

論 文

컴퓨터 통신망의 유한 길이
tandem 큐에 대한 해석

準會員 趙 鎮 雄* 正會員 李 在 昊**

Analysis of Finite Tandem Queues
in Computer Communication
Network

Jin Woong CHO*, Jae Ho LEE** *Regular Members*

要 約 큐 길이를 제한하는 단일 서버 tandem 큐의 망에 대한 수식적인 근사 해법을 제시하였다. 유한 길이 큐를 갖는 큐잉망에서는 큐 길이의 제한때문에 블록킹이 발생하며 이 블록킹은 각 큐 간에 상호 종속적으로 발생한다. 따라서 이러한 큐잉망을 해석하는 데는 어려움이 따른다. 본 논문에서는 이러한 블록킹이 발생하는 망을 해석하기 위해 종속하는 스테이션들의 블록킹을 고려하여 현 스테이션으로의 메시지 도착률을 증가시키므로 각각의 큐를 독립 M/M/1/K 시스템으로 해석하였다. 이 근사 해법을 이용하여 각 스테이션의 상태 확률, 평균 큐 길이, 대기 시간 등을 쉽게 구하였다. 제시한 근사 해법의 정당성을 입증하기 위해 이 근사 해법의 결과와 상태 천이 연립 방정식에 의해 구한 값을 비교하였으며 컴퓨터 시뮬레이션으로 검증하였다.

ABSTRACT An approximation algorithm has been obtained to analyze the network of single server tandem queues with a finite length. In the queueing network with a finite queue length, the blocking which is mutually dependent, occurs due to the limitation of the queue length. Thus, it is difficult to analyze such a queueing network. In this paper, each queue has been regarded as the independent M/M/1/K system to analyze the queueing network with the blocking, which is based on the assumption that an arrival rate to the present station is increased by the blocking of the following stations. The performance measures, such as state probability, average queue length and the waiting time, can be easily obtained using the proposed algorithm. In order to justify this approximation algorithm, comparison of the results of this algorithm with those of state transition simultaneous equations has been made and verified with computer simulation.

I. 서 론

*,** 光云大學 電子通信工學科

Dept. of Electronic Communication
Kwang Woon University

論文番號 : 87-53 (接受 1987. 6. 25)

컴퓨터 통신망은 한 큐에서의 출력이 다른 큐의 입력이 되는 큐의 망으로 모델화될 수 있다. 여러 가정하에서 이러한 망들을 다차원 birth-d

each 프로세스 방법으로 모델화하여 해석한다⁽²⁾,⁽³⁾. 모든 큐가 무한 길이를 갖을 수 있다는 가정 하에서, 각각의 큐를 독립적으로 취급하여 해석할 수 있으며 이와 같은 망을 Jackson 망이라 한다^{(1), (2), (4), (5)}.

그러나 큐의 길이에 제한을 두는 경우에는 각각의 큐를 독립적으로 취급할 수 없다. 왜냐하면, 블록킹이 각 큐간에 상호 종속적으로 발생하므로 이러한 큐잉망을 무한 길이 큐를 갖을 수 있는 망에서와 같은 방법으로 해석할 수 없기 때문이다.

그러므로 블록킹이 발생하는 큐잉망의 해석에 근사법에 의한 수식적 방법이나 시뮬레이션 방법을 이용한다.

Takahashi, Miyahara와 Hasegawa⁽⁶⁾는 포아송 도착 및 지수적 서비스 시간을 갖는 유한 큐잉망을 pseudo-도착률 및 실질적인 서비스율의 개념을 갖고 노드에서의 메시지 분해에 의한 근사적 해석을 하였으며 I. F. Akyildiz⁽⁷⁾는 블록킹이 발생하는 두개의 스테이션으로 구성된 폐쇄 큐잉망의 정확한 해석적 결과를 상태 변환 개념으로 구하였다.

