

Compass Gradient Edge 연산자의 새로운 해석 방법

(A New Interpretation of the Compass Gradient Edge Operators)

朴 來 弘*, 崔 祐 榮*

(Rae-Hong Park and Woo Young Choi)

要 約

빛의 밝기나 색의 갑작스러운 변화를 나타내는 edge는 화상을 분석하고 분류하는데 필요한 원초적인 특성이다. 이차원 3×3 compass gradient 연산자(예로서 Sobel, Prewitt, Kirsch 연산자)는 edge를 검출하는데 많이 사용되며 8방향의 성분을 추출할 수 있다.

본 논문에서는 3×3 마스크에 대응되는 8방향의 gradient 크기의 연산결과와 8개의 입력 화소의 빛의 밝기와의 관계를 새로운 방법으로 해석한다. 이 새로운 해석을 통하여 변환 평면에서의 eigenvalue 값을 변화시켜 새로운 compass gradient edge 연산자의 설계 및 광학시스템을 이용한 고속광학 edge 연산자 계산이 가능하리라 기대된다.

Abstract

The edge, a discontinuity or abrupt change in the gray-level or color, is a fundamentally important primitive feature of an image necessary for the image analysis and classification. Two-dimensional 3×3 compass gradient operators (ex. Sobel, Prewitt, and Kirsch operators) are commonly used in the edge detection and usually detect 8 compass directional components.

In this paper, we present a new interpretation of the relationships between the resulting 8 gradient magnitudes and the 8 intensity values of neighboring pixels which are covered by the two-dimensional 3×3 mask. It is expected that a new gradient edge operator may be designed by changing the eigenvalues in the transform domain and the fast optical edge operator may be implemented by using the optical system.

I. 서 론

화소의 빛의 밝기(gray level)나 색의 갑작스러운 변화를 나타내는 edge는 화상의 이해와 분석에 있어서 필요한 원초적인 화상의 특성중에 하나로서 이들

edge를 이용하여 입력 화상내의 물체의 형태 또는 크기등의 정보를 얻을 수 있다. 또한 edge를 이용한 화상분할(picture segmentation)이나 데이터 압축(data compression) 등에도 사용된다.

최근까지 edge에 대한 많은 논문들이 발표되었으며 여러종류의 edge 연산자가 사용되고 있다.^[1] 이들 edge 연산자중에는 3×3 마스크(mask)를 사용하는 compass gradient 연산자가 있는데, Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자등이 이에 속한다. 이 compass gradient 연산자들은 8방향의 edge를 추출할 수 있다.^[2]

*正會員, 西江大學校 理工大學 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Sogang Univ.)

接受日字: 1986年 9月 4日

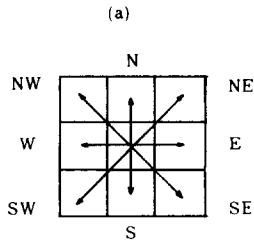
(* 본 연구는 서울대학교 공과대학 위탁연구 과제의 일부로 이루어진 것임.)

본 논문에서는 입력 화상의 점 (i, j) 에 마스크의 중심을 두었을 때 그 중심점을 제외한 입력 화상의 화소의 빛의 밝기와 8 방향의 마스크의 연산 결과와의 관계를 새로운 방법으로 해석하고자 한다.

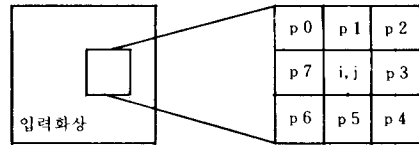
II. Compass Gradient Edge 연산자의 새로운 해석방법

본 장에서는 compass gradient edge 연산자¹⁾의 새로운 해석을 위하여 먼저 그림1(a)와 같이 주어진 8 방향의 edge 값을 구하는 과정이 circulant matrix 에 의해 표현되며, circulant matrix는 Fourier transform matrix에 의해 diagonalization될 수 있다는 성질에 대해 논한 후 이 두 관계를 이용하여 Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자의 변환 영역에서의 새로운 해석에 대해 논하기로 한다.

