

非同期式 디지털 相關器를 利用한 直接符號系列 擴散信號의 初期同期에 關한 研究

(A Study on Acquisition of Direct Sequence Spread Spectrum Signal Using Non-coherent Digital Correlator)

李 正 勳*, 李 忠 雄*

(Jung Hoon Lee and Choong Woong Lee)

要 約

本 研究에서는 非同期式 디지털 相關器를 利用한 受信機의 初期同期 性能을 解析하였다. 모델로 設定한 受信機의 初期同期 性能 解析을 爲하여 受信機 出力랜덤變數의 確率密度函數를 近似的으로 求하였으며, 이 函數를 利用하여 global positioning system의 coarse acquisition 코드에 對한 受信機의 初期同期 性能을 分析하였다.

Abstract

In this paper, the acquisition performance of a receiver that utilizes a non-coherent digital correlator is analyzed. In order to analyze the acquisition performance, the probability density function of a receiver output random variable has been derived approximately. Using this function, the acquisition performance of the coarse acquisition code receiver in a global positioning system is analyzed.

I. 序 論

現在까지 直接符號系列 擴散信號(direct sequence spread spectrum signal)의 初期同期를 爲하여는 여러가지 方法^{1),2)}이 提案되었으나 그 通用 範圍가 넓은 代表적인 方法中의 하나는 슬라이딩 相關器(sliding correlator)를 利用한 初期同期 方法이다. 그런데 이러한 單純한 슬라이딩 相關器를 利用하여 初期同期 回路를 構成할 때, 그 同期時間을 줄이기 爲해서는 그림 1과 같은 並列的인 回路 構成이 必要하며, 이를 위한 回路 具現이 매우 複雜해진다. 本 研究에서 다루고자 하는 그림 2와 같은 非同期式(non-coherent) 디지털

相關器를 利用한 初期同期 回路는 그림 3에서 보는 바와 같이 시프트 레지스터, EX-OR 및 기타 論理게이트 등의 추가로 並列的인 構成이 可能하며, 이들을 集積回路化하기에 容易하므로 回路 具現이 쉬워질 뿐 아니라, 아날로그 回路로 具現할 때 생기는 損失 등의 要因이 디지털 回路에서는 거의 없어지므로 그 性能이 理論的인 解析과 잘 一致할 수 있으리라 생각된다. 이러한 非同期式 디지털 相關器에 의한 信號 受信에 關하여 Turin,³⁾ Lim⁴⁾ 등이 整合濾波器의 境遇 入力 信號대 雜音比와 出力 信號대 雜音比에 關한 性能만을 주로 解析하였으나, 直接符號系列 擴散信號의 初期同期 性能을 分析하기 爲해서는 受信機 出力랜덤變數의 確率密度函數를 알고 있어야 한다. 또한 最近의 Siess와 Weber의 "direct sequence signal의 acquisition"에 關한 研究에서 데이터 變調에 의한 初期同期의 性能 低下에 對한 研究 結果가 發表되었다.⁵⁾

*正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)
接受日字: 1986年 3月 12日

本 研究에서는 데이터 變調된 直接符號系列 擴散信號를 非同期式 디지털 相關器를 利用하여 受信할 境遇에, 모델로 設定한 受信機 出力랜덤變數의 確率密度函數를 求하여 受信機의 初期同期 性能에 關하여 考察한다. 그리고, global positioning system (GPS^{1,2,6}) 의 coarse acquisition (C/A) 코드와 關聯된 시스템 파라미터들에 대한 受信機의 初期同期 性能을 解析하고자 한다.

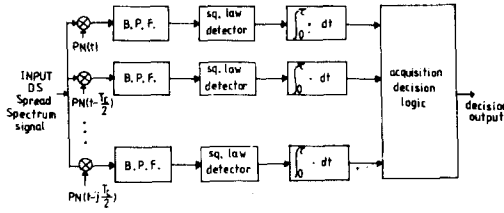


그림 1. 並列의인 構成에 의한 直接符號系列 擴散信號의 初期同期 블럭 構成圖

Fig. 1. A block diagram of a parallel acquisition circuit for the direct sequence spread spectrum signal.

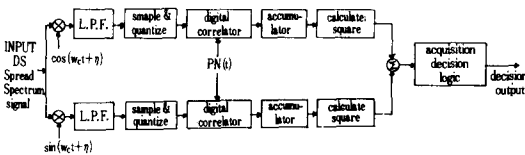


그림 2. 非同期式 디지털 相關器를 利用한 直接符號系列 擴散信號의 初期同期 블럭 構成圖

Fig. 2. A block diagram of the acquisition circuit using a non-coherent digital correlator for direct sequence spread spectrum signal.

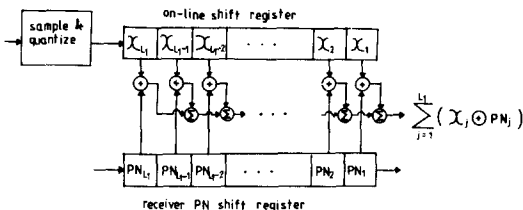


그림 3. 디지털 相關器에 의한 並列 初期同期 回路構成圖(1비트 量子化의 境遇)

Fig. 3. A schematic diagram of the parallel acquisition circuit with digital correlator (1-bit quantization).

II. 初期同期 回路 모델

本 研究에서 解析하고자 하는 디지털 相關器에 의한 初期同期 回路의 모델로서 quadrature 受信機를 量子化한 方式을 假定하였으며, 이는 그림 4 와 같다. 이러한 quadrature 受信機가 人力 信號대 雜音비가 낮을 때 近似的으로 非同期(non-coherent) 信號 受信에 最適이다기라는 것은 이미 알려진 사실이다.

序論에서 言及된 바와 같이 同期時間을 短縮시키기 위해서는 그림 3 과 같이 並列의인 回路 構成이 필요하지만, N段의 並列 構成을 하면 同期時間이 1/N로 줄어들 뿐이므로, 本 研究에서는 1段만을 생각하도록 한다.