직렬 연결된 큐잉망에서, 메시지는 첫번째 스테이션으로 돌아가며 마지막 스테이션에서 서비스를 완료한 후 망을 떠나게 된다. 이와같은 망에서 pined와 wolf⁽⁸⁾는 각 스테이션에서의 서비스 시간이 모두 같을때, 탄뎀 큐들간에 서비스 시간이 종속적인 경우와 독립적인 경우, 평균 대기 시간 혹은 시스템 용량을 비교하였다. pined와 wolf의 해석은 스테이션간의 큐길이가 0와 무한인 두가지 경우에 대해서만 해석하였고 각 스테이션에서의 서비스 시간이 모두 똑 같다는 가정에 근거하지만 본 지에 제시한 해법은 서비스 중에 있는것까지 포함하여 큐길이를 1에서

∞ 까지 변화시켜 제한해도 성립하며 각 스테이션의 서비스 시간이 다를 때도 해석 가능하다.

H.G. Perros와 Takfur Altio⁽⁹⁾는 원래의 탄뎀 큐의 망에서 각 스테이션의 용량과 도착 프로세스 및 서비스 프로세스를 변환시켜 독립적인 큐로 취급하는 근사 해법을 발표하였다. 이들의 해법에서 i 번째 큐를 $M/C_{N-1,1}/1/M+1$ 시스템 (N : 큐의 갯수, M_i : i 번째 큐의 최대길이)으로 취급하였다. 여러 단계를 거쳐 이 시스템을 해석하기 위해 각각의 큐 길이를 확률을 구해야 하는데 이것을 계산하기 위해서는 복잡한 수식적 해석이 뒤따라야 한다. 그러나 본 논문에 제시한 해법에서는 단지 실질적인 메시지 도착률을 가상 메시지 도착률로 변화시켜 준 후 독립적인 $M/M/1/K$ 시스템으로 해석하므로 보다 쉽게 시스템의 상태를 알 수 있다.

유한 길이 탄뎀 큐의 망은 상태 천이 확률로 해석될 수 있으나 스테이션이 세개 이상인 탄뎀 큐의 망을 이 방법으로 해석하고자 할 때, 수식을 세워 푸는데에 어려움이 따른다.

따라서 본 논문에서는 단일 서비스를 갖는 여러개의 유한 탄뎀큐로 구성된 큐잉망을 쉽게 해석할 수 있는 수식적 근사 해법을 제시하였다. 이 근사 해법은 후속하는 큐의 블록킹 확률을 고려하여 전단의 큐에 도착하는 메시지의 도착률을 증가시켜서 각각의 큐를 독립적인 $M/M/1/K$ 시스템으로 해석한 것이다.

제시한 해법은 첫번째 스테이션뿐만 아니라 그 외의 종속 스테이션에 외부 메시지가 도착할때도 적용될 수 있다.

II. 큐잉망 모델

큐잉망에 대한 모델을 그림 1과 같이 직렬 연

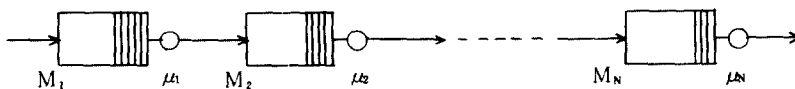


그림 1 큐잉망 Queueing Network.

결된 N개의 단일 서버 큐들로 구성한다.

i 번째 스테이션의 축적 용량을 서비스중에 있는 것까지 포함하여 M_i 로 제한한다. ($i=1, 2, 3, \dots, N$)

입력 메시지는 평균 λ 인 포아송 분포로 첫번째 스테이션에 도착하여 마지막 스테이션에서 이 망을 떠난다고 가정한다. i 번째 스테이션의 서비스율은 μ_i 이고 서비스 시간은 지수 분포이며 각 큐에서의 메시지는 FCFS 방법으로 처리된다고 가정한다.

