

정지 통신 위성의 궤도에 대한 궤도요소의 진화 II*

- 남북 방향의 궤도 보존 -

최규홍 · 박재우 · 김경미
연세대학교 천문기상학과
(1987년 6월 1일 받음; 1987년 6월 20일 수리)

Evolution of the Orbital Elements for Geosynchronous Orbit of Communications Satellite, II*

- North-South Station Keeping -

Kyu-Hong Choi, Jae-Woo Park and Kyung-Mee Kim
Department of Astronomy & Meteorology, Yonsei University
(Received June 1, 1987; Accepted June 20, 1987)

국문 요약

정지통신 위성을 남북 방향으로 궤도 조정을 하기 위해서는 궤도 경사각도를 조정하여야 한다. W_c 와 W_s 의 위상면은 적도면 상에서의 각 운동량 방향의 투영이므로, 각 운동량 방향의 조건은 W_c 와 W_s 의 위상면 상에서 하여야 한다. 궤도의 장반경과 궤도의 경사각들에 대한 진화도 얻었다.

Abstract

For a geostationary satellite north-south station keeping maneuver must control the inclination elements. The effects on the orbit plane of maneuvers and natural perturbations may be represented by a plane plot of W_c versus W_s , since these inclination elements represent the projection of the unit orbit normal onto the equatorial plane. The evolution of the semi-major axis and the inclination elements are obtained.

I. 서 론

정지 위성을 동경 110° 의 적도 상공에서 $\pm 0.03^\circ$ 내의 경도와 위도의 좁은 영역내에서 정지 위치 보존(station keeping)시키는 작업은 어렵다. 동서 방향의 궤도 보존은 Choi *et al.*

*Yonsei University Observatory Contribution, No. 51.

(1986)에서 취급하였고, e_c 와 e_s 는 위성 궤도의 중심 방향에 관한 성분으로 표시된다.

Balsan과 Angel(1969), Kamel과 Tibbitts(1973), Musen(1961)은 인공위성의 궤도에 영향을 미치는 달과 태양의 섭동 효과에 관한 기본적인 원리를 제시하였고, Shrivastava(1978)는 정지위성에 관한 전반적인 문제점을 개략적으로 서술하고 있지만, 궤도요소의 진화에 대해서는 별로 연구되지 않았다.

본 연구에서는 Algebraic manipulation by computer(Dasenbrock 1973과 Hearn 1976)에 의해 섭동력을 급수 전개시켜서, 영년 섭동항과 장주기 섭동항을 구하고, 남북 방향의 위치 보정에 필요한 W_c 와 W_s 의 진화와 위성 궤도의 장반경의 진화에 응용해 보겠다.

II. 기본 섭동 방정식

정지위성은 궤도의 이심률이 거의 영에 가깝고($e \leq 0.0001$), 궤도가 적도면에 가까운($i \leq 0.5^\circ$) 원궤도로 지구 주위를 돌고 있다.

본 연구에서는 a (궤도 장반경), $W_c = \sin i \cos \Omega$, $W_s = \sin i \sin \Omega$ 만 취급하려고 한다. 여기서 i 는 궤도의 경사각이고, Ω 는 승교점의 경도이다.

지구 중심을 원점으로 하는 관성계를 생각하자. X-축은 춘분점 방향이고, Z-축은 지구의 자전축의 방향이고, Y-축은 적도면 상의 춘분점과 직각인 방향일 때, 위성의 궤도면에 연직인 방향, 즉 위성궤도에 대한 단위 각 운동량은 다음과 같이 표시된다(Danby 1964).

$$h = \begin{pmatrix} \sin i \sin \Omega \\ -\sin i \cos \Omega \\ \cos i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_s \\ -W_c \\ \cos i \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

W_s , W_c 는 각각 정지위성 궤도에 대한 단위 각 운동량(또는 orbit normal)의 X와 Y 방향으로 표시할 수 있으며, 단위 각 운동량의 적경은 $\Omega - 90^\circ$ 이고, 적위는 $90^\circ - i$ 이다.

Danby(1964), Brouwer와 Clemence(1961)에 의하면 섭동방정식은

$$\frac{da}{dt} = 2 \frac{n a^2}{GM_\oplus} \frac{\partial R}{\partial \epsilon} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dW_c}{dt} = -\frac{an \cos i}{GM_\oplus \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial W_s} - \frac{an}{GM_\oplus} \frac{W_c \cos i}{\sqrt{1-e^2} (1 + \cos i)} \left(\frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}} + \frac{\partial R}{\partial \epsilon} \right) \dots\dots (3)$$

$$\frac{dW_s}{dt} = -\frac{an \cos i}{GM_\oplus \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial W_c} - \frac{an}{GM_\oplus} \frac{W_s \cos i}{\sqrt{1-e^2} (1+\cos i)} \left(\frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}} + \frac{\partial R}{\partial \epsilon} \right) \dots\dots (4)$$

으로 주어진다. 여기서 n 는 평균 각속도이고, G 는 중력 가속도, M_\oplus 는 지구의 질량, $\bar{\omega}$ 는 근지점의 경도($\Omega + \omega$), ϵ 는 위성의 평균경도, R 는 섭동함수로서 지구 중력장의 비대칭 섭동, 달과 태양의 섭동에 대한 영년 변화, 단주기섭동, 장주기섭동을 갖는다.