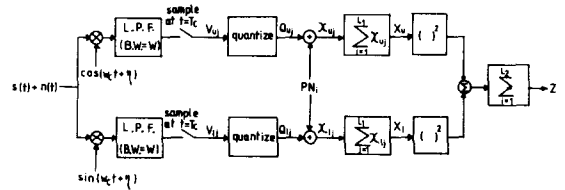


그림 4. 解析에 使用된 非同期式 디지털 相關器를 利用한 初期同期 回路 모델

Fig. 4. A model for analyzing the acquisition circuit using non-coherent digital correlator.

회로 모델 그림 4 에서 人力信號 S(t)와 雜音 n(t)는 각각

$$s(t) = A \cdot PN(t - jT_0) \cdot d(t - nT_s) \cdot \cos(\omega_c t + \theta_c) \tag{1}$$

$$n(t) = N(t) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c(t)) \tag{2}$$

여기서

A : 受信 信號의 振幅

$PN(t - jT_0)$: +1 또는 -1의 값을 갖는 擬似雜音 符號系列

$1/T_c$: PN (擬似雜音 符號) chip rate

$d(t - nT_s)$: +1 또는 -1의 값을 갖는 送信 데이터 列

$1/T_s$: 데이터 傳送率

ω_c : 送信 搬送波 周波數

θ_c : 送信機의 初期 位相

으로 假定하고, 人力 雜音으로는 電力密度가 $N_0/2$ [watt/Hz]인 加算性 白色雜音을 假定하였으며, $N(t)$ 와 $\phi_c(t)$ 는 帶域 制限된 雜音 $n(t)$ 의 振幅과 位相이다. 受信된 人力 信號의 位相을 基準으로, 즉 $\theta_c = 0$ 으로 하

여 그림 4 에서와 같이 T_c 時間 간격으로 標本化할 때 j 번째 chip에서 標本化된 값을 각각 V_{uj} , V_{lj} 라 하면

$$V_{uj} = \frac{A}{2} \cdot (PN_j \oplus d_n) \cdot \cos \eta + n_{uj} \quad (3)$$

$$V_{lj} = \frac{A}{2} \cdot (PN_j \oplus d_n) \cdot \sin \eta + n_{lj} \quad (4)$$

$$n_{uj} = \frac{N_j}{2} \cos(\phi_j + \eta) \quad (5)$$

$$n_{lj} = \frac{N_j}{2} \sin(\phi_j + \eta) \quad (6)$$

여기서

- PN_j 는 j 번째 PN符號의 값, +1 또는 -1
- d_n 은 n 번째 데이터의 값, +1 또는 -1
- n_{uj} , n_{lj} 는 각각 雜音의 標本化된 값
- N_j 는 $t=jT_c$ 에서 $N(t)$ 의 標本化된 값
- 演算 \oplus 는 表 1 과 같이 되며
- η 는 送/受信機間의 位相差로서 $(0, 2\pi)$ 區間에서 均一하게 分布되었다고 假定한다.

표 1. 演算表, $C=A \oplus B$
Table 1. Operation table, $C=A \oplus B$.

A	B	C
+1	+1	+1
+1	-1	-1
-1	+1	-1
-1	-1	+1

또 (1)式的 $s(t)$ 는 데이터가 PN符號와 함께 傳送되고 있는 直接符號系列 擴散信號의 初期同期 性能을 分析하기 위한 假定이며, 데이터가 傳送되고 있지 않거나 +1로 固定된 境遇에는 (1)式에서 $d(t-nT_s)$ 는 1로 생각하여야 하며 이때 (3), (4)式的 $PN_j \oplus d_n$ 은 PN_j 가 된다.

또한, 本 研究에서는 다음과 같은 假定을 한다.

- (1) $n_{u1}, n_{u2}, \dots, n_{un1}, n_{l1}, n_{l2}, \dots, n_{ln1}$ 은 각각 對稱적이고 獨立的이며 同一한 確率分布를 갖는다.¹⁾
- (2) 데이터의 遷移時刻(transiting timing)은 모르고 있다고 假定한다. 왜냐하면 初期同期 過程이란 受信機가 데이터를 受信하기 이전에 행하여지는 過程이기 때문이다.
- (3) 標本化된 값 V_{uj} , V_{lj} 를 1 비트로 量子化하여 量子化된 값 X_{uj} , X_{lj} 는 각각 +1 또는 -1의 값을 갖도록 한다.

III. 初期同期 性能 分析

直接符號系列 擴散信號를 初期同期하는 過程은 送/受信機間의 擬似雜音符號의 位相을 一致시켜가는 過程으로서, 그 性能 分析을 위하여서는 送/受信機間의 符號 位相이 一致하였을 때와 一致하지 않았을 때의 受信機 出力랜덤 變數의 確率密度函數를 求하는 것이 필요하다. 따라서 여기에서는 送/受信機間 符號 位相이 一致하지 않았을 때와 一致하였을 때의 出力랜덤變數의 確率密度函數를 順次的으로 求한 다음, 이렇게 求한 確率密度函數들에 의해서 GPS C/A 코드의 初期同期 性能을 解析하도록 한다.