첫번째 스테이션의 큐길이가 제한한 최대 길이일때, 이 스테이션에 도착하는 메시지는 잃어버리게 된다. i 번째 스테이션에서 서비스를 받은 메시지는 (i+1) 번째 스테이션에 사용 가능한 공간이 있을 때 (i+1) 번째 스테이션으로 입력되지만 (i+1) 번째 큐의 길이가 최대인 경우는 (i+1) 번째 스테이션에서의 서비스 완료가 이루어 질때까지 그 메시지는 i 번째 스테이션의 서비스를 받고 있는 것으로 간주한다.

III. 망 해석

III-1. 상태 천이 연립 방정식에 의한 해법

두 스테이션으로 구성된 유한 길이 탄뎀 큐의 망에서, 정상 상태일 때 스테이션 1, 2에 메시지가 각각 n_1, n_2 개 있을 확률을 $P(n_1, n_2)$ 라 한다. 이때 $(M_1+1)(M_2+1)$ 개의 평형 연립 방정식을 구하여 이 연립 방정식을 다음과 같이 9개의 군으로 표시할 수 있다.

$$P(0, 0) = \mu_2 P(0, 1) \quad (1)$$

$$(\lambda + \mu_2) P(n_1, 0) = \lambda P(n_1 - 1, 0) + \mu_2 P(n_1, 1) \quad (2)$$

$n_1 = 1, 2, \dots, M_1 - 1$

$$\mu_1 P(M_1, 0) = \lambda P(M_1 - 1, 0) + \mu_2 P(M_1, 1) \quad (3)$$

$$(\lambda + \mu_2) P(0, n_2) = \mu_1 P(1, n_2 - 1) + \mu_2 P(0, n_2 - 1) \quad (4)$$

$n_2 = 1, 2, \dots, M_2 - 1$

$$(\lambda + \mu_2) P(n_1, M_2) = \lambda P(n_1 - 1, M_2) + \mu_1 P(n_1 + 1, M_2 - 1) \quad (5)$$

$$(\lambda + \mu_2) P(0, M_2) = \mu_1 P(1, M_2 - 1) \quad (6)$$

$n_1 = 1, 2, \dots, M_1 - 1$

$$(\mu_1 + \mu_2) P(M_1, n_2) = \lambda P(M_1 - 1, n_2) + \mu_2 P(M_1, n_2 + 1) \quad (7)$$

$n_2 = 1, 2, \dots, M_2 - 1$

$$\mu_2 P(M_1, M_2) = \lambda P(M_1 - 1, M_2) \quad (8)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) P(n_1, n_2) = \lambda P(n_1 - 1, n_2) + \mu_1 P(n_1 + 1, n_2 - 1) + \mu_2 P(n_1, n_2 + 1) \quad (9)$$

$n_1 = 1, 2, \dots, M_1 - 1$
 $n_2 = 1, 2, \dots, M_2 - 1$

위의 $(M_1+1)(M_2+1)$ 개의 방정식 중 하나를 정규화 방정식 (normalizing equation)

$$\sum_{n_1=0}^{M_1} \sum_{n_2=0}^{M_2} P(n_1, n_2) = 1$$

으로 대치하여 $(M_1+1)(M_2+1)$ 개의 미지수 $P(n_1, n_2)$ 를 구한다. 이러한 방정식의 해를 구하기 위해 Gauss-Jordan 소거법을 이용하였다.

각 스테이션 1, 2에 n_1, n_2 개의 메시지가 있을 주변 확률은 아래와 같다.

$$P(n_1) = \sum_{j=0}^{M_2} P(n_1, j) \quad (10)$$

$$P(n_2) = \sum_{i=0}^{M_1} P(i, n_2) \quad (11)$$

III-2. 근사 해법

다차원 birth-death 프로세스 방법으로 모델화된 유한 길이 큐를 갖는 큐잉망 상태 천이 연립 방정식으로 해석하려할 때 3차원 이상의 연립 방정식을 세우는데는 복잡한 어려움이 있다. 따라서 이번 단원시에는 이와같은 큐잉망을 해석하는 근사 해법을 제시한다.

