

誘電體 導波管 Grating의 필드 解折

(The Field Analysis of Dielectric Waveguide Gratings)

鄭重成*, 李海善*, 尹相元*, 張益洙*

(Joong Sung Chung, Hae Sun Lee, Sang Won Yun
and Ik Soo Chang)

要 約

유전체 도파관 grating의 bandstop 특성을 필드 해석 방법으로 조사하였다. 이 grating 구조는 여러 개의 계단형 불연속 구조가 cascade로 연결된 것으로 볼 수 있다. Mode matching법을 이용하여 하나의 계단형 불연속을 해석하여 산란 계수를 얻고, 이 산란 계수를 사용하여 grating의 bandstop 특성을 유도하였다.

X-band에서 실험을 통하여 얻은 band-stop 특성이 이론치에 접근함을 확인하였다.

Abstract

Bandstop characteristics of dielectric waveguide gratings are investigated using the modal approach. First, single step discontinuity of the dielectric waveguide is analyzed in terms of the mode matching method. Then by cascading those discontinuities characteristics of dielectric waveguide gratings are derived. Experimental results at X-band show good agreement with theoretical ones.

I. 序 論

주기적인 유전체 grating은 집적 광학회로에서 빔 결합기, 어파기 또는 증폭기나 레이저에 많이 응용되어 왔다. 최근 밀리미터波 帶域에서 誘電體 導波管이 사용된 이후 誘電體 導波管 grating은 발진기,¹⁾ 어파기,^{2,3,4)} 안테나⁵⁾ 등에 응용되고 있다.

이러한 誘電體 導波管 grating은 대개 周期的인 構造로 사용되며, 解折 方式은 Floquet의 정리에 기초를 두거나,^{1,2)} 等價 傳送 線路를 利用한 것이^{3,4)} 있다. 또한, Rozzi⁵⁾는 계단형 不連續이 연결된 구조로 볼 수 있음을 밝혔다.

本 論文에서는 먼저 誘電體 導波管의 계단형 不連續

構造를 mode matching법을 이용하여 bound(surface) 모드의 散亂 特性을 얻었다. 誘電體 導波管 grating은 계단형 不連續 構造가 cascade로 연결되어 있는 것으로 볼 수 있으므로, 不連續 構造에서 얻어진 散亂行列을 이용하여 grating 構造의 散亂係數를 유도하여 그 特性을 조사한다.

II. 解 折

1. 계단형 不連續 構造

그림 1에 있는 z方向으로 무한한 誘電體 슬랩 導波管의 계단형 不連續 構造를 생각하자. y方向에 對해 TE波라고 가정하면 그림 1(a) 構造의 영역 I에서 E_z成分에 비례하는 스칼라 함수 ψ_a 는

$$\psi_a = \begin{cases} A \sin k_a x & 0 \leq x \leq a \\ B \sin k_a (\ell - x) & a \leq x \leq \ell (= a + b + c) \end{cases} \quad (1)$$

로 주어지며 y方向의 位相 定數 β 는

$$\beta^2 = \epsilon_r k_0^2 - k_a^2 = k_0^2 - k_a^2 \quad (2)$$

*正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Sogang Univ.)

接受日字: 1986年 3月 27日

(※本 연구는 한국과학재단 연구비 지원에 의한 것임.)

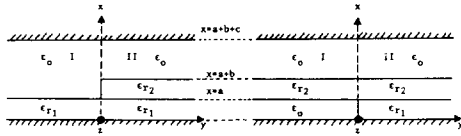


그림 1. 유전체 슬랩 도파관 불연속 구조
 Fig. 1. Step discontinuities of dielectric slab waveguide.

이며 $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$ 이다. $e^{j(\omega t - \beta x)}$ 를 가정하였으며 편 의상 생략하기로 한다.

