

전기 마이크로미터를 이용한 회전 눈금원판의 교정

남기철*, 우인훈*, 김종수**, 임재선*, 정명세**

Calibration of index tables using electric comparators

Nam KiChul*, Woo InHun*, Kim JongSu**,
Lim JaeSun*, and Myung S. Chung**

ABSTRACT

Very accurate calibration is needed to index tables which are necessary for precision angle measurement. The repeatability of index table is less than 0.2 second, so that attentions should be paid to choosing devices to be used in the calibration of index tables. The auto-collimators have been used in the calibration of index tables, but the repeatability of auto-collimator is bad compared with that of index table.

In place of autocollimators, we described a method which uses electric comparators which are possessed by most precision measurement laboratories. Electric comparators are set to measure small angle displacement without interrupting the rotation of index tables and the signals of two electric comparators are added to remove the run-out errors of the shafts of index tables.

Two index tables have been calibrated simultaneously by this method and the measurement data have been analyzed by the least squares method. We compare the calibration results with those of methods using autocollimator and automatic autocollimator and are able to know that the data of electric comparator method lie between the data of autocollimator methods. The repeatability of measurement is less than 0.02 second. The electric comparator method is economical and capable of reducing the uncertainty of the measurement.

* 한국표준연구소 길이연구실 (정회원)

** 한국표준연구소 길이연구실

1. 서 론

정밀각도측정에는 각도의 기준을 제공하는 각도 게이지블록, 다각형각도기준 (polygon), 회전눈금원판 (index table) 등과 같은 각도기준물과 각도의 변화를 측정하는 시준기 (autocollimator), 레이저간섭장치 등과 같은 정밀각도 측정기가 많이 이용된다.¹⁾ 그중에서도 회전눈금원판은 다양한 각도형성능력과 정확성 때문에 정밀각도측정에 필수적이며 우리나라의 각도분야 교정검사기관이 기본적으로 갖추어야 할 장비의 하나로 규정되어 있다.²⁾ 회전눈금원판의 교정에는³⁾ 주로 시준기가 이용되어 왔으나 회전눈금원판이 갖는 반복성보다 훨씬 큰 불확실도를 피할 수가 없기 때문에 전기 마이크로미터를 이용하여 측정의 불확실도를 줄일 수 있는 방법을 제시하고 그 방법에 의한 측정결과를 시준기에 의한 방법의 결과와 함께 비교하고자 한다.

2. 본 론

가. 회전눈금원판과 교정

회전눈금원판의 최소각도변위는 $1^\circ, 1/2^\circ, 1/4^\circ$ 짜리들이 있으며 구조는 하부의 고정대와 상부의 회전대로 이루어져 있다. 고정대는 그 상부에, 회전대는 그 하부에 원주 방향으로 동일 간격을 갖는, 즉 일정각도간격의 미세한 삼각톱니가 연마, 래핑된 것과 동일 직경의 볼을 원주 방향으로 부착시킨 두 종류가 있다.

상부와 하부가 한 조를 이루어 서로 겹쳐맞춤으로써 상대적인 회전각을 얻게 되는데, 이때 각 톱니의 위치 편차는 무수히 많은 톱니가 서로 물리기 때문에 평균화되어 대단히 정확한 각도를 얻을 수 있을 뿐 아니라 사용함에 따라 각 톱니의 위치편차와 돌기들이 서로 마모되면서 정확도가 향상된다는 장점도 있다. 회전눈금원판이 이렇게 정확한 각도 형성기

므로 각도 게이지 블록, 다각형 각도기준, 회전눈금원판과 같은 기준기급 각도 기준물의 교정에 이용된다. 따라서 회전눈금원판은 각도기준물 중에서 가장 정확한 교정이 필요한 장비이다.