1. 符號 位相이 一致하지 않았을 때 X_u , X_l 의 確率密度函數

그림 4 에서 符號 位相이 一致하지 않았을 때에는 우선 랜덤變數 x_{uj} , x_{lj} 들을 $PN_j \oplus d_n \oplus PN'_j = +1$ 인 랜덤變數 x_{uj} , x_{lj} 들과 $PN_j \oplus d_n \oplus PN'_j = -1$ 인 랜덤變數 $x_{\bar{u}j}$, $x_{\bar{l}j}$ 들로 分類한다. 이때

$$P_u \triangleq P_{\text{rob}}\{x_{uj} = -1\} = P_{\text{rob}}\{x_{\bar{u}j} = +1\} \quad (7)$$

$$P_l \triangleq P_{\text{rob}}\{x_{lj} = -1\} = P_{\text{rob}}\{x_{\bar{l}j} = +1\} \quad (8)$$

여기서 $P_{\text{rob}}\{y\}$ 는 y 가 참일 確率로 定義하면

$$P_u(\eta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\frac{\pi}{2} \cos \eta} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (9)$$

$$P_l(\eta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\frac{\pi}{2} \sin \eta} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (10)$$

여기서 σ 는 周波數 帶域 W 내의 雜音의 電力으로서 $\sigma^2 = N_0W/4$ 가 된다.²⁾ 이때 L_1T_c 區間內에 x_{uj} , $x_{\bar{u}j}$ 가 각각 $L_1(1+\rho_N)/2$ 개, x_{lj} , $x_{\bar{l}j}$ 가 각각 $L_1(1-\rho_N)/2$ 개 있다면 $(-1 \leq \rho_N \leq +1)$, X_u , X_l 은 각각

$$X_u = \sum_{j=1}^{\frac{L_1}{2}(1+\rho_N)} x_{uj} + \sum_{j=1}^{\frac{L_1}{2}(1-\rho_N)} x_{\bar{u}j} = X_u^+ + X_u^- \quad (11)$$

$$X_l = \sum_{j=1}^{\frac{L_1}{2}(1+\rho_N)} x_{lj} + \sum_{j=1}^{\frac{L_1}{2}(1-\rho_N)} x_{\bar{l}j} = X_l^+ + X_l^- \quad (12)$$

로 놓을 수 있으며, 이때 X_u^+ , X_u^- , X_l^+ , X_l^- 는 각각 獨立的인 랜덤變數들의 합이므로 獨立的이며 각각 二項分布(binomial distribution)를 이룬다.

X_u^+ , X_u^- , X_l^+ , X_l^- 의 moment generating function³⁾은 각각

$$m_u^+(t) = \{P_u e^{-t} + (1 - P_u) e^t\}^{\frac{L_1}{2}(1+\rho_N)} \quad (13)$$

$$m_u^-(t) = \{P_u e^t + (1 - P_u) e^{-t}\}^{\frac{L_1}{2}(1-\rho_N)} \quad (14)$$

$$m_l^+(t) = \{P_l e^{-t} + (1 - P_l) e^t\}^{\frac{L_1}{2}(1+\rho_N)} \quad (15)$$

$$m_l^-(t) = \{P_l e^t + (1 - P_l) e^{-t}\}^{\frac{L_1}{2}(1-\rho_N)} \quad (16)$$

이 된다. 이들 moment generating function에 의해서
平均과 分散을 求해 보면,

X_u 의 平均 $E\{X_u\}$ 는

$$\begin{aligned} E\{X_u\} &= E\{X_u^+\} + E\{X_u^-\} \\ &= \frac{d}{dt} m_u^+(t) \Big|_{t=0} + \frac{d}{dt} m_u^-(t) \Big|_{t=0} \\ &= L_1 \rho_N (1 - 2P_u) \end{aligned} \quad (17)$$

마찬가지로 하여

$$E\{X_i\} = L_1 \rho_N (1 - 2P_i) \quad (18)$$

X_u 의 分散 $V\{X_u\}$ 는

$$\begin{aligned} V\{X_u\} &= E\{X_u^2\} - E^2\{X_u\} \\ &= E\{(X_u^+ + X_u^-)^2\} - \{E\{X_u^+\} + E\{X_u^-\}\}^2 \\ &= E\{(X_u^+)^2\} - E^2\{X_u^+\} + E\{(X_u^-)^2\} - E^2\{X_u^-\} \\ &= V\{X_u^+\} + V\{X_u^-\} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} V\{X_u^+\} &= \frac{d^2}{dt^2} m_u^+(t) - \left[\frac{d}{dt} m_u^+(t) \Big|_{t=0} \right]^2 \\ &= 2L_1 (1 + \rho_N) \cdot P_u (1 - P_u) \end{aligned} \quad (20)$$

마찬가지로 하여

$$V\{X_u^-\} = 2L_1 (1 - \rho_N) \cdot P_u (1 - P_u) \quad (21)$$

따라서

$$V\{X_u\} = 4L_1 \cdot P_u (1 - P_u) \quad (22)$$

마찬가지 方法으로 하여

$$V\{X_i\} = 4L_1 \cdot P_i (1 - P_i) \quad (23)$$

이 된다.

이상으로써 符號 位相이 一致하지 않았을 때 X_u, X_i 의 確率分布는 平均과 分散이 각각 (17), (18), (22), (23)인 二項分布라는 것을 求했다.

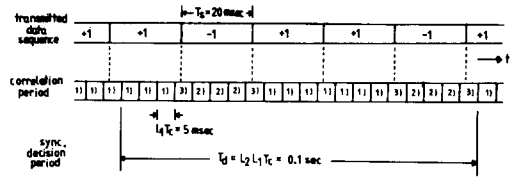
2. 符號 位相이 一致하였을 때 X_u, X_i 의 確率密度 函數

送/受信機間的 符號 位相이 一致하였을 때 X_u, X_i 의 確率密度函數에 關하여는 그림 5에서 보는 바와 같이 다음의 3가지를 생각할 수 있다.

1) 相關區間 $L_1 T_c$ 中에 데이터가 變化없이 +1 즉, X_u 는 L_1 개의 X_u^+ 의 疊인 境遇

2) 相關區間 $L_1 T_c$ 中에 데이터가 變化없이 -1 즉, X_u 는 L_1 개의 X_u^- 의 疊인 境遇

3) 相關區間 $L_1 T_c$ 中에 데이터가 +1에서 -1로 또는 -1에서 +1로 변하며, X_u 가 $L_1(1 - \rho_c)/2$ 개의 X_u^+ 와 $L_1(1 + \rho_c)/2$ 개의 X_u^- 의 疊으로 될 境遇 ($-1 \leq \rho_c \leq +1$)



- 1) : $x_{u,j}^+$ 가 L_1 개 存在하는 境遇
- 2) : $x_{u,j}^-$ 가 L_1 개 存在하는 境遇
- 3) : $x_{u,j}^+$ 가 $\frac{L_1}{2}(1 + \rho_c)$ 개, $x_{u,j}^-$ 가 $\frac{L_1}{2}(1 - \rho_c)$ 개 存在하는 境遇

그림 5. 相關區間, 데이터 타이밍 및 同期決定 時間의 例

Fig. 5. Example of correlation period, data timing and sync decision period.