입력 프로세스가 포아송이고 서비스 시간이 지

수분포인 경우, 각 시스템의 출력 프로세스는 포아송이 되지만 큐길이를 제한하는 경우에는 출력 프로세스를 포아송으로 취급할 수 없다. 그러나 출력 프로세스와 overflow traffic의 합은 포아송이 된다¹⁰⁾. 따라서 각 스테이션들을 독립적으로 취급한다면 M/M/1/K 시스템으로 해석될 수 있다. 이것을 근거로 서로 종속적인 스테이션의 상태를 해석하는 근사 해법을 유출하였다.

그림 1.의 큐잉망에서, i번째 스테이션의 서비스를 받고 (i+1)번째 스테이션에 도착하는 실질적인 메시지의 도착률을 λ_{i+1} 라 한다. 이때 (i+1)번째 큐에 의해 i번째 서버가 블록킹당하여 메시지를 처리하지 못한다면, i번째 큐의 길이는 도착하는 메시지의 양 만큼 늘어나 블록킹 확률을 증가시킨다. 또한 (i+1)번째 서버는 (i+2)번째 큐에 큐에 의해 블록킹 당할 수 있다. 따라서 i번째 서버는 (i+1)번째 큐뿐만 아니라 그 뒤의 큐에도 영향을 받는다.

이와같이 연속한 큐에 의한 블록킹을 고려하여 i번째 스테이션에 도착하는 메시지의 도착률을 증가시킨 가상값을 λ_i 라 한다.

이때, 변화된 입력 파라미터 값을 가지고 각각의 큐를 독립적인 M/M/1/K 시스템으로 해석한다.

이에 대한 근사 해법은 다음과 같다.

시작.

제 1 단계 : 첫번째 스테이션으로의 실질적인 도착률 λ_1 을 갖고 첫번째 스테이션이 비어있을 확률 $P_1(0)$ 와 블록킹 확률 B_1 을 독립적인 M/M/1/K 시스템으로 구한다.

제 2 단계 : 뒤이은 스테이션으로의 실질적인 메시지 도착률 λ_i 를 다음 절차를 거쳐 구한다.

(i=2, 3, ..., N)

$$\textcircled{1} \lambda_i^0 = \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1})$$

$$\textcircled{2} \lambda_i = \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1}) + \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1})$$

$$\sum_{k=0}^{M_{i-1}-1} P(K, M_1) = \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1}) + \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1})$$

$$\{B_i - P(M_{i-1}, M_i)\}$$

$$\cong \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1}) + \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1})$$

$$(B_i - B_{i-1} \cdot B_i)$$

$$= \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1}) + \lambda_{i-1} (1 - B_{i-2})^2 B_i$$

$$\cong \lambda_{i-1} (1 - B_{i-1}) \cdot \{1 + (1 - B_{i-1}) B_i^0\},$$

$$(\because B_i \cong B_i^0)$$

① 식은 overflow를 고려하지 않은 i번째 스테이션으로의 메시지 도착률을 나타낸다. ① 식으로부터 B_i^0 를 구한뒤 overflow까지 고려한 ② 식에 대입하여 i번째 스테이션으로의 실질적인 메시지 도착률 λ_i 를 근사시켜 얻는다. 이와같은 과정을 마지막 스테이션까지 반복 수행한다.

제 3 단계 : 마지막에서부터 두번째인 (N-1)번째 스테이션으로의 가상 도착률 λ'_{N-1} 을 다음의 식으로 구하고 이 가상 도착률 λ'_{N-1} 을 갖고 독립적인 M/M/1/K 시스템으로 블록킹 확률 B'_{N-1} 를 구한다.

$$\lambda'_{N-1} = \frac{\lambda_{N-1}}{1 - B_{N-1}(1-1)}, i=1, 2, \dots, N-1$$

이와 같이 첫번째 스테이션까지 반복 수행한다.

제 4 단계 : 가상 도착률 λ'_i 를 갖고 독립적인 M/M/1/K 시스템으로 각 스테이션의 상태 확률을 구한다. 마지막 스테이션의 가상도착률 λ'_N 은 λ_N 이다.

