha \pm \sqrt{(1-X)^2 + Y^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{4}Y^4 \sin^4 \alpha}}$$

$$(X = \frac{f_w^2}{f^2}, Y = \frac{f_H}{f}, Y_T = Y \sin \alpha)$$

$$Y_L = Y \cos \alpha, \alpha = 90^\circ - I \tag{2}$$

로 주어진다.

한편, 군 굴절율 μ' 는

$$\mu' = \frac{\alpha(\mu f)}{af} = \mu + f \cdot \frac{\alpha \mu}{af} \tag{3}$$

가 되며 식 (1)에 식(3)을 대입하여 가상 높이로부터 실제의 전자밀도 분포를 구할 수 있다.

식 (1)을 풀기 위해 전리층을 얇은 층으로 세분할 경우 식 (1)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$h'_n = h_0 + \sum_{i=1}^n \int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' \cdot z' d\phi$$

$$\left(\phi = f_0^2, z' = \frac{dh}{d\phi} \right) \tag{4}$$

지금, z' 가 임의의 구간에서 선형적으로 변한다고 가정할 경우

$$z' = z'_{i-1} + (\phi - \phi_{i-1}) \cdot z''_{i-1} (\phi_{i-1} \leq \phi \leq \phi_i) \tag{5}$$

이므로 식 (5)를 식 (4)에 대입하면

$$h'_n = h_0 + \sum_{i=1}^n z'_{i-1} \cdot \int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' d\phi + \sum_{i=1}^n z''_{i-1} \int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' \cdot (\phi - \phi_{i-1}) d\phi \tag{6}$$

가 된다. 식 (5)로부터

$$z'_n = z'_{n-1} + (\phi_n - \phi_{n-1}) \cdot z''_{n-1} \tag{7}$$

$$h_n = h_{n-1} + (\phi_n - \phi_{n-1}) \cdot z'_{n-1} + \frac{1}{2} (\phi_n - \phi_{n-1})^2 \cdot z''_{n-1} \tag{8}$$

로 쓸 수 있다. 따라서 식 (6), (7), (8)을 이용하여 전리층 관측도로부터 전자밀도 분포를 계산할 수 있으며 이 때 식(6)의 적분 과정을 해결하는 것이 문제가 된다. 여기서는 평균치 정리를 이용하여 간단한 방법으로 처리하도록 한다. 지금, 새로운 변수 t 를

$$t = (1 - \phi/f^2)^{1/2} \tag{9}$$

이라고 정의하면

$$\int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' d\phi = -2f^2 \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mu' t dt$$

$$\int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' \cdot (\phi - \phi_{i-1}) d\phi = 2f^4 \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mu' t \cdot (t^2 - t_{i-1}^2) dt \tag{10}$$

가 된다.^{18,19)} 식 (9)와 (10)에서 고위도에서 $t \rightarrow 0$ 인 경우를 제외하고는 $\mu' t$ 는 매우 완만하게 변하므로 $\mu' t$ 를 t 의 선형함수로 표시할 수 있으며¹⁹⁾이 경우

$$\int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' \cdot d\phi \approx (\phi_i - \phi_{i-1}) \cdot \mu'(t_m)$$

$$\int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} \mu' \cdot (\phi - \phi_{i-1}) d\phi \approx (\phi_i - \phi_{i-1})^2 \cdot \mu'(t_k) \tag{11}$$

로 쓸 수 있다. 여기서

$$t_m = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, t_k = \frac{3}{4} (t_{i-1} + t_i) / (2t_{i-1} + t_i)$$

가 된다.

지금, $F_i = \mu'(t_m)$, $S_i = \mu'(t_k)$ 라고 하면 식(6)은

$$h'_n = h_0 + \sum_{i=1}^n (\phi_i - \phi_{i-1}) \cdot F_i \cdot z'_{i-1} + \sum_{i=1}^n (\phi_i - \phi_{i-1})^2 \cdot S_i \cdot z''_{i-1} \tag{12}$$

가 된다. 결국 식(12)로부터 z''_{n-1} 를, 식 (7)로부터 z'_n 를, 식(8)로부터 h_n 을 구할 수 있다.