前記한 1)의 境遇에서 X_u, X_i 의 確率分布는 각각 二項分布가 되며, X_u 의 moment generating function은

$$m_u(t) = \{P_u e^{-t} + (1 - P_u) e^{t}\}^{L_1} \quad (24)$$

平均은

$$E\{X_u\} = \frac{d}{dt} m_u(t) \Big|_{t=0} = L_1 (1 - 2P_u) \quad (25)$$

分散은

$$V\{X_u\} = 4L_1 \cdot P_u (1 - P_u) \quad (26)$$

마찬가지로 하여

$$E\{X_i\} = L_1 (1 - 2P_i) \quad (27)$$

$$V\{X_i\} = 4L_1 \cdot P_i (1 - P_i) \quad (28)$$

이 된다.

앞의 2)의 境遇에서도 確率分布는 각각 二項分布로 하게 되며, X_u 의 moment generating function은

$$m_u(t) = \{P_u e^{t} + (1 - P_u) e^{-t}\}^{L_1} \quad (29)$$

平均 및 分散은 1)과 같은 方法으로 하여

$$E\{X_u\} = L_1 (2P_u - 1) \quad (30)$$

$$V\{X_u\} = 4L_1 \cdot P_u (1 - P_u) \quad (31)$$

마찬가지 方法으로

$$E\{X_i\} = L_1 (2P_i - 1) \quad (32)$$

$$V\{X_i\} = 4L_1 \cdot P_i (1 - P_i) \quad (33)$$

이 된다.

또한 3)의 境遇에서

$$X_u = \sum_{j=1}^{\frac{L_1(1+\rho_c)}{2}} x_{u,j}^+ + \sum_{j=1}^{\frac{L_1(1-\rho_c)}{2}} x_{u,j}^- = X_u^+ + X_u^- \quad (34)$$

$$X_i = \sum_{j=1}^{\frac{L_1(1+\rho_c)}{2}} x_{i,j}^+ + \sum_{j=1}^{\frac{L_1(1-\rho_c)}{2}} x_{i,j}^- = X_i^+ + X_i^- \quad (35)$$

로 하면, 이때 X_u^+ , X_u^- , X_1^+ , X_1^- 의 確率分布는 각각 二項分布가 되며 앞서 符號 位相이 一致하지 않았을 때와 같은 方法으로 하여

$$E\{X_u\} = L_1 \rho_c (1 - 2P_u) \quad (36)$$

$$E\{X_1\} = L_1 \rho_c (1 - 2P_1) \quad (37)$$

$$V\{X_u\} = 4L_1 P_u (1 - P_u) \quad (38)$$

$$V\{X_1\} = 4L_1 P_1 (1 - P_1) \quad (39)$$

가 된다. 이상의 3가지 結果는 前述한 II의 假定(2)에 起因된 것으로서 X_u , X_1 의 分散은 一定하고 平均값은 다르다는 것을 示唆하는 것이다.

3. 出力 랜덤變數의 確率密度函數

1) 出力 랜덤變數 z의 離散 確率密度函數

出力 랜덤變數는 그림 6에서 보는 바와 같이

$$z = \sum_{i=1}^{L_1} \{ (X_{ui})^2 + (X_{1i})^2 \} \quad (40)$$

으로 表示할 수 있으며, 이때 X_{ui} , X_{1i} 들은 각각 獨立的이다.

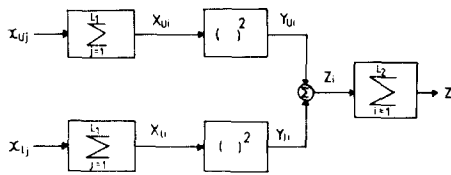


그림 6. 相關器 出力 x와 受信機 出力 랜덤 變數 z의 關係圖

Fig. 6. A block diagram showing the relationship between the output random variable z of the receiver and the correlator output x.

우선 符號 位相이 一致하였을 때, $L_1 T_c$ 相關區間內에 데이터가 變化없이 +1인 境遇에 z의 確率密度函數를 順次的으로 求해 보면, $\delta(x)$ 를

$$\begin{cases} \delta(x) = 0, & x \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \end{cases}$$

인 單位衝擊函數로 定義할 때 X_u , X_1 의 確率密度函數 $f_{x_u}(x)$, $f_{x_1}(x)$ 는 각각

$$f_{x_u}(x) = \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m \cdot P_u^m (1 - P_u)^{L_1 - m} \delta(x - (L_1 - 2m)) \quad (41)$$

$$f_{x_1}(x) = \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m \cdot P_1^m (1 - P_1)^{L_1 - m} \delta(x - (L_1 - 2m)) \quad (42)$$

이다. 랜덤變數 $Y_u = X_u^2$, $Y_1 = X_1^2$ 으로 놓으면

$$f_{y_u}(y) = \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m \cdot P_u^m (1 - P_u)^{L_1 - m} \delta(y - (L_1 - 2m)^2) \quad (43)$$

$$f_{y_1}(y) = \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m \cdot P_1^m (1 - P_1)^{L_1 - m} \delta(y - (L_1 - 2m)^2) \quad (44)$$

가 되고, 이때 랜덤變數 z_1 의 確率密度函數 $f_{z_1}(z)$ 는 Y_u 와 Y_1 의 convolution 形態를 取하게 되므로

$$\begin{aligned} f_{z_1}(z) &= \sum_{\text{all } y} f_{y_u}(z - y) \cdot f_{y_1}(y) \\ &= \sum_{\text{all } y} \left\{ \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m P_u^m (1 - P_u)^{L_1 - m} \delta(z - y + (L_1 - 2m)^2) \right\} \cdot \left\{ \sum_{m=0}^{L_1} L_1 C_m P_1^m (1 - P_1)^{L_1 - m} \delta(y - (L_1 - 2m)^2) \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