대부분의 경우 회전눈금원판의 교정에 시준기가 이용되며 비교용 기준으로서 회전눈금원판이나 다각형 각도 기준이 이용된다. 그러나 실제로 시준기를 이용한 회전눈금원판의 교정은 회전눈금원판이 갖는 반복성보다 훨씬 큰 불확실도를 피할 수 없다. 왜냐하면 일반적으로 회전눈금원판의 반복성보다 시준기의 반복성이 훨씬 나쁘기 때문이다. 더욱 심각한 것은 대부분의 회전눈금원판이 갖는 불확실도와 시준기의 반복성이 0.5초 정도로써 서로 비슷하기 때문에 교정을 하게 되면 불확실도가 더 커질 수 있다는 것이다.

본 연구는 대부분의 정밀 측정실에서 보유하고 있는 전기 마이크로미터를 회전눈금원판의 교정에 이용한 것으로 측정기의 폭넓은 활용과 함께 측정의 불확실도를 줄일 수 있는 방법의 제시를 목표로 한 것이다.

나. 회전눈금원판의 교정이론

회전눈금원판의 교정에는 두 대의 회전눈금원판을 동시에 사용하거나 한 대의 회전눈금원판과 다각형 각도 기준을 사용하여 폐쇄회로법 (closed loop method) 을 쓴다.³⁾

그림 1은 회전눈금원판의 교정을 위한 기기 배열로서 설명하기 쉽도록 나타낸 것이다. 위에 올려져 있는 회전눈금원판을 A, 밑의 것을 B라 하고 A의 원주를 n등분한 간격과 B의 원주를 n등분한 간격을 각각 시계방향으로 A_1, A_2, \dots, A_n 과 B_1, B_2, \dots, B_n 이라 하였다. 이 때 A_i 와 B_i 의 오차를 각각 α_i, β_i 라 하면

$$\begin{aligned} A_i &= 360/n + \alpha_i, \\ B_i &= 360/n + \beta_i \quad (i \text{는 } 1 \text{부터 } n \text{까지의 정수}) \\ &\dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

가 된다.

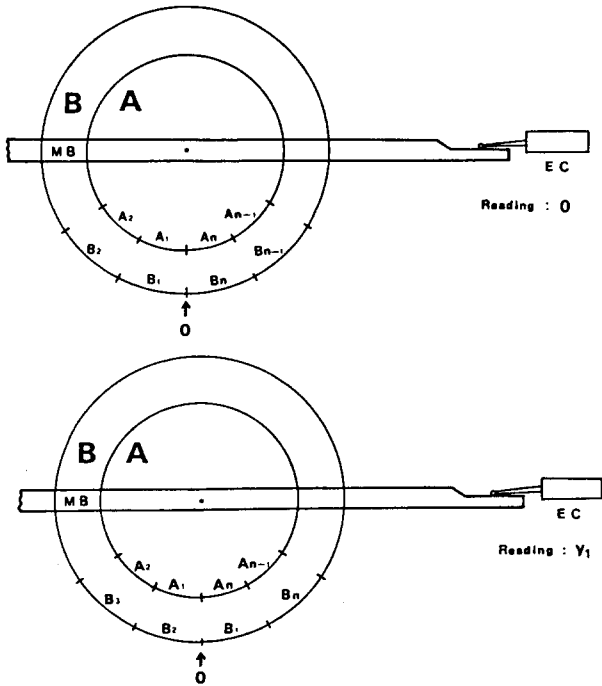


Fig. 1 Calibration of index tables.
EC denotes the electric comparator and MB, measuring bar. After 1 division rotation, the difference of readings makes that of division angles.

그림 1. 회전눈금원판의 교정방법

EC와 MB는 각각 전기 마이크로미터와 막대를 나타내며 한 구간 회전시 측정된 전기 마이크로미터의 눈금차는 그 구간들의 각도차로 환산될 수 있다.

