

論 文
1-2-1

고주파 점등 형광램프의 비선형 저항 모델에 관한 연구

A Study on the Nonlinear Resistance Model of a F/L Operating in High Frequency

池 哲 根* · 張 禹 鎮**
(Chee, Chol-kon · Jang, Woo-jin)

요 약

에너지 절약을 위하여 방전등을 고주파 전원으로 동작시킨다.
 방전등을 포함한 고주파 전원 회로를 설계할 경우, 램프의 특성을 알아야하며, 이에 많은 방법과 수식 모델이 제안되고 있다.
 본 연구에서는, 에너지 절약 효과가 큰, 형광램프의 전압-전류 특성을 나타내기 위하여, 비선형 저항 모델을 제안하고, 이를 인덕터 및 커패시터 안정기를 사용한 회로에 적용, 그 유용성을 검증하였다.
 이 수식 모델은 다른 모델과는 달리 비교적 쉽게 얻을 수 있다. 또한, 비교를 위하여, 수정된 Francis 방정식을 이용한 방법을 검사하였다.
 본 연구에 사용된 방법은 기본적으로 다른 방전등에도 적용이 될 수 있다.
 결과로서,
 1) 3차 다항식의 비선형 저항 모델로 좋은 결과를 얻었다.
 2) 고주파 점등시, 상수 계수를 사용하는 수정된 Francis 방정식은 적용할 수 없다.

ABSTRACT

To save energy consumption, it is proposed to operate a discharge lamp with high frequency power.
 When designing a high frequency operating circuit containing a discharge lamp, the character of a lamp may be needed. And there are various methods to get and models for this.
 In this study, to present the volt-ampere character of a fluorescent lamp which gives a good saving effect, the nonlinear resistance model is suggested. And the validity of the model is verified by applying the model for the circuits with inductor ballast and capacitor ballast. This model, in contrast with the others, can be easily obtainable. And for comparison, the model using a modified Francis equation is examined.
 The method used in this study can be basically applied to the other discharge lamps.
 As a result,
 1) Approximated 3rd order polynomial of nonlinear resistance model gives a good simulation result.
 2) When operating in high frequency, the model using a modified Francis equation with constant coefficients can't be applied.

*正 會 員 : 서울大學校 電氣工學科 教授 · 工博
 **正 會 員 : 京畿開放大學 電氣工學科 教授

1. 서론

전등에서의 에너지 절약은 알맞은 장소에서 백열등을 방전등으로 교체함으로써 얻을 수 있다. 또한 방전등에 공급되는 전원의 주파수를 올리면 램프 효율의 증가 및 안정기 손실의 감소 등으로 인하여 더 큰 절약 효과를 얻을 수 있다.

고압 방전등을 고주파 점등할 경우, 안정기 손실의 감소가 에너지 절약의 큰 부분을 담당하게 되지만, 저압 방전등인 형광등을 고주파 점등할 경우 안정기 손실의 감소는 물론, 전극 손실 감소, 형광물질 특성 개선 및 양광주 효율 증가로 인한 램프 효율의 증대로 인하여 에너지 절약 효과가 고압 방전등 보다 크다. 이 점에 착안하여 국내외에서 고주파 전원을 공급하는 전자 안정기가 생산, 실용화되고 있다.

형광등에 고주파 전원을 공급할 경우, 설치된 형광등 각각에 전자 안정기를 부착하여 고주파 전원을 공급하는 경우와 조명용 고주파 전원 설비를 따로 설치하여 건물 단위로, 혹은 층 단위로 고주파 전원을 공급하는 경우가 있다. 이때, 양자 모두 형광램프를 하나의 회로문자로 생각하여 안정기 및 전원을 설계하여야 한다. 이에 형광램프의 전압-전류 특성을 나타내고자 많은 연구가 있어 왔다. 그 중 대표적인 것이 Francis 방정식을 수정하여 등가 콘덕턴스에 대한 1계 미분 방정식으로 전압-전류 특성을 표현하는 방법^{1),2),3)} 형광램프 내의 저압 플라즈마에 에너지 평형 방정식을 적용하여 전압-전류 특성식을 구하는 방법^{4),5)} 및 이 두 가지를 혼용하는 방법⁶⁾ 등이 그것이다. 이들 연구의 대부분은 상용 주파수에 대하여 행하여졌다. 이들 방법 중 상용 주파수에서 비교적 간단하면서도 잘 맞는 것이 Francis 방정식을 수정한 방법이다. 나머지 두가지 방법은 저압 플라즈마 상태의 여러가지 상수들을 온도 T의 함수로 얻어야 하는데, 이 과정이 어렵고, 또한 복잡하다. 그러나 전원 주파수에 관계없이 어느정도 이내의 오차를 유지하는 것으로 연구, 발표되고 있다.