여기서 y의 값은 L_1^2 , $(L_1 - 2)^2$, $(L_1 - 4)^2$, ..., 0을 取하며, 이러한 z_1 들의 合인 出力 랜덤變數 z의 確率密度函數는 다시 이들의 convolution을 取하여야하므로 出力 랜덤變數 z의 確率密度函數 $f_z(z)$ 는

$$f_z(z) = \sum_{\text{all } x_{n1}} \sum_{\text{all } x_{n-1}} \dots \sum_{\text{all } x_2} f_{z_1}(z - x_n) f_{z_1}(x_n - x_{n-1}) \dots f_{z_1}(x_2 - x_1) \quad (46)$$

이 된다.

이와 같은 方法으로 각 境遇마다 出力 랜덤變數 z의 確率密度函數를 正確하게 求할 수 있겠으나, $L_1 > 1$ 일 때에는 計算量도 크고 計算式이 複雜하여 物理的인 意味를 把握하기도 힘들기 때문에 本 研究에서는 이러한 離散的인 確率分布函數들을 連續的인 確率分布函數로 近似시켜서 分析하고자 한다.

2) 連續的 確率密度函數로의 近似

離散的인 確率分布들을 連續的인 確率密度函數로 近似시키기 위하여 다음과 같이 생각하였다.

첫째, III의 1, 2에서 X_u , X_1 또는 X_u^+ , X_u^- , X_1^+ , X_1^- 등의 랜덤變數들은 각각 二項分布를 이루는데, $L_1 > 1$ 이고 ρ_n , $\rho_c \ll 1$ 일 때에는 標本 個수가 充分히 커서 이들을 正規分布로 近似시킨다.¹⁹⁾

둘째, 人力 信號對 雜音比 SNR을 $SNR \cong A^2/2/WN_0 = A^2/8\sigma^2$ 으로 놓을 때 $SNR \ll 1$ 이라는 假定下에서 (9), (10)式的 被積分 函數의 값은 거의 1이 되므로

$$P_u(\eta) \cong \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \frac{A}{2} \cos \eta \quad (47)$$

$$P_1(\eta) \cong \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \frac{A}{2} \sin \eta \quad (48)$$

로 近似시킨다.

a) 符號 位相이 一致하지 않았을 때 앞서와 같이 생각하면 X_u , X_1 은 平均값 $E\{X_u\}$, $E\{X_1\}$ 이

$$E\{X_u\} = \frac{L_1 A \rho_n}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta \quad (49)$$

$$E\{X_i\} \cong \frac{L_1 A \rho_N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta \quad (50)$$

分散 $V\{X_u\}$, $V\{X_i\}$ 이

$$V\{X_u\} \cong L_1 \left\{ 1 - \left(\frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta \right)^2 \right\} \cong L_1 \quad (51)$$

$$V\{X_i\} \cong L_1 \left\{ 1 - \left(\frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta \right)^2 \right\} \cong L_1 \quad (52)$$

인 正規分布의 랜덤變數로 近似시킬 수 있으며, 따라서 出力랜덤變數 z 는

$$z = \sum_{i=1}^{L_2} \left[\left(\frac{L_1 A \rho_N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta + \alpha_i \right)^2 + \left(\frac{L_1 A \rho_N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta + \beta_i \right)^2 \right] \quad (53)$$

로 表示할 수 있으며, 여기서 α_i , β_i 는 각각 平均값이 0이고 分散이 L_1 인 獨立的인 正規分布의 랜덤變數이다. (53)式의 z 를 Normalize하여

$$z' = \frac{Z}{L_1} = \sum_{i=1}^{L_2} \left[\left(\frac{\sqrt{L_1} A \rho_N}{\sqrt{2\pi}} \cos \eta + \frac{\alpha_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{L_1} A \rho_N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta + \frac{\beta_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 \right] \quad (54)$$

로 놓으면 z' 는 自由度(degrees of freedom)가 $2L_2$ 이고 non-central parameter λ_0 가

$$\lambda_0 = \frac{4}{\pi} L_1 L_2 \rho_N \text{ SNR} \quad (55)$$

인 non-central chi-square 分布函數로서 z' 의 確率密度函數 $f_{z'}(z)$ 는

$$f_{z'}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\lambda_0} \right)^{\frac{L_2-1}{2}} \exp\left(-\frac{\lambda_0+z}{2}\right) I_{L_2-1}(\sqrt{z\lambda_0}) \quad (56)$$

으로 되며, 여기서 $I_n(\cdot)$ 은 次數가 n 인 modified bessel 函數이다.

b) 符號 位相이 一致하였을 때 III-2의 1), 2)의 境遇에는 각각

$$E\{X_u\} \cong \frac{L_1 A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta \quad (57)$$

$$E\{X_i\} \cong \frac{L_1 A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta \quad (58)$$

$$V\{X_u\} \cong L_1 \quad (59)$$

$$V\{X_i\} \cong L_1 \quad (60)$$

으로 近似시킬 수 있으며 3)의 境遇에는

$$E\{X_u\} \cong \rho_c \frac{L_1 A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta \quad (61)$$

$$E\{X_i\} \cong \rho_c \frac{L_1 A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta \quad (62)$$

$$V\{X_u\} \cong L_1 \quad (63)$$

$$V\{X_i\} \cong L_1 \quad (64)$$

로 近似시킬 수 있다. 이때 그림 5에서 보는 바와 같이 相關區間을 데이터 周期의 $1/K$, 즉 $T_s/L_1 T_c = K$ 라고 하면 L_2 개의 랜덤變數 X_u 들 중에서 1) 또는 2)의 境遇가 $L_2 \cdot (K-1)/K$ 개, 3)의 境遇가 $L_2 \cdot 1/K$ 개가 된다. 따라서 z' 에 關하여 생각하면

$$z' = \frac{z}{\sqrt{L_1}} = \sum_{i=1}^{L_2 \cdot \frac{K-1}{K}} \left[\left(\frac{\sqrt{L_1} A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cos \eta + \frac{\alpha'_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{L_1} A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sin \eta + \frac{\beta'_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 \right] + \sum_{i=1}^{L_2 \cdot \frac{1}{K}} \left[\left(\frac{\sqrt{L_1} A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \rho_c \cos \eta + \frac{\alpha''_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{L_1} A}{\sqrt{2\pi\sigma}} \rho_c \sin \eta + \frac{\beta''_i}{\sqrt{L_1}} \right)^2 \right] \quad (65)$$