섭동방정식은 Algebraic manipulation by computer (Dasenbrock 1973)에 의해서 IBM 3032로 섭동항을 구했는데 궤도 장반경에 대한 영년섭동항과, 남북 방향의 궤도 보존에 필요한 영년 변화와 장주기섭동항은 다음과 같다.

궤도 장반경에 대한 영년 변화는

$$(a)_{\text{secular}} = [-5.89 \sin(L_0 + 171^\circ.40) - 132.69 \sin 2(L_0 + 14^\circ.92) - 18.35 \sin 3(L_0 - 21.07)] \times t \text{ m/day} \dots\dots (5)$$

이다. 여기서 L_0 는 위성 위치의 평균이고, t 는 경과 시간이다. 궤도 장반경의 영년 변화는 지구의 triaxiality에 의한 영향을 받는다.

W_c 와 W_s 의 영년 변화는

$$(W_c)_{\text{secular}} = [-0.6359 + 0.0121 \cos \Omega_M] \sin \Omega_M + 0.0021 \sin 2\bar{\omega}_M \times t \times 10^{-5} / \text{day} \dots\dots (6)$$

$$(W_s)_{\text{secular}} = [4.1074 + 0.4667 \cos \Omega_M - 0.0019 \cos 2\bar{\omega}_M] t \times 10^{-5} / \text{day} \dots\dots (7)$$

여기서 Ω_M 는 달궤도와 황도면과의 교점 위치의 황경(주기는 18.6년)이고 $\bar{\omega}_M$ 은 달 근지점의 평균 황경(주기는 8.8년)이다. W_c 와 W_s 의 영년섭동항은 태양과 달의 중력에 의한 섭동력의 영향을 받는다.

W_c 와 W_s 의 장주기섭동항은 태양과 달의 중력에 의한 섭동 때문인데 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (W_c)_{1p} = & \{-1.3126 \sin \tilde{\omega}_H \sin L_H + [-40.4397 + 0.5951 \cos \Omega_M \\
 & - 0.1789 \cos 2\tilde{\omega}_M] \times \cos 2L_H + [0.5951 \sin \Omega_M - 0.1789 \\
 & \sin 2\tilde{\omega}_M] \times \sin 2L_H + [-1.5781 \cos \tilde{\omega}_H] \times \cos 3L_H + (-1.5781 \\
 & \sin \tilde{\omega}_H) \times \sin 3L_H + [(0.3678 + 0.0780 \cos \Omega_M) \cos \tilde{\omega}_M + 0.5238 \\
 & \sin \Omega_M \sin \tilde{\omega}_M] \times \cos L_M + [(-0.3789 - 0.0701 \cos \Omega_M) \sin \tilde{\omega}_M \\
 & - 0.3755 \sin \Omega_M \cos \tilde{\omega}_M] \times \sin L_M + (-6.6684 - 1.3791 \cos \Omega_M) \times \\
 & \cos 2L_M + (-1.3791 \sin \Omega_M) \times \sin 2L_M + [-0.8591 \cos \tilde{\omega}_M] \times \\
 & \cos 3L_M + (-0.8591 \sin \tilde{\omega}_M) \times \sin 3L_M\} \times 10^{-5} \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (W_s)_{1p} = & \{-3.1435 \sin \tilde{\omega}_H \cos L_H + 4.3684 \cos \tilde{\omega}_H \sin L_H + (-0.4412 \\
 & \sin \Omega_M - 0.2559 \sin 2\tilde{\omega}_M) \times \cos 2L_H + (-37.0630 + 0.4412 \\
 & \cos \Omega_M + 0.2559 \cos 2\tilde{\omega}_M) \times \sin 2L_H + 1.4468 \sin \tilde{\omega}_H \times \cos 3L_H \\
 & + (-1.4468 \cos \tilde{\omega}_H) \times \sin 3L_H + [(-1.6854 + 0.4049 \times \cos 2L_H \\
 & - 0.2805 \cos \Omega_M) \times \sin \tilde{\omega}_M + (-0.4049 \sin 2L_H - 0.0519 \\
 & \sin \Omega_M) \times \cos \tilde{\omega}_M] \times \cos L_M + [(2.3703 + 0.4049 \times \cos 2L_H \\
 & + 0.3901 \cos \Omega_M) \cos \tilde{\omega}_M + (0.4049 \sin 2L_H + 0.0576 \times \\
 & \sin \Omega_M) \sin \tilde{\omega}_M] \times \sin L_M + (1.0111 \sin \Omega_M - 0.811 \sin 2L_H) \times \\
 & \cos 2L_M + (-6.0928 - 1.0111 \cos \Omega_M + 0.1811 \cos 2L_H) \times \\
 & \sin 2L_M\} \times 10^{-5} \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

여기서 L_M 은 달의 평균 황경이고, L_H 는 태양의 평균 황경이고, $\tilde{\omega}_H$ 는 태양 근일점의 평균 경도(주기는 26,000년)이다.