본 연구에서는 고주파 점등시 그 절약 효과가 큰 형광등에 대하여 수 KHz-십 수 KHz 범위의 고주파 전원으로 점등시킬 경우 이 주파수 범위에서 유용성을 가지는 전압-전류 수식 모델을 제시한다. 아울러, Francis 방정식을 수정한 방법을 이 주파수 대에 적용할 경우의 결과에 대하여 간략히 고찰한다.

2. 본론

형광램프를 고주파 점등할 경우의 전압-전류 수식 모델을 얻기 위하여, 먼저 사용이 예상되는 주파수 범위를 선정한다. 이 주파수 범위에서 형광램프가 나타내는 물리적 특성을 고찰하여 이에 알맞다고 생각되는 모델을 제시한다. 이 모델을 사용하여 다른 조건, 즉, 안정기를 L에서 C로 바꿀 경우에도 잘 맞는가를 검토하여 그 유용성을 입증한다. 마지막으로, 상용 주파수 범위에서 비교적 유용성을 가지는 Francis 수정 방정식을 이 주파수 범위에 대하여 작용하여 보고, 그 결과에 대하여 간략히 고찰한다.

2.1 주파수 범위의 선정

형광램프의 양광주 효율은 공급 전원의 주파수 증가와 함께 증가하여 60KHz 부근에서 최대가 된다.⁷⁾ 그러나, 실제로 형광램프에 공급하는 주파수는 이보다 낮은데, 그 이유는 주파수가 높아질수록 선로 손실 및 유도 장애의 문제가 커지기 때문이다. 또한, 조명용 고주파 전원 설비의 경우 대용량의 전력을 제어할 수 있는 소자가 필요한데, 현재의 경우 SCR이나 TRIAC이 대표적인 예이다. 이 경우, 소자 자체의 switching time으로 인하여 최고 공급가능 주파수는 현재 10KHz 부근이다. 개개의 형광등에 전자 안정기를 부착할 경우에는 이보다 공급 주파수를 높일 수 있다. 그 이유는 전자 안정기에서 공급해야될 전력이 100W 미만이고, 이 정도는 switching time이 짧은 TR이나 FET로 공급이 가능하기 때문이다. 본 연구에서는 5KHz-13KHz 사이의 주파수에 대하여 유용한 형광램프의 전압-전류 수식 모델을 제시한다.

2.2 전압-전류 수식 모델의 결정

2.2.1 수식 모델의 형태 결정

그림 1은 상용 주파수로 점등한 경우의 전형적인 형광램프의 전압과 전류의 근사적 파형의 반주기이다.

A의 영역에서는 직류 방전에서와 마찬가지로의 부특성을 보이게 된다. B의 영역에서는 방전관에 걸리는 관전압의 감소로 인하여, 방전 전극 사이의 이온화율이 감소하게 된다. 60Hz에서 B의 영역은 약 3(mS)이고 이 동안에 방전에 참여했던 거의 모든 전자가 소멸하게 된다. 따라서, 매 반주기마다 소

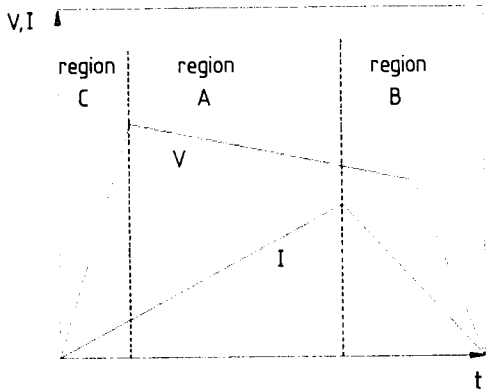


그림 1. 상용 주파수에서의 근사적인 전압-시간, 전류-시간 곡선
Fig. 1. Approximated Voltage-Time, Ampere-Time curves at the commercial frequency.