$x=a$ 에서 접선 성분인 E_z 와 H_x 의 連續 條件을 적용 시켜 固有值 方程式을 구하면

$$\frac{1}{k_a} \tan k_a a + \frac{1}{k_a} \tan k_a (b+c) = 0 \quad (3)$$

이 된다. 영역II에서의 스칼라 함수 ψ'_a 은

$$\psi'_a = \begin{cases} A' \sin k'_a x & 0 \leq x \leq a+b \\ B' \sin k'_a (\ell - x) & a+b \leq x \leq \ell \end{cases} \quad (4)$$

가 되며 y 方向的 位相 定數 β' 과 k'_a , k'_a 은 식(2)의 관계를 만족시킨다. 영역II에서도 $x=a+b$ 에서 E_z 와 H_x 성분의 연속 조건을 적용시키면

$$\frac{1}{k_a} \tan k_a (a+b) + \frac{1}{k_a} \tan k_a c = 0 \quad (5)$$

의 固有值 方程式이 유도된다. 식(3)과 (5)를 풀어 각 영역에서의 分散 特性을 구하고, 이로부터 x 方向的의 電·磁界 分布를 구할 수 있다.

그림 1 (b)의 不連續 構造는 영역I에서 스칼라 함수 ψ_b 는

$$\psi_b = \begin{cases} A \sin k_a x & 0 \leq x \leq a \\ B \sin k_a (x-a) + C \cos k_a (a+b-x) & a \leq x \leq b+c \\ D \sin k_a (\ell - x) & b+c \leq x \leq \ell \end{cases} \quad (6)$$

로 주어지며 y 方向으로의 位相 定數 β 는 k_a , k_a 와 함께 식(2)를 만족시킨다. 이 경우 固有值 方程式은

$$k_a k_a (\tan k_a c + \tan k_a a) - (k_a^2 \tan k_a a \tan k_a c - k_a^2) \tan k_a b = 0 \quad (7)$$

로 된다. 영역II는 그림 1 (a) 構造의 영역II와 같으므로 스칼라 함수 ψ'_b 은 식(4)로, 固有值 方程式은 식(5)가 된다. 따라서, 식(7)과 (5)를 풀어 각 영역의 分散 特性을 얻을 수 있으며 이로부터 x 方向的의 電 磁界 分布를 구할 수 있다.

이제 앞에서 구한 x 方向的의 電·磁界를 利用하여 그림 1 (a), (b)의 $y=0$ 면에서, 각 영역에서 N 개의 모

드를 택해, mode matching法을 적용한다.

영역 I 영역 II

$$E_z; \psi_1 + \sum_n a_n \psi_n = \sum_m b_m \psi'_m$$

$$H_y; Y_1 \psi_1 - \sum_n a_n Y_n \psi_n = \sum_m b_m Y'_m \psi'_m \quad (8)$$

영역I에서 영역II로 최저차 bound 모드만이 입사한다고 가정하였으며 ψ_1 은 이 모드의 스칼라 함수이다. $\psi_n (n > 1)$ 은 fast 모드의 스칼라 함수이고, a_n 과 b_m 은 각 모드의 크기를 표시한다. 또한, Y'_m 은 각 모드의 波動 임피던스로

$$Y'_m = \beta'_m / \omega \mu_0 \quad (9)$$

이다. a_n 과 b_m 을 구하기 위하여 모드의 정규직교성⁽⁸⁾

$$\int_0^\ell \psi_k \psi_n dx = \delta_{kn} \quad (10)$$

을 적용하면,

$$\delta_{k1} + a_k = \sum_m b_m c_{mk} \quad (11)$$

$$Y_1 \delta_{k1} - Y_k a_k = \sum_m b_m Y'_m c_{mk} \quad (11)$$

가 유도된다. 여기서 c_{mk} 는

$$c_{mk} = \int_0^\ell \psi'_m \psi_k dx \quad (12)$$

이다. 식(11)에서 a_n 과 b_m 을 계산할 수 있다. 산란 계수 S_{11} 과 S_{21} 은

$$S_{11}^n = \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_1}} a_n$$

$$S_{21}^m = \sqrt{\frac{\beta'_m}{\beta_1}} b_m \quad (13)$$

으로 표시된다.⁽⁹⁾ 여기서 S_{11}^n 은 영역I에서, 입사하는 최저차 모드에 의해서 생기는 n 번째 모드의 산란 계수이다.