Direction of gradient	Sobel 연산자	Prewitt 연산자	Kirsch 연산자
N	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
NW	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
W	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
SW	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}$
W	$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$
SE	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$
W	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$
NE	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$



(b)



(c)

그림 1. (a) Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자 (b) 마스크의 방향 (c) 대응화소

Fig. 1. (a) Sobel, Prewitt, and Kirsch operators, (b) the direction of a mask, (c) the pixels corresponding to a mask.

1. Circulant Matrix H

입력 화상에서 3x3 마스크를 적용하였을 때 그 마스크에 해당하는 화소의 빛의 밝기를 그림1(c)와 같이 3x3 마스크의 왼쪽 위로부터 시계 방향으로 p0, p1, ..., p7의 형태로 나타낼 수 있으며, 앞으로 이들을 '대응 화소' 라고 명명한다. 또한 Sobel, Prewitt, Kirsch 연산자들의 정해진 방향의 마스크의 weight를 그림2(a)와 같이 가운데 weight를 제외하고 3x3 마스크의 왼쪽 위로부터 시계 방향으로 weight를 h(i) (i=0, 1, ..., 7)라고 한다. 본 고에서는 그림1(b)의 N 방향을 기준으로 하였으며, 나머지 7 방향(NW, W, ..., NE의 방향) 성분은 반시계 방향으로 회전시킴으로써 얻을 수 있다. 그림2(b)에 Sobel 연산자 경우의 예를 보였다. 이와같이 나타낸 연산자의 각 방향 마스크는 그림 2(c)와 같이 8x8 matrix로 나타낼 수 있으며 이를 'H'라고 한다. 예를 들어 H의 첫 행은 N방향, 두번째 행은 NW방향의 3x3 마스크를 그림 2(a)에서 정의한 바와 같이 왼쪽 위의 weight값부터 반시계 방향으로 늘어놓은 것이다. 이와같이 하여 얻은 Sobel, Prewitt, Kirsch 연산자들에 대한 Hs, Hp, Hk는 각각 그림 2(d)와 같다.

따라서 각 방향의 마스크의 edge 값은 그 마스크의 weight와 대응 화소와의 곱의 합, 즉 H와 P와의 matrix 곱의 형태로 나타낼 수 있으며 이를 식으로 나타내면 식(1)과 같다.

$$E = \begin{bmatrix} e(0) \\ e(1) \\ e(2) \\ e(3) \\ e(4) \\ e(5) \\ e(6) \\ e(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) \\ h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) \\ h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) \\ h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) \\ h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) \\ h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) \\ h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \end{bmatrix} = H \cdot P$$

(1)

h(0)	h(1)	h(2)
h(7)	i, j	h(3)
h(6)	h(5)	h(4)

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & h(2) \\ h(7) & h(8) & h(3) \\ h(6) & h(5) & h(4) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(4) & h(5) & h(6) \\ h(3) & h(8) & h(7) \\ h(2) & h(1) & h(0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & h(3) \\ h(0) & h(8) & h(4) \\ h(7) & h(6) & h(5) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(5) & h(6) & h(7) \\ h(4) & h(8) & h(0) \\ h(3) & h(2) & h(1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(2) & h(3) & h(4) \\ h(1) & h(8) & h(5) \\ h(0) & h(7) & h(6) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(6) & h(7) & h(0) \\ h(5) & h(8) & h(1) \\ h(4) & h(3) & h(2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(3) & h(4) & h(5) \\ h(2) & h(8) & h(6) \\ h(1) & h(0) & h(7) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h(7) & h(0) & h(1) \\ h(6) & h(8) & h(2) \\ h(5) & h(4) & h(3) \end{bmatrix}$$