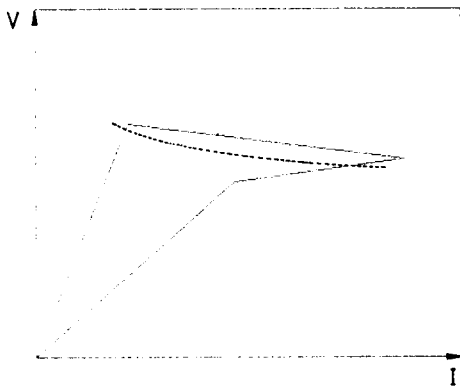


그림 2. 상용 주파수에서의 근사적인 전압-전류 곡선
Fig. 2. Approximated Voltage-Ampere curve at the commercial frequency

호가 일어나게 되고 다음 반주기의 시작에서 [C영역] 재시동전압(restriking or reignition voltage)이 요구된다. 이 파형을 전압-전류 그래프로 바꾸어보면 그림 2와 같이 된다. 그림 1에서 A의 영역이 점선과 같이 부특성을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이들 재 시동전압과 부특성으로 인하여 전압-전류 그래프는 복잡한 모양을 가지게 되고 이로 인하여 전압-전류의 수식 모델을 구하기가 어렵게 된다.

공급 전원의 주파수가 수 KHz정도가 되면, 전체

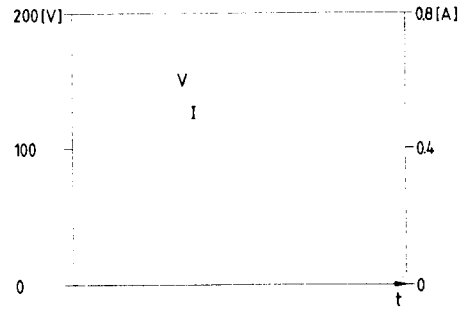


그림 3. 5KHz에서의 전압-시간, 전류-시간 곡선
Fig. 3. Voltage-Time, Ampere-Time curves at 5KHz

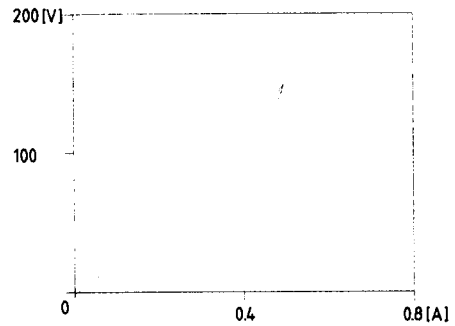


그림 4. 5KHz에서의 전압-전류곡선
Fig. 4. Voltage-Ampere curve at 5KHz

적인 방전상태는 저주파에서와는 달리 전 주기에 걸쳐서 거의 변화가 없게 된다. 예를들어 전원 주파수가 5KHz일 경우에 관전압이 감소하는 영역은 약 0.05(mS)로 매우 짧아서 방전에 기여하는 전자의 소멸도 거의 없다. 따라서, 저주파에서와는 달리, 높은 재 시동전압이 필요치 않으며 또한 형광등을 비선형 저항 소자로 취급할 수 있다. 공급 전원 주파수가 5KHz일 경우의 전압과 전류의 반주기 파형이 그림 3에 보여진다. 이들 파형을 전압-전류 그래프로 바꾸어보면 그림 4와 같이 되는데 저주파에서 보여지던 부특성이 보이지 않음을 알 수 있다. 전원의 주파수가 이보다 낮거나(약 1KHz), 또는 높아도(수십 KHz) 거의 같은 모양을 보인다. 이와 같은 그래프의 형태 및 위의 설명으로부터 고주파 점등시 형광램프의 수식 모델을 비선형 저항 소자의 형태로 결정하였다.

표 1. 3 차 및 5 차 근사 다항식의 계수 a_i

Table 1. Coefficients a_i of approximated polynomials of order 3 and 5

Freq.[KHz]	Approx. Order 3		Approx. Order 5		
	a_1	a_3	a_1	a_3	a_5
5	128.76	277.91	141.37	146.08	275.57
8	134.29	406.72	141.17	205.89	478.07
10	142.28	410.39	155.36	251.14	388.03
13	138.31	492.18	156.87	254.18	611.40

2.2.2 수식 모델의 계수 결정

그림 4의 전압-전류 그래프에서 램프 순시 전압 $v_i(t)$ 와 순시 전류 $i(t)$ 는 원점 대칭을 이룬다. 이로부터 $v_i(t)$ 는 $i(t)$ 의 기수차 항만을 포함하는 다항식으로 표시할 수 있음을 알 수 있다. 즉

$$v_i(t) = f(i) = a_1 i + a_3 i^3 + a_5 i^5 + \dots \quad (1)$$

측정된 램프의 전압 $v_i(t)$ 와 전류 $i(t)$ 로부터 최소 자승법을 사용하여 수식 모델의 다항 계수 a_i 를 얻는다. 이로부터 얻어진 계수 a_i 의 값을 표1에 보인다.