처음에 A와 B의 0°가 서로 일치하도록 맞춘 다음 한 구간씩 반대 방향으로 돌린 후 측정된 각도의 변화에 해당하는 값을 y_i 라 하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
 y_1 &= A_1 - B_n + E_1 \\
 &= \alpha_1 - \beta_n + E_1 \\
 y_2 &= (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_n + \beta_{n-1}) + E_2 \\
 &\dots\dots\dots(2) \\
 y_n &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) - (\beta_n + \beta_{n-1} + \dots \\
 &\quad + \beta_1) + E_n
 \end{aligned}$$

여기서 E_i 는 각 측정시의 우연오차를 나타내는데 E_i 는 서로 독립이며 각 E_i 의 평균값은 0이 된다. 이러한 방법으로 한바퀴 돌려서 측정하면 n 개의 식이 나오는데 미지수 α_i, β_i 는 $2n$ 개이므로 또 다른 n 개의 식이 필요하다. 이번에는 A_1 과 B_1 가 일치된 구간에서 측정을 시작한다면

$$\begin{aligned}
 y_{i1} &= \alpha_1 - \beta_{n-i+1} + E_{i1} \\
 y_{i2} &= (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_{n-i+1} + \beta_{n-i}) + E_{i2} \\
 &\dots\dots\dots(3) \\
 y_{in} &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) - (\beta_{n-i+1} + \beta_{n-1} + \dots \\
 &\quad + \beta_1 + \beta_n \dots + \beta_{n-i+2}) + E_{in}
 \end{aligned}$$

과 같은 측정값을 얻게 된다.

이것을 간단한 행렬식으로 나타내기 위하여, $X^T \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, $Y_i^T \equiv (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in})$ 이라 하고 (T는 transpose를 나타냄) 우연오차를 포함시키지 않으면 $A_i X = Y_i$ 의 형태가 된다. 이때 A_i 는 $n \times 2n$ 행렬인데, A_1 를 나타내면 다음과 같다.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \dots\dots(4)$$

$2n$ 번의 측정만으로도 α_i 와 β_i 는 구할 수 있지만 측정의 신뢰도를 높이기 위하여 m 번의 측정을 한다면 $m \times 2n$ 행렬 A 를 $A^T \equiv (A_1, A_2, \dots, A_m)$ 와 같이 정의하고 $m \times 1$ 행렬 Y 를 $Y^T \equiv (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 으로 정의하면

$$AX = Y \dots\dots\dots(5)$$

가 된다. 이 행렬의 방정식을 우연오차를 고려한 최소 자승법으로 풀기 위하여⁴⁾ 식(5)의 왼쪽에 A^T 를 곱하면,

$$A^T AX = A^T Y \dots\dots\dots(6)$$

가 되고

$$A^T A = C \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$A^T Y = Q \quad \dots\dots\dots (8)$$

라 하면 C는 2n x 2n 행렬, Q는 2n x 1 행렬이 되어 다음 식을 얻게 된다.

$$C X = Q \quad \dots\dots\dots (9)$$

식(9)에 α_i 와 β_i 의 제약조건인

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = \sum_{i=1}^N \beta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

을 함께 포함시키면 augmented normal equation은⁵⁾

$$\begin{pmatrix} C & H \\ H^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

가 된다.

여기서,

$$H^T \equiv \begin{pmatrix} 1, 1, 1, \dots, 1, 0, 0, 0, \dots, 0 \\ 0, 0, 0, \dots, 0, 1, 1, 1, \dots, 0 \end{pmatrix}$$

이고 λ_1, λ_2 는 Lagrange multiplier 이다.

따라서,

$$\begin{pmatrix} X \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & H \\ H^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Q \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

가 된다.

다. 전기 마이크로미터를 이용한 회전눈금 원판교정 장치

전기 마이크로미터는 정밀도가 높고 후퇴 오차가 거의 없는 등 장점을 많이 지니고 있기 때문에 정밀 측정실의 비교 측정기로서 필수적으로 사용되고 있다. 보통 전기 마이크로미터는 두 개의 검출기를 조합하여 두 신호의 합 또는 차

를 지시할 수 있도록 되어 있기 때문에 여러가지 형상의 측정에 이용되기도 한다. 즉, 스위치의 전환으로 두 검출기의 신호를 각각 지시하거나 더하고 빼는 연산(X, Y, X+Y, X-Y)이 가능하다.⁶⁾