(b)

$$H = \begin{bmatrix} h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) \\ h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) \\ h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) & h(4) \\ h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) & h(5) \\ h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) & h(6) \\ h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & h(7) \\ h(7) & h(6) & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) \end{bmatrix}$$

(c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -3 & -3 & -3 & -3 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & -3 & -3 & -3 & -3 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & -3 & -3 & -3 & -3 & 5 \\ -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & -3 & -3 & 5 \\ -3 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & -3 & 5 \\ -3 & -3 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & 5 \\ -3 & -3 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & 5 \\ -3 & -3 & -3 & 5 & 5 & 5 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

Hs

Hp

Hk

(d)

- 그림 2. (a) h(i)의 형태로 나타낸 마스크
 (b) h(i) 형태로 나타낸 Sobel 연산자
 (c) 8방향의 compass gradient 마스크의 matrix 형태
 (d) Sobel, Prewitt, Kirsch 연산자의 matrix 형태

Fig. 2. (a) the mask in terms of h(i).
 (b) Sobel operator in terms of h(i).
 (c) 8directional compass gradient mask in a matrix form.
 (d) Sobel, Prewitt, and Kirsch operators in matrix forms.

여기서 E는 각 방향 성분의 edge 값 e(i) (i=0, 1, ..., 7)로 이루어진 column vector이고, P는 대응 화소 p0, p1, ..., p7로 이루어진 column vector이며, H는 대응 화소를 E로 변형하는 mapping matrix이며 circulant matrix의 형태이다.

식(1)에서 보인 것처럼 sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자와 같은 compass gradient 연산자들은 대응 화소와 각 마스크의 weight를 각각 그림1(c)와 그림2(a)에서와 같이 배열함으로써 E와 P의 관계를 circulant matrix를 사용하여 표현할 수 있다.

2. Circulant Matrix의 성질

Circulant matrix H는 그림2(c)에서와 같이 주기성을 갖는다. 즉, h(i) = h(M+i) 이다(여기서 M은 8이다.). 또한 이 circulant matrix H는 식(2)와 같은 matrix 곱의 관계를 만족한다.¹¹⁾

$$H \cdot w(k) = \gamma(k) \cdot w(k) \tag{2}$$

여기서

$$H = \begin{bmatrix} h(0) & h(M-1) & h(M-2) & \dots & h(2) & h(1) \\ h(1) & h(0) & h(M-1) & \dots & h(3) & h(2) \\ h(2) & h(1) & h(0) & \dots & h(4) & h(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h(M-2) & h(M-3) & h(M-4) & \dots & h(0) & h(M-1) \\ h(M-1) & h(M-2) & h(M-3) & \dots & h(1) & h(0) \end{bmatrix}$$

$$\gamma(k) = h(0) + h(M-1) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} k\right] + h(M-2) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 2k\right] + \dots + h(1) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)k\right] \tag{3}$$

$$w(k) = \begin{bmatrix} 1 \exp\left[j \frac{2\pi}{M} k\right] & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 2k\right] & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)k\right]^T \tag{4}$$

이다. 이 식에서 w(k)는 circulant matrix H의 eigenvector를 나타내며 γ(k)는 eigenvector w(k)에 대응되는 eigenvalue를 나타낸다.

만일 H의 eigenvector w(k) M개를 matrix의 한열로 하여 M×M matrix W를 구하면 다음과 같다.

$$W = \{w(0) \ w(1) \ w(2) \ \dots \ w(M-1)\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \exp\left[j \frac{2\pi}{M}\right] & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 2\right] & \dots & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)\right] \\ 1 \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 2\right] & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 4\right] & \dots & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)2\right] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)\right] & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)2\right] & \dots & \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)^2\right] \end{bmatrix}$$

이때 W의 (k, i)째 원소를 W(k, i) (k, i=0, 1, ..., M-1)라고 하면

$$W(k, i) = \exp\left[j \frac{2\pi}{M} ki\right] \quad (5)$$

이다. 또한 complex exponential의 orthogonality 특성에 의해 역 matrix W^{-1} 의 (k, i) 번째 성분은 식(6)과 같이 된다.