수식 모델로 사용된 근사 다항식의 차수는 3차식과 5차식의 두가지 뿐인데, 뒤에서의 검증 결과에서 보여지는 바와 같이 3차 근사식으로도 충분한 계산 결과를 얻을 수 있다.

2.2.3 실험 회로 및 측정 방법

수식 모델의 계수를 결정하기 위한 실험 회로가 그림 5에 보여진다.

고주파 전원을 얻기위하여 Linear Power Amp.에 Oscillator의 정현신호를 입력하고 이를 증폭하여 형광등 회로에 공급한다. 공급 전원의 주파수는 이 입력 정현파의 주파수와 같다. 주파수의 측정은

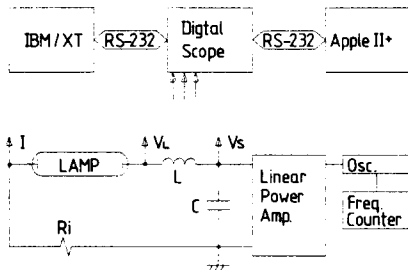


그림 5. 실험 회로

Fig. 5. Experimental circuit

Oscillator에 연결된 Frequency Counter로 한다. Amp.에 병렬로 연결된 C는 Matching용 커패시터이다. 안정기는 공심 인덕터를 사용하는데, 이는 철심 인덕터를 사용할 경우에 생기는 철심의 히스테리시스 현상을 피하기 위함이다. R_i 는 전류 측정을 위하여, 전체 회로에 영향이 가지않을 정도의 작은 값을 가진 저항이다. 형광등의 전압, 전류 및 공급 전압의 파형을 Digital Scope로 관측한다. 이들 파형의 실효치 및 램프 전력은 전압 및 전류의 순수치들을 RS-232C를 통하여 8-bit 컴퓨터인 Apple II*로 전송시킨 후 계산한다. 이들 순시치로 계산한 램프 전력이 40W가 되도록 공급 전원의 크기를 조절한다. Digital Scope에 저장된 전압 및 전류의 순시치는 다시 RS-232C를 통하여 16-bit 컴퓨터인 IBM/XT로 옮겨져 수식 모델의 계수 결정에 쓰이게 된다. 계수 결정 및 유용성 검증에 사용된 Programming 언어는 Turbo Pascal(8087 Support)이다.

2.3 수식 모델의 검증

2.3.1 인덕터 안정기

(1)식으로 표현되는 수식 모델을 원래의 실험 회로에 적용하여 실제의 전압, 전류 값 및 위상차와 계산된 전압, 전류 값 및 위상차를 비교하여 본다. 먼저, 전류값을 계산하여 보면, 원래의 실험 회로로부터 다음의 회로 방정식을 얻을 수 있다.

$$L \frac{di}{dt} + R_i + v_i = V_s \cos \omega t \quad (2)$$

여기서 L은 안정기의 인덕턴스, R은 안정기의 저항 성분에서 전류 측정용 저항 R_i 를 더한 것이다. 또한, V_s 는 공급 전원의 최대치이다.

$$\frac{di}{dt} = [V_s \cos \omega t - \{R_i + f(i)\}] / L \quad (3)$$

로 표시되는 1계 미분 방정식을 얻는다. 이 미분 방정식으로부터 4th-order Runge-Kutta 방법을 사용하여 $i(t)$ 를 구한다. $v_i(t)$ 는 (1)식에 $i(t)$ 를 대입하여 얻는다.