끝.

위의 근사 해법을 이용한 i번째의 스테이션에 n개의 메시지가 있을 확률을 $P_i(n)$ 이라하면

$$P_i(n) = \begin{cases} \frac{(1 - \rho'_i) \rho_i^n}{1 - \rho_i^{M_i+1}}, & \rho'_i \neq 1 \\ \frac{1}{M_i+1}, & \rho'_i = 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$P_i(0) = \begin{cases} \frac{1 - \rho'_i}{1 - \rho_i'^{M_i+1}}, & \rho'_i \neq 1 \\ \frac{1}{M_i + 1}, & \rho'_i = 1 \end{cases} \quad (13)$$

i 번째 스테이션이 있는 평균 메시지수 L_i 과 평균 큐의 길이 L_{qi} 는 다음식으로 구한다.

$$L_i = \frac{\rho'_i}{1 - \rho'_i} - \frac{(M_i + 1) \rho_i'^{M_i+1}}{1 - \rho_i'^{M_i+1}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} L_{qi} &= L_i - (1 - p_i(0)) \\ &= L_i - \frac{\rho'_i (1 - \rho_i'^{M_i})}{1 - \rho_i'^{M_i+1}} \end{aligned} \quad (15)$$

그리고 i 번째 스테이션에서의 평균 지연 시간 W_i 와 큐에서의 대기 시간 W_{qi} 는

$$W_i = \frac{L_i}{\lambda_i (1 - B_i)} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_{qi} &= W_i - \frac{1}{\mu_i} \\ &= \frac{L_{qi}}{\lambda_i (1 - B_i)} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서

$$\rho'_i = \frac{\lambda'_i}{\mu_i}$$

$M_i = i$ 번째 스테이션의 축적 용량
 $B_i = i$ 번째 스테이션의 블로킹 확률

III - 3. 근사 해법의 응용

본 논문에서 보인 근사 해법을 그림 2. 와 같이 첫번째 스테이션 뿐만 아니라 다른 스테이션으로도 외부 메시지가 도착할 수 있는 큐잉망에 적용하여 보자.

그림 2. 의 큐잉망에서 두번째 스테이션으로의 전체 도착률 λ_{T2} 는 λ_2 와 γ 를 합한 것이다. 따라서 λ_{T2} 에 의한 두번째 스테이션의 블로킹 확률을 B_{T2} 라 할 때 첫번째 스테이션에 도착하는 가상 메시지 도착률 λ'_1 는

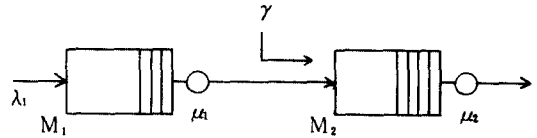


그림 2 확장된 탄뎀 큐의 망
 Extend Network of Tandem Queues.

$$\lambda'_1 = \frac{\lambda_1}{1 - B_{T2}}$$

가 된다.

이와 같은 파라미터 값을 가지고 독립적인 M/M/1/K 시스템으로 각 큐를 해석할 수 있다.

2 와 3 단락에서 제시한 해석 예와 그것의 타당성을 V 단락에서 상태 천이 방정식에 의한 정확한 해법과 시뮬레이션 결과 값으로 비교검증하였다.

IV. 시뮬레이션 및 해석 예

시뮬레이션은 Turbo Pascal 언어를 사용하여 IBM-PC/XT에서 실행하였으며 약 3만 개의 메시지를 처리하여 결과를 얻었다.

근사해법의 정당성을 입증하기 위해 여러개의 스테이션으로 구성된 탄뎀 큐의 망에 대한 해석 결과와 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

시뮬레이션의 결과 값은 시뮬레이터를 5 번 실행시켜 얻은 값이다.