III. 주요 파라미터의 설정과 보정법

1. 초기치 (starting point) 의 설정

일반적으로 1MHz 이하의 플라즈마 주파수를 갖는 이온층은 전리층 수직관측기에 의해 기록되지 않으며 따라서 이 부분에 의한 전파지연을 보상해 주기 위해 초기치를 올바르게 설정하는 것이 중요하다. 낮의 경우 최소 측정 주파수, f_{min} 은 1~2MHz가 되며 이때 최소 가상높이 h'_{min} 은 거의 초기높이 (starting height) h_0 와 비슷하므로 $h_0 = h'_{min}$ 으로 하여 전리층의 실제높이를 구할 수 있다. 한편, 밤의 경우 일반적으로 E층의 최대 플라즈마 주파수 f_oE 가 0.5~0.7MHz 이므로 이 부분을 무시할 경우 오차가 커지게 된다. 이 경우 초기높이 h_0 를 h_0 의 전형적인 값(150km)을 사용하거나 이상궤적(extraordinary trace)을 이용해서 초기높이를 결정할 수 있다.^[5]

2. Valley effect의 보정

낮의 경우 E층과 F층 사이에 이온 농도가 매우 낮은 부분이 존재하며 전리층 수직관측기로는 이 부분에 대한 데이터를 정확히 얻을 수 없다.^[5]

결국, 앞에서 처럼 순차적으로 전자밀도 분포를 구할 경우 valley 부분에 의한 지연이 고려되지 않으므로 계산된 실제높이는 큰 오차를 갖게 된다.

이와 같은 valley effect에 의한 오차를 보정해 주는 방법은 크게 두 가지가 있다. 즉,

첫째, F층의 밑부분에서 일정 지점까지 보외법에 의해 높이에 따른 전자밀도 분포를 구한 후 다시 순차적으로 전자밀도 분포를 구하는 방법과 둘째, E층의 전자밀도 분포가 f_oE 를 기준으로 대칭이라고 가정함으로써 valley effect에 의한 오차를 보정해 주는 방법이다.^[10]

3. 임계 파라미터(peak parameter)의 결정

일반적으로 f_oF_2 부근에서는 전파지연이 커지며 이에 따라 손실도 급증하므로 임계점 부근에서의 정확한 데이터를 얻을 수 없다. 종래의 일반적인 방법은 임계점 부근에서 접근선을 근사적으로 샘플링하여 f_oF_2 를 구하였다.^[10]

한편 F층의 임계점 부근에서는 포물선 모델(parabolic model)의 전자밀도 분포가 적용되며 따라서 이 모델을 기준으로 $1/z'$ 이 0이 되는 점까지 보외법에 의해 전자밀도 분포를 구함으로써 임계 파라미터를 구할 수 있다. 포물선 모델의 전자밀도 분포는 아래식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} (f_N/f_c)^2 &= 1 - [(h_m - h)/2S]^2 \\ &= 1 - \left(\frac{h_m - h}{y_m} \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 f_c 는 임계 주파수, h_m 은 임계점의 높이, $2y_m$ 은 포물선 두께를 나타낸다.

윗 식을 h 에 관해 미분하면,

$$\frac{2S^2}{f_c^2} = (h_m - h) \cdot z' \quad (14)$$

가 되며 윗 식의 좌변은 일정하므로

$$(h_m - h_1) \cdot z'_1 = (h_m - h_2) \cdot z'_2 \quad (15)$$

가 된다. 여기서 $(h_1, f_{N1}), (h_2, f_{N2})$ 는 임계점 부근의 두 점을 나타낸다. 또한 식 (13)이 $(h_1, f_{N1}), (h_2, f_{N2})$ 를 통과하므로

$$\begin{aligned} f_c^2 &= f_{N2}^2 + \frac{f_{N2}^2 - f_{N1}^2}{(h_m - h_1)^2 - (h_m - h_2)^2} \cdot (h_m - h_2)^2 \\ S^2 &= \frac{f_m^2 \cdot (h_m - h_2)^2}{4 \cdot (f_m^2 - f_{N2}^2)} \end{aligned} \quad (17)$$

이 된다.

IV. 전리층 관측도의 해석 및 결과분석

지금까지 평균치 정리를 이용한 전리층 관측도 변환 알고리즘에 대하여 고찰하였다. 실제로 이상의 알고리즘을 이용해 계산된 결과치와 가상적인 모델과의 오차를 분석해 본다.

그림 1에서 (a)는 가상적인 포물선 전자밀도 분포

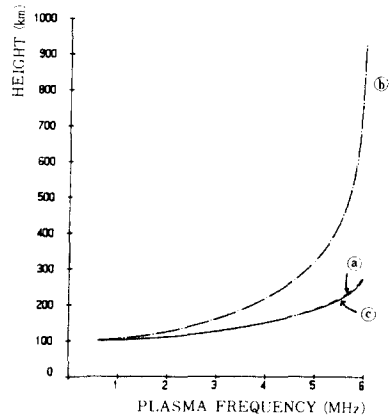


그림 1. 밤에 측정 가능한 전리층 관측도의 해석 (dip angle 65°)

(a) : 가상적인 전자밀도 분포(포물선 모델)^[4]

(b) --- : (a)로부터 계산한 전리층 관측도

(c) — : (b)로부터 계산한 전자밀도 분포

Fig. 1. An analysis of night-time ionogram. (dip angle 65°)

(a) : An assumed electron-density model, (parabolic model)

(b) --- : An ionogram calculated from (a).