이와같은 미소길이 측정기를 미소각도 측정에 이용하기 위하여 그림2와 같이 길이를 알고 있는 막대 PQ를 회전축 O를 중심으로 θ 만큼 회전시켜 P'Q'를 얻었다고 하자. 이때 우리는 막대의 한 끝 P가 그리는 원호의 수직발 d_1 과 다른 한 끝 Q가 그리는 원호의 수직발 d_2 를 측정하여 다음 식으로 부터 θ 를 구할 수 있다.⁷⁾

$$\theta = \arcsin\{(d_1 + d_2) / (l_p + l_q)\} \quad \dots (13)$$

만약 막대의 길이 $(l_p + l_q)$ 를 1m로 하고 전기 마이크로미터의 분해능이 $0.01 \mu m$ 라면 이러한 방식의 측정으로 약 0.002초의 분해능으로 각도를 측정할 수 있게 되므로 측정의 정밀도에는 아무런 문제가 없다. 한편 회전눈금 원판의 교정에서 측정되는 각도의 크기는 대략 1초보다 작은 양이며 요구되는 측정의 정밀도는 0.01초 정도이므로 막대의 길이 측정에 요구되는 불확실도 또한 10mm 정도로 전혀 문제가 되지 않는다.

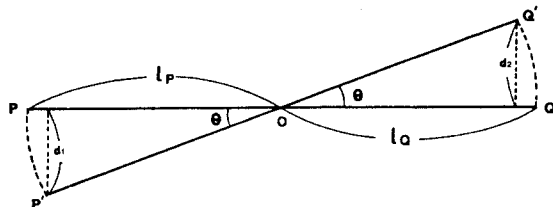


Fig. 2 Principle of small angle measurement. 그림 2. 미소각도 측정의 원리

그림3은 이와같은 원리를 이용한 회전눈금 원판의 교정장치를 그린 것이다. 이때 전기 마이크로미터의 검출기를 그림에서 볼 수 있듯

이 회전축에 대칭이 되도록 막대의 양 끝에 놓고 두 신호의 합을 지시하도록 만드는 것이 중요하다. 왜냐하면 이렇게 할 경우 전기 마이크로미터가 설치된 상태에서 막대가 회전이 가능

하게 되며 두 신호의 합을 지시하도록 하였기 때문에 막대가 평행 이동하는 양은 서로 상쇄되어 막대의 회전을 제외한 직선적인 움직임은 검출되지 않기 때문이다.