IV - 1. 두 스테이션으로 구성된 탄뎀 큐의 망

첫번째 스테이션으로의 도착률 $\lambda_1 = 0.9$, 각 스테이션의 축적 용량 $M_1 = M_2 = 5$, 그리고 서비스율 $\mu_1 = \mu_2 = 1$ 일때, 상태 천이 연립 방정식에 의해 구한 상태 확률값 $P(n_i)$ 과 근사해법에 의한 상태 확률 값 $p'(n_i)$ 를 표. 1 에 비교하였다. 그리고 표. 2 에 평균 큐 길이, 평균 대기시간, 블로킹 확률을 시뮬레이션 결과와 비교하였고 여기서의 오차는 근사 해법에 대한 상대적인 오차를 백분율로 나타낸 것이다.

표. 3 에 $\lambda_1 = 3, \mu_1 = 2, \mu_2 = 3, M_1 = M_2 = 5$

표 1 P(n_i)와 P'(n_i)의 비교
Comparison Between P(n_i) and P'(n_i).

n _i	P (n ₁)	P' (n ₁)	P (n ₂)	P' (n ₂)
0	0.1636	0.1644	0.251	0.2440
1	0.164	0.1653	0.2114	0.2061
2	0.1664	0.1662	0.21759	0.1740
3	0.1685	0.1671	0.1445	0.1470
4	0.1692	0.1680	0.1181	0.1241
5	0.1679	0.1689	0.0987	0.1048

표 2 결과 비교
The Result Comparison.

스테이션		상태전이 연립 방정식	상대 오차 (%)	시뮬레이션	상대 오차 (%)	근사해법
큐 길이	1	1.6822	0.13	1.6915	0.68	1.68004
	2	1.2136	3.78	1.2338	2.08	1.25945
대기시간	1			2.2388	0.33	2.2461
	2			1.633	2.02	1.6660
블로킹확률	1	0.1679	0.6	0.1664	1.50	0.1689
	2	0.0987	6.18	0.1058	0.95	0.1048

표 3 상태 확률
State Probability.

n _i	P (n ₁)	P' (n ₁)	P (n ₂)	P' (n ₂)
0	0.0389	0.0409	0.3836	0.3779
1	0.0636	0.0641	0.2502	0.2459
2	0.1023	0.1006	0.1613	0.1601
3	0.1613	0.1579	0.1023	0.1042
4	0.2502	0.2478	0.0636	0.0678
5	0.3836	0.3883	0.0389	0.0441

일 때 연립 방정식과 근사 해법에 의한 구한 상태 확률을 비교하였다.

그러면, 제시한 근사 해법을 이용하여 표 1 과 2의 결과를 구해 보자.

첫번째 스테이션에서 서비스를 받고 두번째 스테이션에 도착하는 메시지의 도착률 λ₂는

$$\lambda_2 = \lambda_1 (1 - B_1) = 0.7866 \quad B_2 = 0.08421$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 (1 - B_1) \{ 1 + (1 - B_1) B_2 \} = 0.84449$$

여기서 B₁은 λ₁=0.9일때의 M/M/1/K 시스템으로 해석하여 구하였다.

$P_2(0)$ 와 B_2 를 위에서 구한 λ_2 의 값을 갖고 $M/M/1/K$ 시스템으로 구하면

$$P_2(0) = 0.2440$$

$$B_2 = 0.1048$$

첫번째 스테이션으로의 가상 도착률 λ_1 는

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_1}{(1 - B_2)} = 1.00536$$

따라서 $\rho_1 = 1.00536$ 일 때의 블로킹 확률은 $B_1 = 0.1689$ 이다.

각 스테이션에 있는 메시지의 평균 수는

$$L_1 = \sum_{n=1}^5 P(n_1) = 2.51564$$

$$L_2 = \sum_{n=1}^5 P(n_2) = 2.09505$$

이고, 각 큐의 평균 길이는

$$L_{q1} = L_1 - (1 - P_1(0))$$

$$= 1.68004$$

$$L_{q2} = L_2 - (1 - P_2(0))$$

$$= 1.25945$$

이다.