(c) — : An electron-density profile calculated from (b).

(parabolic electron density model)을 나타내며¹⁴⁾ ①은 이러한 전자밀도 분포로부터 측정하여 얻을 수 있는 전리층 관측도로서 전형적으로 밤에 측정할 수 있는 것이다. 또한 ②는 위의 전리층 관측도로 부터 평균치 정리를 이용, 계산한 전자밀도 분포를 나타내며 가상치(③)와 비교할 때 거의 모든 점에서 일치함을 알 수 있다.

이 때 임계점 부근에서는 가상치에 비해 계산된 전리층 높이가 대략 5km 정도 낮음을 알 수 있다.

그림 2에서 (a)는 낮에 일반적으로 볼 수 있는 전리층 관측도의 한 형태이며 (b)는 valley effect를 고려하지 않을 경우 계산된 전자밀도 분포를 나타내며 (c)는 valley effect에 의한 오차를 보정해 주었을 경우의 전자밀도 분포를 나타낸다.

그림 2에서 valley effect를 고려하지 않을 경우 임계점에서의 오차는 약 25km가 되며 valley effect에 의한 오차를 보정해 줄 경우 임계점에서의 오차는 약 5km 이내가 된다.

그림 3은 E층과 F층 사이의 valley가 비교적 큰 경우, 즉 valley의 최저점에서의 플라즈마 주파수가 f_oE

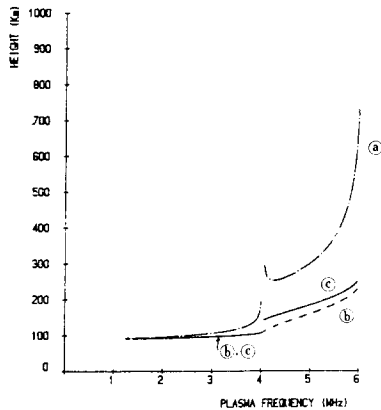


그림 2. 낮에 측정 가능한 전리층 관측도의 해석 (dip angle 65°)

- ① --- : 가상적인 전리층 관측도¹⁴⁾
- ② : Valley effect를 고려하지 않을 경우 얻어진 전자밀도 분포
- ③ ——— : Valley effect를 고려한 경우 얻어진 전자밀도 분포

Fig. 2. An analysis of day-time ionogram (dip angle 65°).

- ① --- : An assumed ionogram.
- ② : An electron-density profile calculated from ① when the valley effect is considered.
- ③ ——— : An electron-density profile calculated from ① when the valley effect is not considered.

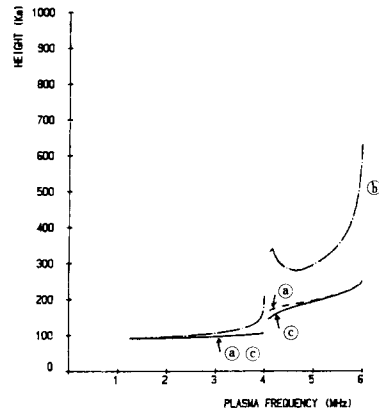


그림 3. Deep valley model로부터 얻어진 전리층 관측도의 해석 (dip angle 65°)

- ① : 가상적인 전자밀도 분포 (deep valley)¹⁴⁾
- ② --- : (a)로부터 계산한 전리층 관측도
- ③ ——— : (b)로부터 계산한 전자밀도 분포

Fig. 3. An analysis of ionogram calculated from deep valley model (dip angle 65°)

- ① : An assumed electron-density model (deep valley)
- ② --- : An ionogram calculated from ①.
- ③ ——— : An electron-density profile calculated from ②.

에 비해 약 30% 이상 작은 경우 (deep valley)를 나타내며 이 때 가상치와 전리층 관측도에서 계산한 결과치의 오차는 약 2km가 된다. 또한 그림 4는 valley의 깊이가 비교적 낮은 경우 (shallow valley)를 나타내며 임계점에서의 오차는 약 8km가 됨을 알 수 있다.