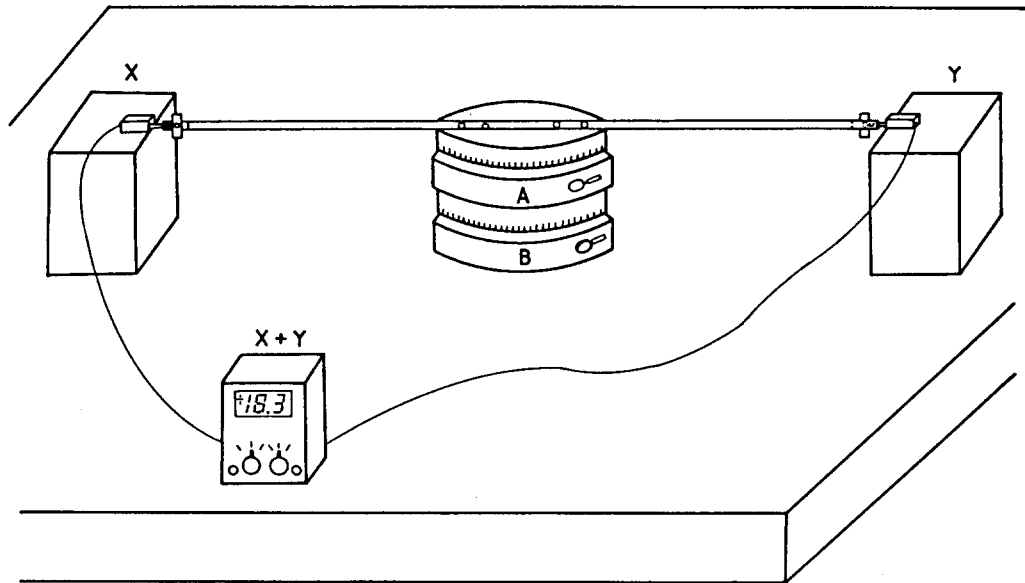


Fig. 3 Index table calibration system using electric comparator

그림 3. 전기 마이크로미터를 이용한 회전눈금 원판의 교정시스템

라. 측정 및 결과

측정에는 Moore 사의 톱니형 회전눈금원판 2대와 Carl Mahr Millitron 1234 IC 디지털 전기 마이크로미터가 사용되었다. 회전눈금원판의 움직임을 전달하는 막대의 길이는 970mm의 것을 사용하였으며 회전눈금원판의 상하 움직임에 의한 오차를 최소로 줄이기 위해 전기 마이크로미터의 측정자가 닿는 면은 정반면에 수직이 되도록 게이지 블록을 붙여 사용하였다.

측정은 360°를 12구간으로 나누어 30° 간격으로 행하였으며, 그림 4는 측정장치의 사진이다. 각 구간마다 두개의 회전눈금원판을 엇갈리게 한바퀴 돌려서 총 12×12=144번의 측정을 하였다. 이 경우 식(12)은 (24+2)행렬의 역행렬을 포함하기 때문에 컴퓨터를 사용하

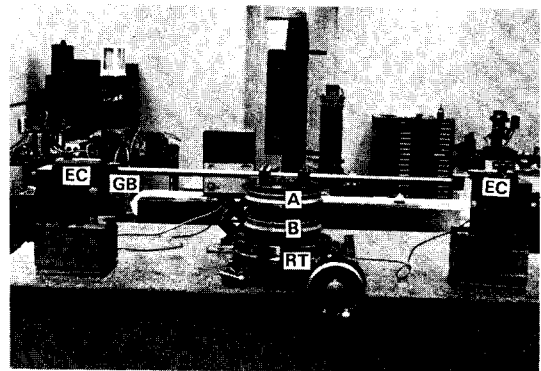


Fig. 4 Photograph of measurement setup. GB denotes gage block and RB, rotary table.

그림 4. 측정장치의 사진

GB는 게이지 블록을 나타내며 RB는 회전 테이블을 나타낸다.

여 계산하였다. 이 계산의 결과로서 X행렬의 앞부분 12성분이 α_i 가 되며 뒤부분의 12성분이 β_i 가 된다. 본 방법에 의한 측정의 타당성을 살펴보기 위해 전기 마이크로미터에 의한 측정결과와 수동 시준기 및 자동 시준기에 의한 측정결과를 비교한 것을 그림 5에 나타내었다.

측정결과를 통하여 우리는 다음과 같은 사실

을 알 수 있다. 즉, 두 시준기를 이용하여 측정 한 회전눈금원판의 오차값 사이에 전기 마이크로미터를 이용하여 측정한 오차가 존재하는 구간이 대부분이며 시준기를 이용한 측정의 불확실도를 고려한다면 서로 일치한다는 것을 알 수 있다. 본 방법에 의한 측정의 반복성은 0.02초 이하로써 계통 오차와 환경 오차를 감안하더라도 불확실도는 0.05초를 넘지 않을 것이다.