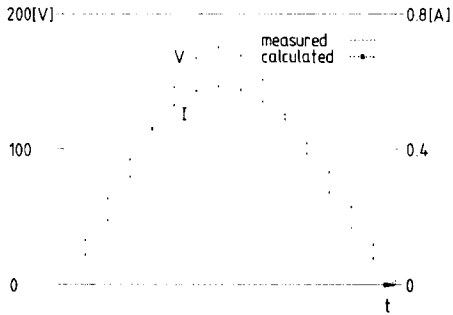


그림 6. 5KHz에서의 계산된 전압-시간, 전류-시간곡선 (인덕터 안정기)

Fig. 6. Calculated Voltage-Time, Ampere-Time curves at 5KHz(L-Ballast)

미분 방정식 (3)의 초기치를 $i(0)=0$ 으로 하여 전원 주파수가 5KHz일 경우 계산된 전류 $i(t)$ 및 램프 전압 $v_r(t)$ 및 램프 전압 $v_l(t)$ 의 세번째 주기를 그래프로 그려보면 그림 6과 같다. 이와 같은 과정을 8KHz, 10KHz 및 13KHz에 대하여 반복 실험하였다.

전원의 첫번째 주기에서는 임의의 초기값 $i(0)=0$ 으로 인하여 실제의 전류 및 전압의 파형과는 차이가 많다. 그러나 다음 주기부터는 일정값에 접근하여 세번째 주기 이후부터는 계산값 간의 변화는 없다. 이와같은 양상은 실험한 모든 주파수에 대하여 공통적으로 나타났다. 이들의 결과를 계산된 세번째 주기의 값을 기준으로하여 프로 정리하여 보면 표 2와 같다.

2.3.2 커패시터 안정기

이번에는 인덕터 안정기 대신 커패시터 안정기를 사용하여 (1)식의 유용성을 검증한다. 그림 5의 인덕터를 커패시터로 대체하면 다음의 회로 방정식을 얻는다.

$$\frac{1}{C} \int i dt + Ri + f(i) = V_s \cos wt \quad (4)$$

양변을 t에 대해 미분하고 미분항에 대하여 정리하면

$$\frac{di}{dt} = -(w V_s \sin wt + i/C) / \{R + f'(i)\} \quad (5)$$

표 2. 각 주파수에서의 측정값, 계산값 및 오차(인덕터 안정기)

Table. 2. Measured and calculated values and errors at each frequency(L ballast)

5 KHz	Measured	Approx. order 3		Approx. order 5	
		Calculated	Error [%]	Calculated	Error[%]
Current [A]	0.440	0.448	1.8	0.448	1.9
Lamp Volt [V]	92.7	95.7	3.2	96.0	3.6
Lamp Power [W]	40.4	42.5	5.1	42.6	5.5
Phase [deg]	61.8	61.6	0.4	61.5	0.5
8 KHz					
Current [A]	0.411	0.413	0.4	0.413	0.4
Lamp Volt [V]	98.4	99.0	0.6	99.0	0.6
Lamp Power [W]	40.0	40.4	1.0	40.4	1.0
Phase [deg]	59.0	60.7	2.7	60.6	2.6
10 KHz					
Current [A]	0.404	0.407	0.9	0.407	0.9
Lamp Volt [V]	99.0	100.1	1.1	100.1	1.1
Lamp Power [W]	39.6	40.4	2.0	40.4	2.0
Phase [deg]	58.0	59.9	3.2	59.8	3.1
13 KHz					
Current [A]	0.396	0.385	2.6	0.386	2.5
Lamp Volt [V]	101.2	96.2	4.9	96.0	5.2
Lamp Power [W]	39.5	36.7	7.1	36.6	7.3
Phase [deg]	58.1	61.4	5.8	61.4	5.7

이 식으로부터 다시 4th-order Runge-Kutta 방법을 사용하여 $i(t)$ 를 구하고, (1)식으로부터 $V_L(t)$ 를 구한다. 전원 주파수가 5KHz일 경우 계산된 전압, 전류의 세번째 주기의 그래프는 그림 7과 같다. 이때에도 인덕터 안정기와 마찬가지로 세번째 주기부터는 계산값 간의 변화는 없다. 이들의 결과를 계산된 세번째 주기의 값을 기준으로하여 표 3과 정리하여보면 표 3과 같다.