영역II에서 영역I로 입사하는 경우도 같은 방법으로 유도하여 S_{22} 와 S_{12} 를 구할 수 있다. (부록 참조)

2. 誘電체 導波管 grating

그림 2와 같은 유전체 슬랩 도파관 grating은 그림 1 (a)의 계단형 不連續이 연결되어 있는 것으로 解折할 수 있다. 그림 2의 계단형 不連續 I에서 얻어지는 散亂 行列 $[S_1]$ 은

$$[S_1] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

로 표시되며, 不連續 2에서 얻어지는 散亂 行列 $[S_2]$ 는

$$[S_{12}] = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

으로 앞에서 유도했듯이 $[S_{11}]$ 와 $[S'_{11}]$ 는 고차 모드를 포함하는 $N \times N$ 行列이 된다. 또한, 위의 두 不連續構造를 연결해 주는 도파관은 N 개의 모두가 傳送되며 n 번째 모드의 경우 位相定數가 β'_n 이라고 하면 散亂行列 $[S_{12}]$ 는

$$[S_{12}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta'_n n} \\ e^{-j\beta'_n n} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

이 되며, 不連續 2와 3사이의 경우에도 같은 방식으로 散亂行列 $[S_{23}]$ 를 얻을 수 있다. 따라서 그림 2와 같은 grating 構造의 等價 回路網은 그림 3과 같이 된다. 위에서 구한 散亂行列을 이용하여 전체 構造의 散亂行列 $[S]$ 를 얻을 수 있다.^[7] 그림 1 (b)를 이용한 grating도 같은 방법으로 해석할 수 있다.

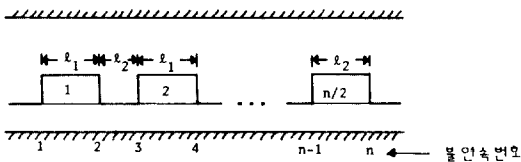


그림 2. 유전체 슬랩 도파관 grating
Fig. 2. Dielectric slab waveguide grating.

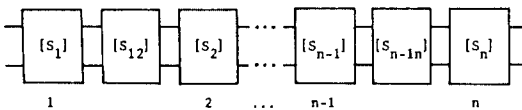


그림 3. 유전체 슬랩 도파관 grating의 등가회로망
Fig. 3. Equivalent network of the dielectric waveguide grating.

III. 數值 및 實驗 結果

誘電體 슬랩 導波管의 제단형 不連續 構造의 散亂特性을 조사하기 위하여 35GHz 근처에서 computer 를 이용하여 數值 解析하였다. 그림 1 (a)와 (b) 構造의 치수는 각 영역에 bound 모드가 하나만 존재하도록 택하였다. 표 2는 그림 1 (a) 不連續에서 bound 모드가 영역 I에서 入射하는 경우의 각 모드의 反射 및 透過 진폭 a_n 과 b_m 의 계산치이다(구체적인 치수는 표 1에 제시되어 있음). Fast 모드로 散亂되는 양은 매우 적으며 대부분이 영역 II의 bound 모드로 되어 透過된다. 또한, 모드 數 N 을 증가시켜 bound 모드의 진폭 a_1 과

표 1. 그림 1의 구조들에 사용된 유전체 특성 및 그 치수

Table 1. Relative dielectric constants and dimension for the structures in Fig 1.

	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	a	b	c
Discontinuity in Fig 1(a)	9.6	9.6	1.3mm	0.2mm	25mm
Discontinuity in Fig 1(b)	9.6	9.6	0.8mm	1.0mm	25mm

표 2. 그림 1(a) 구조에서 생기는 고유모드의 크기
Table 2. Amplitudes of eigenmodes at the discontinuity in Fig 1 (a).

modes	Region I		Region II	
	phase constant [rad/cm]	amplitudes [a_n s]	phase constant [rad/cm]	amplitudes [b_m s]
bound	$\beta_1 = 16.30$	$a_1 = -0.0541$	$\beta'_1 = 18.18$	$b_1 = 0.9985$
fast	$\beta_2 = 7.23$	$a_2 = -0.0003$	$\beta'_2 = 7.23$	$b_2 = -0.0010$
	$\beta_3 = 6.89$	$a_3 = 0.0011$	$\beta'_3 = 6.90$	$b_3 = -0.0035$
	$\beta_4 = 6.29$	$a_4 = -0.0001$	$\beta'_4 = 6.33$	$b_4 = -0.0027$
	$\beta_5 = 5.35$	$a_5 = -0.0003$	$\beta'_5 = 5.43$	$b_5 = -0.0022$