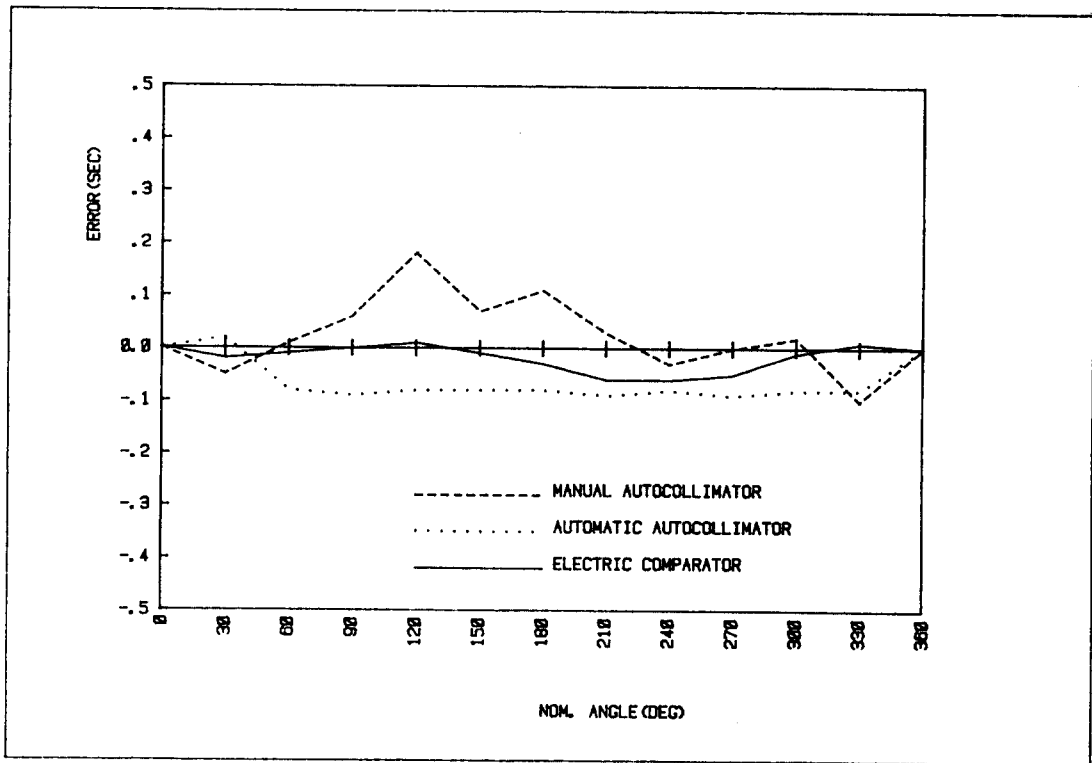


Fig. 5 Comparison of calibration results. 그림 5. 교정결과의 비교

따라서 회전눈금원판의 교정에 전기 마이크로미터를 사용할 경우에 경제적인 뿐만 아니라 측정의 불확실도를 줄일 수 있다.

3. 결론

정밀각도 측정에 필수적인 장비인 회전눈금

원판의 교정을 종전에 쓰던 시준기를 사용하지 않고 좀 더 범용적이고 값 싼 전기 마이크로미터를 사용하여 폐쇄 회로법으로 수행하였다. 전기 마이크로미터를 사용하여 교정한 결과와 자동 및 수동시준기로 교정한 결과를 비교함으로써 새로운 방법이 경제적이고 측정의 불확실도를 줄일 수 있음을 알 수 있다.

〈참고 문헌〉

- 1) 정명세의, “정밀각도측정”, KSRI-ET-63, 한국표준연구소, (1984)
 - 2) 한국표준연구소, “국가교정검사기관 평가기준”, 제2판, KSRI-CS-9-1, 한국표준연구소, P.14(1983)
 - 3) C. P. Reeve, “The Calibration of Indexing Tables by Subdivion”, NBSIR 75-750, NBS (1975)
 - 4) M.G. Natrella, “Experimental Statistics”, NBS Handbook 91, NBS, Chapter 6(1966)
 - 5) M. Zelen, “Survey of Numerical Analysis”, McGraw Hill, New York, pp.558-584(1962)
 - 6) 정명세의, “길이(상)”, 공업진흥청 정밀측정교재 85-002, p.116(1985)
 - 7) 임태봉, 임재선, 원종욱, 정명세, “레이저 간섭계를 이용한 미소각도 형성기의 개발”, 대한기계학회 논문집, 제9권, p.373(1985)
-