2.3.3 검토

우선, 표 2와 표 3에서 근사 다항식의 차수에 따른 계산 결과의 오차를 살펴 보면 5차 근사식의 적용은 공급 전압과 전류간의 위상차의 계산치에 있어서 3차 근사식보다 약간 더 나은 결과를 보여줄 뿐이고, 다른 사항에 있어서는 근사식의 차수의 차이에 따른 별다른 차이를 볼 수 없다. 따라서, 비선형 저항 모델로 고주파 점등 형광등 회로를 해석할 경우, 3차 근사식으로도 충분한 결과를 얻을 수 있다. 또한, 일반적으로 낮은 차수를 택하는 것이 높은 차수를 택하는 것보다 계산이 간단해지는 장

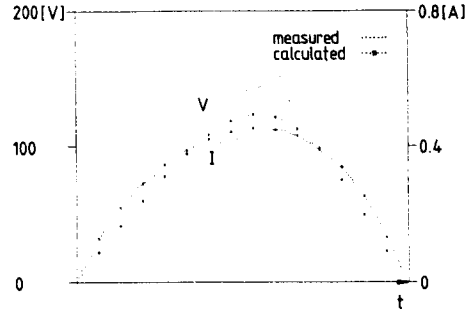


그림 7. 5KHz에서의 계산된 전압-시간, 전류-시간 곡선 (커패시터 안정기)

Fig. 7. Calculated Voltage-Time, Ampere-Time curves at 5KHz(C-Ballast)

점이 있다.

계산된 결과의 오차에 대하여 살펴보면, 전류나 위상차 값은 모두 5% 미만의 만족할만한 결과를 주고있다. 그러나, 전압 및 전력 값은 오차가 크게 나타났다. 그 원인으로서 공급 전원의 불균형을 들

표 3. 각 주파수에서의 측정값, 계산값 및 오차 (커패시터 안정기)

Table. 3. Measured and calculated values and errors at each frequency(C ballast)

5 KHz	Measured	Approx.	order 3	Approx.	order 5
		Calculated	Error [%]	Calculated	Error [%]
Current [A]	0.414	0.426	3.0	0.427	3.1
Lamp Volt [V]	98.0	84.7	13.5	84.3	13.9
Lamp Power [W]	40.2	35.9	10.7	35.8	10.9
Phase [deg]	65.5	67.5	3.2	67.3	2.8
8 KHz					
Current [A]	0.396	0.407	2.7	0.408	2.8
Lamp Volt [V]	101.7	92.2	9.4	91.8	9.8
Lamp Power [W]	40.0	37.2	6.9	37.2	7.1
Phase [deg]	63.7	65.5	2.9	65.3	2.6
10 KHz					
Current [A]	0.393	0.403	2.4	0.403	2.5
Lamp Volt [V]	102.1	94.1	7.8	93.8	8.1
Lamp Power [W]	39.9	37.7	5.5	37.6	5.6
Phase [deg]	63.2	64.5	2.0	64.3	1.8
13 KHz					
Current [A]	0.408	0.403	1.1	0.404	0.9
Lamp Volt [V]	101.0	99.4	1.6	99.1	1.9
Lamp Power [W]	40.9	39.7	2.8	39.7	2.9
Phase [deg]	62.4	62.9	0.8	62.7	0.5

수 있다. 즉 계산에서는 공급 전원을 정현파로 가정하였는데, 실측에서는 공급 전원의 파형이 완전한 정현파를 이루지 못하였다. 또한, 공급 전원의 (+)최대치와 (-)최대치 간에 차이가 있었다. 이차이는 실측한 모든 주파수에서 약 1% 내지 3% 사이로 측정되었다. 따라서, 계산 오차에 영향이 더 큰것은 최대치간의 차이라기보다는 고주파 전원의 파형이다. 즉, 공급 전원의 파형이 정현파에서 멀어질수록 계산 오차가 크게 나타났다.

2.4 Francis 수정 방정식의 검증

상용 주파수로 점등시킬 경우 형광램프의 전압, 전류 특성에 대하여 등가 콘덕턴스의 개념을 사용한 다음과 같은 1계 미분 방정식이 제안되었다.^{1),2),3)}

$$\frac{dn}{dt} = A_1 + B_1^2 - Cn^2 - Dn \quad (6)$$

$$G(t) = i(t) / v_1(t) \quad (7)$$

여기서 A, B, C 및 D는 비례 상수 계수, n은 전자 밀도, G는 콘덕턴스이다. 이는 다음과 같은 세 가지 가정으로부터 유도되었다.

- 가정 1) 전자 밀도 n의 시간당 증가율은 이온화 및 축적 이온화(cumulative ionization)에 비례한다.
- 가정 2) 전자 밀도 n의 시간당 감소율은 체적 손실(volume loss) 및 관벽 손실(wall loss)에 비례한다.
- 가정 3) 등가 콘덕턴스 G는 전자 밀도에 비례하며, 순시 관전류의 순시 관전압에 대한 비이다.