$$W^{-1}(k, i) = \frac{1}{M} \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} ki\right] \quad (6)$$

식(5)와 식(6)을 사용하면 다음과 같은 관계가 얻어진다.

$$WW^{-1} = W^{-1}W = I \quad (I = M \times M \text{ identity matrix}) \quad (7)$$

그러므로 circulant matrix H는 식(5)로 주어진 $W(k, i)$ 를 원소로 하는 W matrix에 의해 diagonalization됨을 알 수 있다. 따라서 H는 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H = WDW^{-1} \text{ or } D = W^{-1}HW \quad (8)$$

여기서 D는 diagonal matrix로서, 대각선 성분 $D(k, k)$ 는 H의 eigenvalue $\gamma(k)$ 에 해당한다. 이 대각선 성분 $D(k, k)$ 는 식(4)에 식(9)와 같은 관계식을 대입하여 식(10)과 같이 구할 수 있다.

$$\exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-i)k\right] = \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} ik\right] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} D(k, k) = \gamma(k) &= h(0) + h(M-1) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} k\right] \\ &+ h(M-2) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} 2k\right] \\ &+ \dots + h(1) \exp\left[j \frac{2\pi}{M} (M-1)k\right] \\ &= h(0) + h(1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} k\right] \\ &+ h(2) \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} 2k\right] \\ &+ \dots + h(M-1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} (M-1)k\right] \\ &= \sum_{i=0}^{M-1} h(i) \cdot \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} ki\right] \quad (10) \end{aligned}$$

이 식에 의하면 diagonal matrix D의 (k, k) 번째 원소인 eigenvalue $\gamma(k)$ 는 H의 첫째 열 $[h(0) h(1) \dots h(M-1)]^T$ 을 일차원(one-dimensional) Fourier Transform 한 k번째 계수로서 주어진다. 이와같은 관계식에서 구한 Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자들에 대한 각각의 eigenvalue $\gamma(k) = D(k, k)$ 는 표 1과 같다. 표1에서 보는 바와 같이 Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자는 서로 유사한 구조를 가지며 eigenvalue 또한 각기 $(2 \pm \sqrt{2})$ $(1 \pm j)$ 에 상수를 곱한 구조를 갖는다.

3. Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자의 변환 평면에서의 해석
Edge 연산자들의 변환 평면상에서 해석을 위해 식

표 1. 각 연산자에 대한 eigenvalue $\gamma(k)$
Table 1. The eigenvalues $\gamma(k)$ of each operators.

K	Sobel	Prewitt	Kirsch
0	0	0	0
1	$\sqrt{2}(2+\sqrt{2})(1-j)$	$(2+\sqrt{2})(1-j)$	$4(2+\sqrt{2})(1-j)$
2	0	0	$-j 8$
3	$-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})(1+j)$	$(2-\sqrt{2})(1+j)$	$4(2-\sqrt{2})(1+j)$
4	0	0	8
5	$-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})(1-j)$	$(2-\sqrt{2})(1-j)$	$4(2-\sqrt{2})(1-j)$
6	0	0	$j 8$
7	$\sqrt{2}(2+\sqrt{2})(1+j)$	$(2+\sqrt{2})(1+j)$	$4(2+\sqrt{2})(1+j)$