로 表示할 수 있으며, 여기서 α'_i , β'_i , α''_i , β''_i 는 平均값이 0이고 分散이 L_1 인 獨立的인 랜덤變數들이다. 따라서 (65)式으로부터 z' 는 自由度가 $2L_2 \cdot (K-1)/K$ 이고 non-central parameter λ'_1 가

$$\lambda'_1 = \frac{4}{\pi} L_1 L_2 \text{ SNR} \quad (66)$$

인 non-central chi-square 變數와, 自由度가 $2L_2/K$ 이고 non-central parameter λ''_1 가

$$\lambda''_1 = \frac{4}{\pi} L_1 L_2 \rho_c \text{ SNR} \quad (67)$$

인 non-central chi-square 變數의 疊이므로 결국 z' 는 自由度가 $2L_2$ 이고 non-central parameter λ_1 이

$$\lambda_1 = \frac{4}{\pi} L_1 L_2 \left(\frac{K-1}{K} + \frac{\rho_c}{K} \right) \cdot \text{SNR} \quad (68)$$

인 non-central chi-square 랜덤變數이며, 이때 z' 의 確率密度函數 $f_{z'}(z)$ 는

$$f_{z'}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\lambda_1} \right)^{\frac{L_2-1}{2}} \exp\left(-\frac{\lambda_1+z}{2}\right) I_{L_2-1}(\sqrt{z\lambda_1}) \quad (69)$$

이다.

이상으로써 出力랜덤變數의 確率密度函數를 (56), (69)式과 같이 近似的으로 求하였다.

4. 初期同期 性能 分析 結果 및 檢討

이제까지 送受信機間의 符號 位相이 一致하였을 때와 一致하지 않았을 때 出力랜덤變數 z 의 確率密度函數를 求하였다.

$$Q_M(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} z \left(\frac{z}{\alpha}\right)^{M-1} \exp\left(-\frac{z^2 + \alpha^2}{2}\right) I_{M-1}(\alpha z) dz \quad (70)$$

로 定義하고, 문턱값 (threshold) z_T 에 의하여 同期 與否를 決定할 때에, 符號 位相이 一致하였을 때 同期 되었다고 옳게 檢出할 確率을 P_d , 符號 位相이 一致하지 않았을 때 同期되었다고 잘못 檢出할 確率을 P_{fa} 라고 하면, (56), (69), (70)式으로부터 P_d , P_{fa} 는 각각

$$P_d = Q_{Lz}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{z_T}) \quad (71)$$

$$P_{fa} = Q_{Lz}(\sqrt{\lambda_0}, \sqrt{z_T}) \quad (72)$$

가 된다. 한편 (70)式의 計算은 Helstrom이 求한 式¹⁰⁾을 參照하여 다시 整理하면

$$Q_M(\alpha, \beta) \cong \operatorname{erfc}(y) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \left[\frac{2M+3\alpha^2}{6(M+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} (y^2-1) + \frac{M+2\alpha^2}{4(M+\alpha^2)^2} (y^3-y) + \frac{\{12(M+3\alpha^2) + (2M+3\alpha^2)^2\}}{72(M+\alpha^2)^3} (y^5-10y^3+15y) \right] \quad (73)$$

여기서

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (74)$$

$$y = \frac{\beta^2 - 2M - \alpha^2}{2\sqrt{M + \alpha^2}} \quad (75)$$

이다. 따라서 本 研究에서 設定한 受信機 모델에서 初期同期 性能 P_{fa} 와 시스템 파라미터들이 주어지면 (70), (72)式으로부터 문턱값 z_T 를 求할 수 있고, 이 z_T 를 (71)式에 代入하여 受信機의 初期同期 檢出 性能을 求할 수 있으며 (70)式의 計算은 (73)式을 利用하였다. 表 2는 本 研究에서 同期 檢出 性能을 解析하는데 필요한 GPS의 C/A 코드에 關聯된 시스템 파라미터들이며, C/A 코드의 相關 性質에 關해서는 最惡의 境遇로서 $\rho_w = 65/1023$,¹¹⁾ $\rho_c = 0$ 을 假定하였다.

표 2. GPS의 C/A 코드 關聯 파라미터

Table 2. GPS parameter related to C/A code.

擬似 雜音符號의 反復 周期	1023bit
데이터 傳送率	50bps
擬似 雜音符號의 傳送率	1.023Mbps
1 데이터 內의 PN 칩 數	2046chips

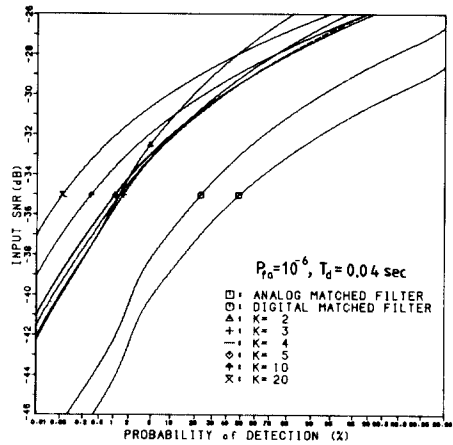


그림 7. 受信機의 初期同期 檢出 性能圖
Fig. 7. Acquisition performance of the receiver (1).