이 때 각 큐에서의 대기 시간 W_{q1} , W_{q2} 는

$$W_{q1} = \frac{L_{q1}}{\lambda_1 (1 - B_1)} = \frac{1.68004}{0.9 (1 - 0.1689)}$$

$$= 2.2461$$

$$W_{q2} = \frac{L_{q2}}{\lambda_2 (1 - B_2)} = 1.6660$$

이다.

IV - 2. 셋 이상의 스테이션으로 구성된 탄력 큐의 망

세개의 스테이션으로 구성된 큐의 망에서, 각 큐에서의 대기 시간에 대한 근사해법과 시뮬레이션으로 구한 값을 그림 3 ~ 그림 5에 나타냈다. 이때 λ_1 은 0 ~ 2.0까지 변화시켰으며 측정 용량 M_i 는 모두 5로 제한하고 서비스를 μ_i 를 모두 1로 하였다.

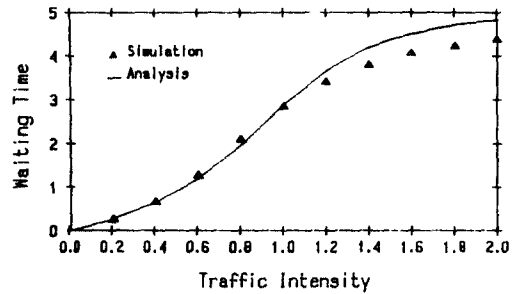


그림 3 첫번째 큐에서의 대기시간
The Waiting Time in The First Queue.

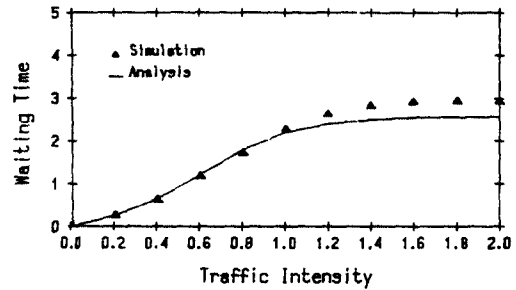


그림 4 두번째 큐에서의 대기시간
The Waiting Time in the second Queue.

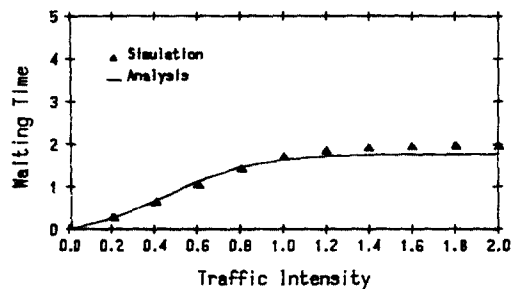


그림 5 세번째 큐에서의 대기시간
The Waiting Time in the third Queue.

그림 3~5에서 보여 주듯이 트래픽 강도가 비교적 1보다 크지 않을 때 각 스테이션을 제 시한 근사해법으로 해석한 결과와 시뮬레이션 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.

각 스테이션의 서비스율이 다를 경우, 근사 해석 값과 시뮬레이션 값을 비교 조사한 결과 다음과 같은 조건을 만족할 때 허용오차(5% 이내)를 갖는다는 것을 알았다.

$$\frac{\mu_i}{\mu_{i+1}} < 1$$

즉, 인접한 스테이션의 서비스율의 비가 1보다 작을 때 근사해법의 정당성이 성립한다.

IV-3. 임의의 스테이션으로 외부 메시지 도착이 있는 탄뎀 큐의망

두번째 스테이션으로 도착하는 메시지는 그 스테이션의 블록킹 확률을 더 높게 만들므로 첫번째 스테이션의 가상 메시지 도착률을 더 증가시킨다.

그림 2의 망에 대한 첫번째 스테이션의 근사 해석 결과와 시뮬레이션 결과를 그림 6에 나타냈다.

이 때 $\lambda_1=0.9$, $\mu_1=\mu_2=1$, $M_1=M_2=3$ 이다.