b_1 이 수렴함을 확인하였다. 영역 II에서 入射하는 경우에도 거의 같은 結果를 얻었다. 그림 1 (b) 不連續에서도 유사한 結果가 계산되어 두 不連續 構造에서 bound 모드만이 入射·透過된다고 가정하여도 무방하다. 두 構造의 치수를 표 1과 같이 택하였을 때, 反射係數 $|S_{11}| (= |a_1|)$ 과 $|S_{22}|$ 는 계산에 고려된 31GHz에서 39 GHz까지의 周波數 범위에서 두 構造 모두 0.075 미만이었으며, $|S_{21}| (= |S_{12}|)$ 는 두 構造 모두 같은 周波數 범위에서 0.994 이상이었다. 위에서 얻은 結果를 利用하여 20section을 갖는 grating을 設計하여 bound 모드의 散亂係數 $|S_{11}|$ 과 $|S_{21}|$ 의 周波數 特性을 계산한 것이 그림 4(a)와 (b)이다. 그림 2에서 l_1 과 l_2 는 각 영역에서 1/4波長으로 하였다.

數值 解析 結果를 實驗으로 確認하기 위하여 그림 1 (a) 構造로 20section을 갖는 grating을 X-band 에서 제작하였다. 그림 5는 $|S_{11}|$ 과 $|S_{21}|$ 의 측정치를 이론치와 비교한 것이다. Stopband가 600MHz 정도 이동한 것은 그림 1의 構造 解析時에 z方向으로 無限하다고 가정하였으나, 제작할 때 2.28cm로 제한한 데 기인한다. Probe를 利用하여 實測한 位相定數를 고려하면 두 stopband가 일치함을 확인하였다. Grating이 없는 誘電體 導波관이 2~3dB의 손실을 갖는데 이는 誘

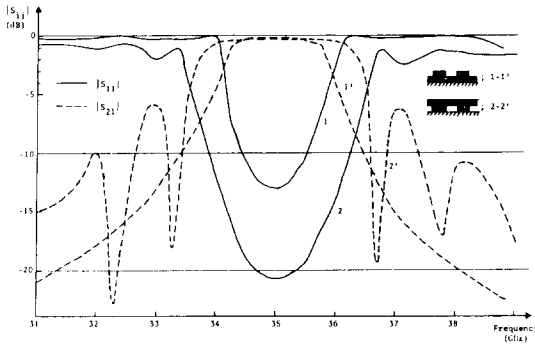


그림 4. 35GHz에서 grating의 bandstop 특성 ($l_1=l_2= \lambda g/4$)

Fig. 4. Bandstop characteristics of the grating at 35GHz ($l_1=l_2= \lambda g/4$).

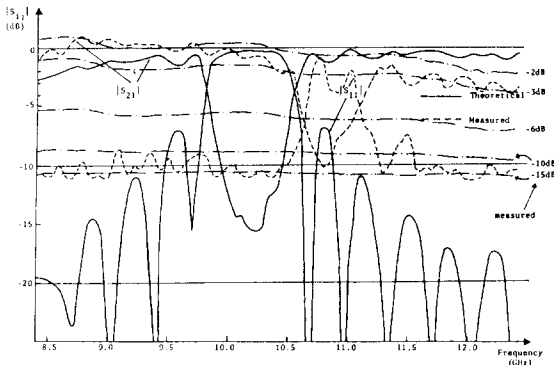


그림 5. X-band에서 제작된 유전체 grating의 특성 ($\epsilon_{r1}=2.55, \epsilon_{r2}=6.0, a=1.0\text{cm}, b=0.8\text{mm}, c=7\text{cm}$)

Fig. 5. Measured and theoretical characteristics of of the experimental dielectric grating at X-band.

電體 損失, 放射 損失과 launching horn과 誘電體 導波管 사이의 損失을 포함한 값이다. Stopband 내에서 $|S_{11}|$ 과 $|S_{21}|$ 이 이분치와 차이나는 것은 grating의 주기가 제작시 오차를 갖기 때문인 것으로 생각된다. 그림 6은 제작된 誘電體 導波管 grating의 사진이며 그림 7은 實驗裝置圖이다.