표 1은 평균치 정리를 이용한 프로그램의 결과치와 일반적인 적층 방법을 이용한 프로그램의 결과치를 비교한 것이다.¹⁵⁾ 표 1로부터 평균치 정리를 이용해 계산한 전자밀도의 오차는 일반적인 적층 방법을 이용했을 때의 오차와 거의 비슷한 수준임을 알 수 있다.

실제로 이상의 알고리즘을 이용해 우리나라 전파연구소에서 측정된 전리층 관측도를 해석해 본다. 사진 1은 일반적으로 낮에 볼 수 있는 전리층 관측도의 한 형태이며 사진 2는 밤에 흔히 볼 수 있는 전리층 관측도이다.

그림 5와 그림 6은 각각의 전리층 관측도로 부터 계산한 전자밀도 분포를 나타낸 것이며 낮의 경우 f_oF_2 는 7.6MHz, h_mF_2 는 251km이고, 밤의 경우 f_oF_2 는 2.9MHz, h_mF_2 는 282km가 됨을 알 수 있다.

V. 결 론

지금까지 평균치 정리를 이용한 전리층 관측도 변환

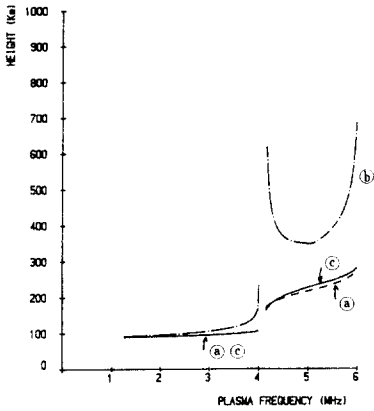


그림 4. Shallow valley model로 부터 얻어진 전리층 관측도의 해석 (dip angle 65°)

(a) : 가상적인 전자밀도 분포 (shallow valley)¹⁴⁾

(b) ---- : (a)로 부터 계산한 전리층 관측도

(c) — : (b)로 부터 계산한 전자밀도 분포

Fig. 4. An analysis of ionogram calculated from shallow valley model. (dp angle 65°)

(a) : An assumed electron-density model (shallow valley)

(b) ---- : An ionogram calculated from (a).

(c) — : An electron-density profile calculated from (b).

표 1. 평균치 정리를 이용한 결과치와 일반적인 적층방법에 의한 결과치의 비교 (dip angle - 65°)

Table 1. A comparison of the results of mean value theorem with those of general lamination method (dip angle 65°).

Deep Valley Model

	f_oF2	h_mF2	y_m
가 상 치	6.0	262	117
적 층 방 법	6.0	264	112
평 균 치 정 리	6.0	260	112

Complicated Deep Valley Model

	f_oF2	h_mF2	y_m
가 상 치	6.0	266	125
적 층 방 법	6.0	259	124
평 균 치 정 리	6.0	261	121

Shallow Valley Model

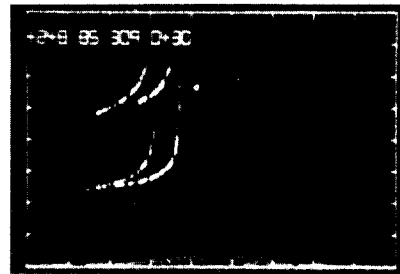
	f_oF2	h_mF2	y_m
가 상 치	6.0	287	123
적 층 방 법	6.0	286	118
평 균 치 정 리	6.0	295	125



사 진 1. 낮에 측정된 전리층 관측도 (85. 11. 11. 오후 2시 45분 측정, 안양 dip angle 44.4°, 자이로 주파수 1MHz)

Photo 1. A day-time ionogram.

(measured at ahn-yang, Oct. 11, 1985. dip angle 44.4°, gyrofrequency 1MHz)



사 진 2. 밤에 측정된 전리층 관측도 (85. 11. 5. 오전 4시 30분 측정, 안양 dip angle 44.4°, 자이로 주파수 1MHz)

Photo 2. A night-time ionogram.

(measured at ahn-yang, Sep. 5, 1985. dip angle 44.4°, gyrofrequency 1MHz)

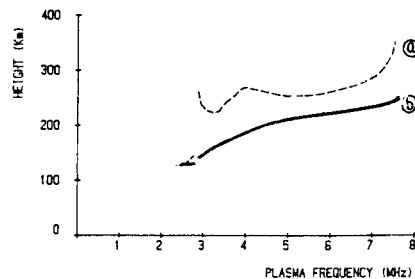


그림 5. (a) 사진 1을 scaling한 전리층 관측도 (b) (a)로 부터 계산한 전자밀도 분포

Fig. 5. (a) An ionogram scaled from photo. 1.