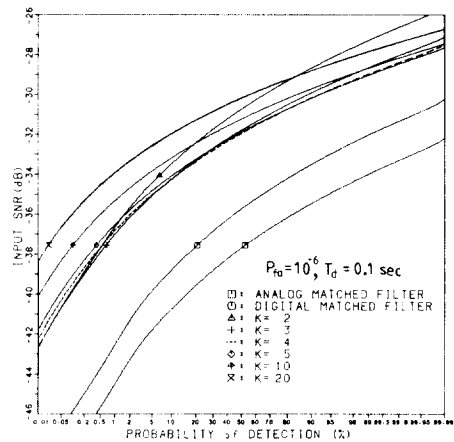


그림 8. 受信機의 初期同期 檢出 性能圖(2)
Fig. 8. Acquisition performance of the receiver (2).

그림 7, 8, 9, 12, 14는 이들 파라미터들에 關해서 受信機의 同期 檢出 性能을 分析한 結果를 圖示한 것이다. 그림 7, 8, 9는 $P_{fa} = 10^{-6}$ 으로 設定하고 同期 決定時間 T_d 를 바꾸면서 K값에 따른 受信機의 同期 檢出 特性을 圖示한 것으로서 아날로그 및 디지털 整合 濾波器, 즉 데이터의 遷移時刻을 알고 있는 境遇의 性能도 함께 圖示하였다. 그런데, 여기서 디지털 整合 濾波器란 데이터信號에 대한 整合 濾波器를 意味하므로 디지털 整合 濾波器를 利用했을 境遇의 初期同期 性能이란 결국 앞의 II에서 普及된 바와 같이 데이터가 傳送되고 있지 않거나, +1로 固定된 境遇의 初期同期 性能을 分析한 結果와 같다.

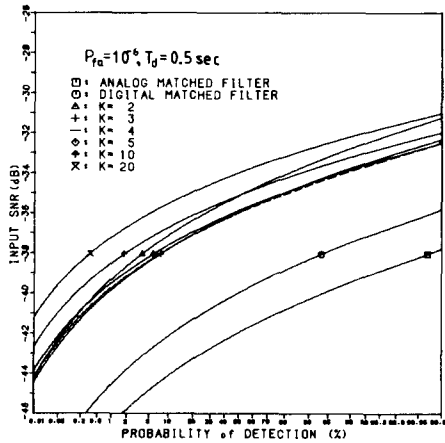


그림 9. 受信機の 初期同期 検出 性能圖(3)
Fig. 9. Acquisition performance of the receiver(3).

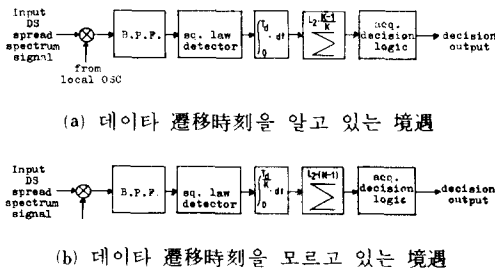
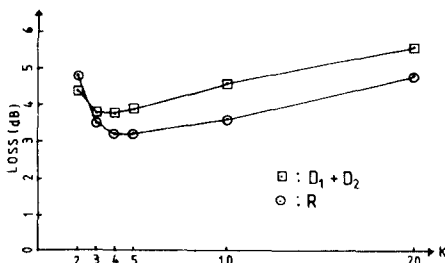


그림 10. 데이터 遷移時刻을 모르기 때문에 생기는 損失을 說明하기 위한 블럭도
Fig. 10. A block diagram for illustrating per performance loss due to unknown data transition timing.



R : 本 研究에서 分析한 結果
그림 11. 損失 比較圖
Fig. 11. Loss comparison.

그림 7, 8, 9에서 보면, 데이터 周期과 相關區間과의 비 K의 값은 3~5에서는 그 性能 差가 0.5dB 程度 以内로 敏感하지 않음을 알 수 있고, K=4에서 数字

탈 整合濾波器를 利用했을 境遇와 比較하면 約 3.5dB, 아날로그 整合濾波器를 利用했을 境遇와 比較하면 約 5.5dB 程度 그 性能이 低下됨을 알 수 있다. 이러한 性能 低下에 關하여 檢討해 보면 우선, 受信된 信號를 아날로그 回路를 利用하여 處理하지 않고 1비트 量子化된 数字 信號로 處理하기 때문에 생기는 損失이 2dB 程度임을 알 수 있는데 이는 Turin^[2]이 分析한 結果와 거의 一致한다. 또한 데이터 遷移時刻을 모르기 때문에 생기는 損失에 대해서는 符號 位相이 一致하였을 때 同期決定時間 T_d 內的 L_2 개의 랜덤變數 X_u, X_1 들 中에서 相關區間內的 데이터 遷移로 因하여 最惡의 境遇 L_2/K 개가 平均값이 0이 됨으로써 생기는 損失과, 아날로그 回路 構成에 比유한다면 그림10(a)에 대한 그림10(b)의 性能 損失(Integration Loss^[2])의 5배로 생각할 수 있다. 前者의 境遇의 損失을 D_1 이라 하면

$$D_1 = -10 \log \left(1 - \frac{1}{K} \right) \text{ [dB]} \quad (76)$$

로 計算할 수 있고, 後者의 境遇 DiFranco와 Rubin^[1]이 分析한 아날로그 回路의 境遇에 關한 損失을 D_2 라 하여 $D_1 + D_2$ 와 本 研究에서 分析한 結果를 그림11에서 比較해 보면 그 結果가 서로 近接함을 알 수 있고, 또한 D_1 은 K값에 따라 一定하고, DiFranco와 Rubin 이 分析한 結果로부터 P_{fa}, P_d 의 값을 바꾸어도 D_2 의 값의 變化는 鈍感하다는 점을 감안하면 그림 7~9의 分析 結果에서 볼 수 있는 性能 低下가 앞서와 같이 說明될 수 있음을 示唆하는 것이다.