IV. 結 論

필드 解析 方法을 이용하여 誘電體 導波管의 계단형 不連續 特性을 조사하고, 이를 바탕으로 grating 構造

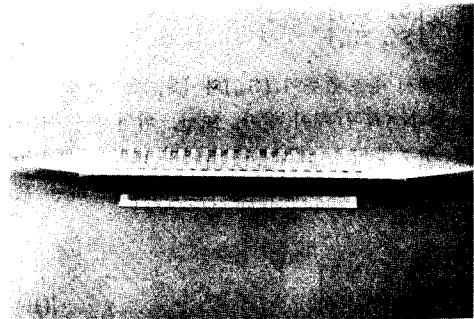


그림 6. 제작된 유전체 도파관 grating
Fig. 6. Experimental dielectric waveguide grating.

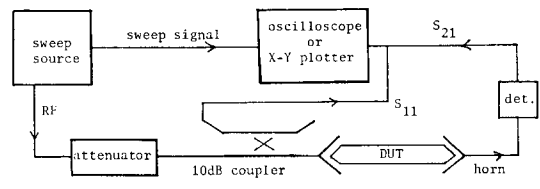


그림 7. 실험장치
Fig. 7. Experimental setup.

의 特性을 얻었다. 종래의 Floquet의 정리에 기초를 둔 解析 方式은 周期的인 構造에만 적용 가능하지만, 本 解析 方法은 非周期的인 構造에도 사용할 수 있다. 또한 계단형 不連續인 심한 경우에도 적용할 수 있는 見地가 있다. 이제까지 제시된 방법들은 단일 誘電體로 되어 있는 構造에 적용하였으나, 本 論文에서는 grating 部分이 誘電率이 다른 경우까지 쉽게 확장시킬 수 있도록 하였다.

오구되는 bandstop 特性을 갖도록 設計하기 위한 Optimization routine에 대한 研究가 앞으로 必要하다.

부 록

그림1(a), (b)의 영역II에서 영역I 쪽으로 입사하는 경우에 mode matching法을 적용시키면

$$\begin{aligned} \phi'_1 + \sum_n b_n \phi'_n &= \sum_m a_m \phi_m \\ Y'_1 \phi'_1 - \sum_n b_n Y'_n \phi'_n &= \sum_m a_m Y_m \phi_m \end{aligned} \quad (A-1)$$

이 얻어진다. 식(A-1)에 모드의 정규직교성

$$\int_0^l \phi'_k \phi'_n dx = \delta_{kn} \quad (A-2)$$

을 이용하여 정리하면

$$\delta_{1k} + b_k = \sum_m^N a_m c_{mk}$$

$$Y_1' \delta_{1k} - Y_k' b_k = \sum_m^N a_m Y_m c_{mk} \quad (A-3)$$

가 유도되며 c_{mk} 는 식(13), Y_k' 은 식(9)와 같다. 식(A-3)에서 a_m 과 b_n 을 계산하여 산란계수 S_{22} 와 S_{12} 를 구하면

$$S_{22}^{n1} = \sqrt{\frac{\beta_n'}{\beta_1'}} b_n$$

$$S_{12}^{m1} = \sqrt{\frac{\beta_m'}{\beta_1'}} a_m \quad (A-4)$$

로 된다. S_{22} 은 러저차 모드의 반사 계수로 b_1 이다.

參 考 文 獻

[1] T. Itoh and F.J. Hsu, "Distributed bragg reflector gunn oscillators for dielectric millimeter-wave integrated circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-27, no. 5, pp. 514-518, May 1979.

[2] T. Itoh, "Application of gratings in a dielectric waveguide for leaky-wave antenna and band-reject filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.

MTT-25, no. 12, pp. 1134-1138, Dec. 1977.

[3] D.C. Park, G.L. Matthaei, and M.S. Wei, "Bandstop filter design using a dielectric waveguide grating," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 8, pp. 693-702, Aug. 1985.

[4] G.L. Matthaei, D.C. Park, Y.M. Kim, and D.L. Johnson, "A study of the filter properties of single and parallel-coupled dielectric waveguide gratings," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-31, no. 10, pp. 825-835, Oct. 1983.

[5] T.E. Rossi, "Rigorous analysis of the step discontinuities in a planar dielectric waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, no. 10, pp. 738-746, Oct. 1978.

[6] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, Academic Press, Chap. 1, 1974.

[7] F. Arnt, et al., "Field theory design of rectangular waveguide broad-wall metal-insert slot couplers for millimeter-wave applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 2, pp. 95-104, Feb. 1985.