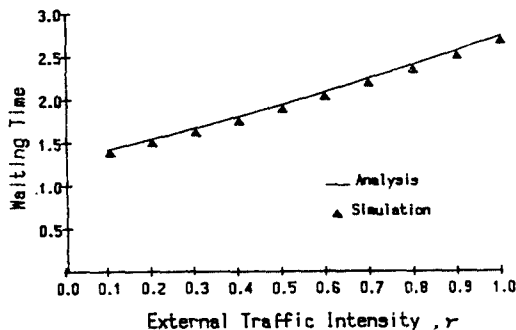


그림 6 첫번째와 두번째 스테이션으로의 외부 메시지 도착이 있는 경우
The case with the external arrival to the first and the second station.

V. 결 론

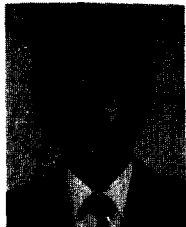
본 논문에서, 블록킹이 발생하는 탄뎀 큐의망에 대한 해석을 위해 근사 해법을 다루었다. 여러 개의 스테이션으로 구성된 경우를 해석하였을 때 트래픽 강도가 1보다 크지 않을 경우 그 해석 결과가 상태 천이 확률 및 시뮬레이션에 의한 값에 매우 근사함을 보였다. 또한 임의의 스테이션으로 메시지가 도착하는 경우에도 해석 결과가 시뮬레이션 결과와 매우 근사하였다. 따라서, 유한 길이 큐를 갖는 일반적인 큐잉망에까지 확장할 수 있다.

실질적인 컴퓨터 시스템, 분산 시스템, 통신 시스템 등을 모델링 하는데 이 근사해법을 이용하면 유용하리라 본다.

參 考 文 獻

- (1) Donald Grors, Carl M. Harris, Fundamentals of Queuing Theory, John Wiley & Sons, New-York, 1985
- (2) Jeremiah F. Hayes, Modeling and Analysis of Computer Communications Networks, New-York, 1984.
- (3) Sauer and Chandy, Computer Systems performance modeling, prentice-Hall, 1981.
- (4) H. Kobayashi, Modeling and Analysis: An Introduction to System Performance Evaluation methodology, Addison-Wesley, New-York, 1978.
- (5) Arnold O. Allen, Probability Statistics and Queuing Theory with Computer Science Applications, IBM Systems Science Institute Los Angeles, California, 1978.
- (6) Yutaka Takahashi Hideo Miyohara and Todhiharu Hasegawa, "An Approximation Method for Open Restricted Queuing Networks", Operations Research, vol. 28, no. 3 May-June 1980.
- (7) I.F. Akyildiz, "Exact Product form solution for Queuing Networks with blocking", IEEE Trans. on Computers, vol. C-36, no. 1, January, 1987.
- (8) Michael Pinedo and Ronald W. Wolfe, "A Comparison Between Tandem Queues with Dependent and Independent Service Times", Operations Research, vol. 1, 30, No. 3, Many-June 1982.
- (9) H.G. Perros and Tayfur Altioik, "Approximate analysis of open networks of Queues with blocking: Tandem Configurations", IEEE Trans. Software Engineering, vol. SE-12, no. 3, March 1986.
- (10) H. Inose and T. Saito, "Theoretical Aspects in the an-

alysis and Synthesis of Packet Communication Networks",
Proceeding of the IEEE, vol. 66, no. 11 November
1978.



趙 鎮 雄 (Jin Woong CHO) 準會員
1964年 9月20日生
1982年 3月~1986年 2月: 光云大學電子
通信工學科 學士
1986年 3月~現在: 光云大學 大學院 電
子通信工學科 碩士程過



李 在 昊 (Jae Ho LEE) 正會員
1934年 5月26日生
1968年 2月: 光云大學通信工學科 卒業
1978年 2月: 禮國大學校大學院電子工學
科(工學碩士)
1970年~現在: 光云大學電子通信工學科
教授 本學會理事