그림12는 同期決定時間 T_d 를 變化시킬 때 受信機의 同期 檢出 性能을 分析한 結果로서 同期式인 境遇의 初期同期 性能도 함께 圖示하였는데, 同期式인 境遇에는 그림13과 같은 分析 模型을 假定하였다. 그림14는 P_{fa} 를 $10^{-3}, 10^{-4}, \dots, 10^{-9}$ 으로 選擇할 때에 受信機의 同期 檢出 性能을 分析한 結果이다.

IV. 結 論

序論에서 言及된 바와 같이 模型로 設定한 受信機는 그림 2에서 알 수 있듯이 相關器와 低域濾波器 이외의 構成이 모두 数字 化 되어 있고, 그림 3과 같이 並列의 回路를 具現할 境遇에도 그림 1에서 처럼 많은 相關器와 濾波器들을 필요로 하지 않기 때문에 回路具現이 容易한 長點이 있다. 本 研究에서는 이러한 非同期式 数字 相關器를 利用한 受信 回路의 出力랜덤變數의 確率密度函數을 求하여 直接符號系列 擴散信號의 初期同期 性能 分析에 關한 理論을 確立하였으며, GPS 시스템의 C/A 코드 同期에 關聯된 시스템 파라미터들

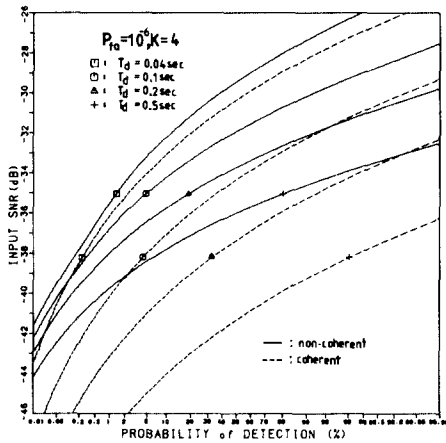


그림 12. 受信機의 初期同期 檢出 性能圖(4)
 Fig. 12. Acquisition performances of the receiver(4).

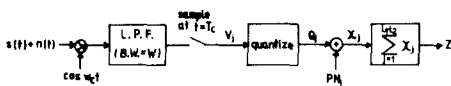


그림 13. 同期式 디지털 상관기를 이용한 初期同期 回路 分析 모델
 Fig. 13. A model for analyzing acquisition circuit using coherent digital correlator.

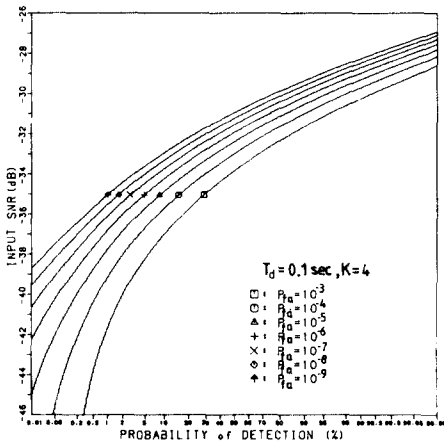


그림 14. 受信機의 初期同期 檢出 性能圖(5)
 Fig. 14. Acquisition performance of the receiver(5).

을 세운 理論에 適用하여 提案된 受信機의 初期同期 性能을 解析하였다. 分析한 結果로서, 入力 信號對 雜音比와 P_{fa} 및 同期決定時間(T_d) 등이 주어지면 그림 7~9로부터 受信機의 同期 檢出 性能을 알 수 있으며, 또한 그림 12, 13으로부터 同期決定時間 및 P_{fa} 의 設定

에 따른 同期 檢出 性能의 變化量을 알 수 있다. 또 分析된 結果를 檢討하면, 非同期式 디지털 상관기를 利用할 境遇에 데이터 周期과 相關區間과의 比 K의 값은 4程度가 適正함을 알 수 있으며, 이때 同期 檢出 性能은 디지털 整合濾波器를 利用했을 境遇보다는 3.5 dB 程度, 아날로그 整合濾波器를 利用했을 境遇보다는 5.5dB 程度 低下되는데, 이는 데이터의 遷移時刻을 모르기 때문에 생기는 損失이 約 3.5dB, 1비트 디지털 處理에 起因된 損失이 約 2dB라는 것을 意味한다고 볼 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] R.C. Dixon, *Spread Spectrum Systems*. 2nd Ed., John Wiley & Sons, pp. 217-248, pp. 320-324, 1984.
- [2] R.E. Ziemer and R.L. Peterson, *Digital Communications and Spread Spectrum Systems*. Macmillan, pp. 488-543, pp. 644-647, 1985.
- [3] G.L. Turin, "An introduction to digital matched filters," *Proc. of the IEEE*, vol. 64, no. 7, July, 1976.
- [4] T.L. Lim, "Non-coherent digital matched filters: multibit quantization," *IEEE Trans. on Communications*, vol. COM-26, no. 4, April, 1978.
- [5] E.W. Siess and C.L. Weber, "Acquisition of direct sequence signals with modulation and jamming," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. SAC-4, no. 2, March, 1986.
- [6] R.P. Denaro, "Navstar: the all-purpose satellite," *IEEE Spectrum*, May, 1981.
- [7] A.D. Whalen, *Detection of Signals in Noise*. Academic Press, pp. 241-244, 1971.
- [8] E.S. Keeping, *Introduction to Statistical Inference*. Van Nostrand, pp. 37-43, 1962.
- [9] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, pp. 66-69, 1965.
- [10] C.W. Helstrom, *Statistical Theory of Signal Detection*. Pergamon Press, pp. 215-222, 1968.
- [11] J.K. Holmes, *Coherent Spread Spectrum Systems*. John Wiley & Sons, pp. 551-553, 1982.
- [12] J.V. Difrancio and W.L. Rubin, *Radar Detection*. Artech House, Inc., pp. 359, 1980. *