(b) An electron-density profile calculated from (a).

알고리즘에 대해 기술하였다. 일반적인 적층 방법에 비해 평균치 정리에 의한 변환 알고리즘은 고위도 (80° 이상) 지역에서는 정확도가 낮으므로 사용될 수 없으

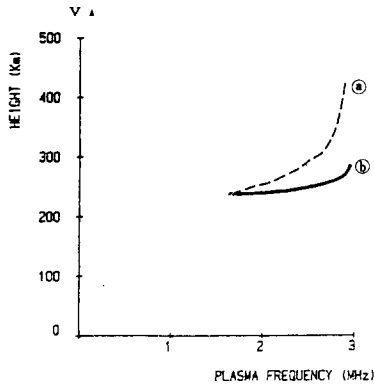


그림 6. (a) 사진 2를 scaling한 전리층 관측도
(b) (a)로부터 계산한 전자밀도 분포

Fig. 6. (a) An ionogram scaled from photo 2
(b) An electrom-density profile calculated from (a).

나 그 외의 모든 지역에서는 오차가 매우 작으며 또한 계산이 간단하므로 소형 컴퓨터를 이용하여 전리층 관측도를 해석할 수 있다.

본 프로그램에서는 초기치를 결정하는 방법으로 h_o 의 전형적인 값(낮의 경우 110km, 밤의 경우 150km)을 사용하거나 이상 궤적을 이용하였으나 보다 정확한 방법은 낮은 플라즈마 주파수(1MHz이하) 부분에 대한 데이터를 직접 얻는 방법이며 이러한 문제는 안테나의 지향성을 높임으로써 해결할 수 있다.

또한, 임계 파라미터는 마지막 두점(h_1, f_{N1}), (h_2, f_{N2})를 이용 보외법에 의해 구하였으나 여러 점을 least square fitting¹²⁾함으로써 임계 파라미터의 정확도를 높일 수 있다.

본 알고리즘은 이상 궤적(extraordinary trace)의 해석에도 적용이 가능하며 유도된 전자밀도 분포에서 가상높이를 계산하여 실측된 데이터와의 오차를 일정 수준까지 반복하여 보정해 줌으로써 정확한 전자밀도 분포를 구할 수 있다. 끝으로 전리층 관측도의 수집에 도움을 주신 전파연구소 관계자 여러분께 감사사를 드립니다.

參 考 文 獻

- [1] J.W. Wright and G.H. Smith Review of current methods for obtaining electron-density profiles from ionograms, *Radio Science*, vol.2, no.10, 1967.
- [2] T.L. Gulyaeva "use of a key point in the F-layer for N(h) Analysis of Ionograms," *Radio Science*, vol.16, no.1, 1981.
- [3] J.E. Titheridge "Increased accuracy with simple methods of ionogram analysis," *J. of Atmos. and Terr. Phys.* vol.41, 1979.
- [4] T. Herbert "Tables of virtual heights for models of monotonic and nonmonotonic ionospheric layers," *Radio Science* vol.2, no.10, 1967.
- [5] J.E. Titheridge "The analysis of night-time ionograms," *J. of Atmos. and Terr. Phys.* vol.37, 1975.
- [6] J.E. Titheridge "Single-polynomial analysis of ionograms," *Radio Science*, vol.4, no.1, 1969.
- [7] A.K. Paul "Ionospheric electron-density profiles with continuous gradients and underlying ionization corrections," *Radio Science*, vol.2, no.10, 1967.
- [8] A.K. Paul "A Simplified Inversion Procedure for calculating electron-density profiles from ionograms for use with mini-computers," *Radio Science*, vol.12, no.1, 1977.
- [9] D.H. Shinn "Tables of group refractive index for the ordinary ray in the ionosphere physical society p.402-406. 1955.
- [10] H.H. Howe and D.E. Mckinnis "Ionospheric electron-density profiles with continuous gradients and underlying ionization corrections," *Radio Science* vol.2, no.10, 1967.
- [11] B.W. Reinisch and H. Xueqin "Automatic calculation of electron-density profiles from digital ionograms," *Radio Science*, vol.18, no.3, 1983.
- [12] J.E. Titheridge "Ionogram analysis: least squares fitting of a chapman layer peak," *Radio Science* vol.20, no.2, 1985.
- [13] W. Becker "On the manual and digital computer methods used at Lindau for the conversion of multifrequency ionograms to electron-density height profiles," *Radio Science* vol.2, no.10, 1967.