(8)을 사용하여 식(1)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

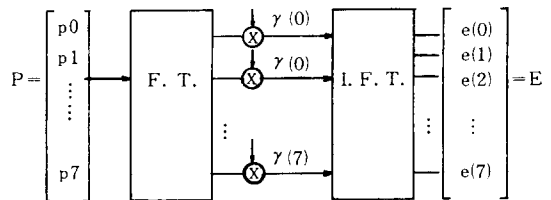
$$E = HP = WDW^{-1}P$$

이 식은 다음과 같이 해석될 수 있다. 첫째로 W^{-1} 와 P와의 곱은 P를 일차원 Fourier Transform시킨 것이 된다. 즉,

$$\hat{P} = W^{-1}P = F(P)$$

여기서 F는 일차원 Fourier transform을 나타낸다. 다음 $D\hat{P}$ 는 Fourier Transform 영역에서 transform계수(coefficient) \hat{P} 에 circulant matrix H의 eigenvalue $\gamma(k)$ 를 곱한 결과가 된다. 이때 eigenvalue $\gamma(k)$ 은 좌표 (i, j) 에 무관하며, 표 1에서와 같이 단지 compass gradient mask의 종류에 따라서 결정된다. 마지막으로 $WD\hat{P}$ 는 $D\hat{P}$ 를 inverse Fourier transform한 것이 되고 이때 최종적으로 edge 값 E를 얻게 된다. 지금까지의 설명을 그림 3에 block diagram으로 나타내었다. 즉 Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자는 같은 구조를 가지며 차이는 단지 변환 평면에서의 nonlinear filtering에 해당하는 eigenvalue $\gamma(k)$ 값이 다르다는 것이다.

이와 같은 공통적인 구조를 이용하여 변환 평면에서



(F.T. = Fourier transform, I.F.T. = Inverse Fourier Transform)

그림 3. Compass gradient edge 연산자의 새로운 해석

Fig. 3. The new interpretation of compass gradient edge operators.

eigenvalue $\gamma(k)$ 값을 변화시켜줌으로써 새로운 edge 연산자의 발견도 가능하리라 기대된다. 또한 여기서 예를 든 연산자 외에도 average smoothing과 같은 마스크를 사용하는 일반적인 연산자들에 대해서도 그 weight를 circulant matrix 형태로 만들어 줌으로써 제안한 해석 방법을 적용시킬 수 있으리라 생각된다. 그러나 방향성을 고려하지 않은 연산자들 경우에는 그 처리 결과의 중복(redundancy)이 발생할 수 있다.

본 논문에서 제시된 새로운 해석 방법에 의하여 Fourier transform을 이용한 E의 계산은 기존의 computer system에서는 복잡하고 많은 연산시간을 필요로 한다. 그러나 이 복잡한 변환은 광학 system에서 간단히 수행시킬 수 있다. 광학 system은 한번에 이차원 Fourier transform을 수행하므로 기존의 전자 회로에 비해 많은 양의 정보를 처리할 수 있다. 또한 광학 system은 cylindrical lens를 사용하여 multichannel 일차원 변환을 할 수 있다.^[4] 본 논문에서 제안한 해석 방법을 이 광학 system에 적용하면 Sobel, Prewitt, Kirsh 연산자등과 같은 compass gradient 연산자의 계산을 광학적으로 고속 처리할 수 있으리라 기대된다.

III. 결 론

본 논문에서는 Sobel, Prewitt 및 Kirsch 연산자와

같은 compass gradient edge 연산자의 새로운 변환 평면에서의 해석을 통하여 같은 구조를 가짐을 보였다. 이 새로운 해석을 통하여 변환 평면에서의 eigenvalue 값을 변화시켜 새로운 compass gradient edge 연산자의 설계 및 광학시스템을 이용한 고속광학 edge 연산자 계산이 가능하리라 기대된다.

References

- [1] A. Rosenfeld and A.C. Kak, *Digital Picture Processing*. 2nd ed., vol. 2. Academic Press, New York, pp. 84-112, 1982.
- [2] G.S. Robinson, "Edge detection by compass gradient masks," *Computer Graphics and Image Processing* 6, pp. 492-501, 1977.
- [3] R.C. Gonzalez and P. Wintz, *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, Massachusetts, pp. 183-197, 1977.
- [4] F.T.S. Yu, *Optical Information Processing*. John Wiley & Sons, New York, pp. 152-171, 1983.