인덕터 안정기를 쓸 경우 (6), (7)식 및 회로 방정식 (2)를 연립하여 풀면 상용 주파수에서 전압, 전류 및 전력에 대하여 5% 이내의 오차로 계산값을 얻을 수 있다. 그러나 Lowke는 (6)식에서의 비례상수 계수들이 시간의 함수가 되어야한다고 그의 연구에서 밝히고 있고⁴⁾ 따라서 이 모델은 주기가 비교적 긴 경우에만 유용성을 가질 것으로 예측하였다. 이는 주기가 긴 경우 시간의 함수인 A, B, C 및 D가 어느정도 긴 시간 동안 거의 일정한 값을 가지며, 따라서 이들을 상수로 근사할 수 있기 때문이다. 주파수가 증가하여 주기가 짧아지면 일정한 값을 가지는 구간이 짧아지고 이들 상수로 근사시키면 오차가 증가하게 된다.

본 연구의 초기에서는 이 모델을 채택하여 실험을 진행시켜 보았으나, 비례 상수들을 구하는 과정에서 음수의 상수값이 발생하였고, 결국 고주파 점

등에서 이 모델의 적용은 적합하지 않음이 밝혀졌다.

3. 결 론

이상의 실험 결과로부터 고려의 대상이 된 주파수 범위에서는 종래의 다양하고 복잡한 수식 모델보다는 한결 간단한 비선형 저항 모델의 적용이 유용함을 알 수 있다.

본 연구에서 밝힌바와같이 비선형 저항 모델식의 차수는 3차로도 충분한 결과를 얻을 수 있다. 특히, 전류와 위상차의 값은 5%이내의 오차로 잘 맞아들었다.

커패시터 안정기를 사용한 유용성 검증에서 실측에 쓰인 공급 전원의 불균형으로 인하여 계산 결과의 오차가 커지고 있는데, 이로부터 공급전원의 크기보다는 공급 전원의 파형이 계산 결과에 더 큰 영향을 끼치는 것으로 나타났다.

Francis 방정식의 수정된 형태를 이용하여 고주파 점등에서의 형광등 수식 모델을 얻으려고 시도하였으나, 수식 모델에 사용되는 비례 계수에 대한 가정이 고주파에서는 잘 들어맞지 않았고 결국 이 시도는 실패하였다.

이와같은 저차 다항식으로 표시되는 비선형 저항 모델을 사용할 경우, 다른 수식 모델을 사용할 경우보다, 고주파 점등 회로의 설계가 다소간 간략해질 것으로 기대된다.

또한, 본 연구에 사용된 절차를 기본으로 하여, 다른 방전등의 수식 모델에 관한 연구도 진행될 수 있으리라 예상된다.

Reference

- 1) Peek, S. C. et al., "A differential equation for the fluorescent lamp", J. of IES, Vol. 63, No. 4, pp. 157-165, April 1968.
- 2) Masumi, K. et al., "On the mathematical models for equivalent conductance of the discharge lamps", J. of IEI of Japan, Vol. 57, No. 6, pp. 341-348, 1973.
- 3) Herrick, P. R., "Mathematical models for high-intensity discharge lamps", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-16, No. 5, pp. 648-654, Sep./Oct. 1980.
- 4) Lowke, J. J. et al., "Theoretical prediction of

- AC characteristics of mercury arc lamps”, J. of IES, pp. 253-259, July 1975.
- 5) Laskowski, E. L. et al., “A model of a mercury arc lamp’s terminal V-I behavior”, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-17, No. 4, pp. 419-426, Jul./Aug. 1981.
 - 6) Ozaki, S. et al., “Lamp model equation taking into account the radial temperature profile of arc plasma”, J. of IEI of Japan, Vol. 67, No. 2, pp. 49-54, 1983.
 - 7) Drop, P. C. et al., “Calculation on the effect of supply frequency on the positive column of a low pressure Hg-Ar AC discharge”, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 5, pp. 562-568, 1972
 - 8) Howatson, A. N., An introduction to gas discharges, Pergamon Press, 1976, pp. 100-105.
 - 9) Henderson, S. T. et al., Lamps and Lighting, Edward Arnold, 1972, pp. 315-318.