궤도 장반경, W_c , W_s 의 진화에 관한 식은 다음과 같다.

$$a = a_0 + (a)_{\text{secular}} \dots\dots\dots (10)$$

$$W_c = W_{c0} + (W_c)_{\text{secular}} + (W_c)_{1p} \dots\dots\dots (11)$$

$$W_s = W_{s0} + (W_s)_{\text{secular}} + (W_s)_{1p} \dots\dots\dots (12)$$

여기서 a_0 , W_{c0} , W_{s0} 는 초기값이다.

Ⅲ. 궤도 장반경의 진화

경도상 동경 110°의 적도 상공 약 35,800km에서 정지 위성은 다음과 같은 궤도 장반경의 영년 변화를 가진다.

$$(a)_{\text{secular}} = 148.66 \text{ m/day} \dots\dots\dots (13)$$

이다. 하루에 궤도 장반경이 148m씩 증가하는 영년 변화가 생긴다. 이 값은 지구의 모양이 적도면에서 보았을 때 원이 아니고, 타원형에 가까운 모양을 가지기 때문에 생기는 양이다. 다시 말하면, 지구 포텐셜의 비대칭 섭동량 때문이다. 궤도 장반경의 변화는 Choi *et al.*(1986)에 있는 위성 궤도의 경도와 상호 연관을 가지고 있다. 동경 110°의 적도 상공에서는 궤도 장반경이 증가하는 westward drift(지구의 자전 방향에 역행하는 방향)가 발생한다. 정지 위성은 동경 75.9°의 적도 상공의 안정한 영역으로 이동하려고 하기 때문에 근지점에서 위성 속도의 반대 방향으로 속도를 감소시켜 주어서 궤도 장반경의 증가를 막아야 한다.

Ⅳ. W_c 와 W_s 의 진화

위성 궤도면에 연직인 방향, 즉 위성 궤도에 대한 단위 각 운동량의 진화는 W_c 와 W_s 의 위상면 상에서 표시할 수 있다. W_c 와 W_s 의 진화에 관한 (1)식과 (12)식은 두 개의 부분으로 구성되어 있다. 영년 평균치라고 부르는 영년항과 달과 태양의 중력에 의한 장주기 섭동항으로 나누어진다.

영년 평균치는 (6)식과 (7)식으로부터

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(W_c)_{\text{secular}}}{(W_s)_{\text{secular}}} = -8.827 \sin \Omega_M + 0.588 \sin 2\Omega_M \dots\dots\dots (14)$$

을 얻는데, θ 는 달 궤도와 황도면과의 교점의 황경인 Ω_M 의 함수이다. $\Omega_M = -97.6$ 일 때 극대값 $\theta = 8.9$ 이고, $\Omega_M = +97.6$ 일 때 극소값 $\theta = -8.9$ 을 가지며, 주기는 18.6년이다.

달과 태양의 섭동력 때문에 (7)식으로부터 궤도 경사각의 변화 양을 얻을 수 있다. 1년 동안에 궤도 경사각이 0.76° ($\Omega_M = 180$ 일 때)~ 0.96° ($\Omega_M = 0^\circ$ 일 때) 만큼 변화하므로 정지 위성의 경우에 3개월에 한 번씩 궤도 경사각조정(남북 방향의 궤도 보존)이 필요하다.

(8)식과 (9)식에서 달 중력에 의한 섭동항은 $\cos 2L_M$ 와 $\sin 2L_M$ 항의 계수가 제일 크므로 달의 공전 주기의 절반인 14일 주기를 갖게 되고, 진폭은 궤도 경사각 $0^\circ.0052$ 을 가진 원을 그리게 된다(그림 1 참조).

태양 중력에 의한 섭동항은 $\cos 2L_H$ 와 $\sin 2L_H$ 의 항의 계수가 제일 크므로 183일 주기를 갖게 되고, 진폭은 궤도 경사각 $0^\circ.031$ 을 가지는 원을 그리게 된다(그림 2 참조).

그림 3은 달과 태양의 섭동력이 합쳐진 경우의 위성 궤도면에 연직인 방향에 대한 장주기 섭동을 보이고 있다.

그림 4는 영년 변화, 달과 태양의 섭동력에 의한 장주기 섭동을 가진 위성 궤도면에 연직인 방향의 W_c 와 W_s 의 위상면 상에서의 진화를 보이고 있다. 위상면 상에서의 곡선상의 첨점 모양은 매번 다르게 나타나며, 달 섭동에 의한 14일 주기와 태양 섭동에 의한 183일 주기의 진동을 하고 있다. 지구가 근일점 근방에서는 W_c 의 최소값을 갖게 되고, 원일점 근방에서는 W_c 의 최대값을 갖게 된다.

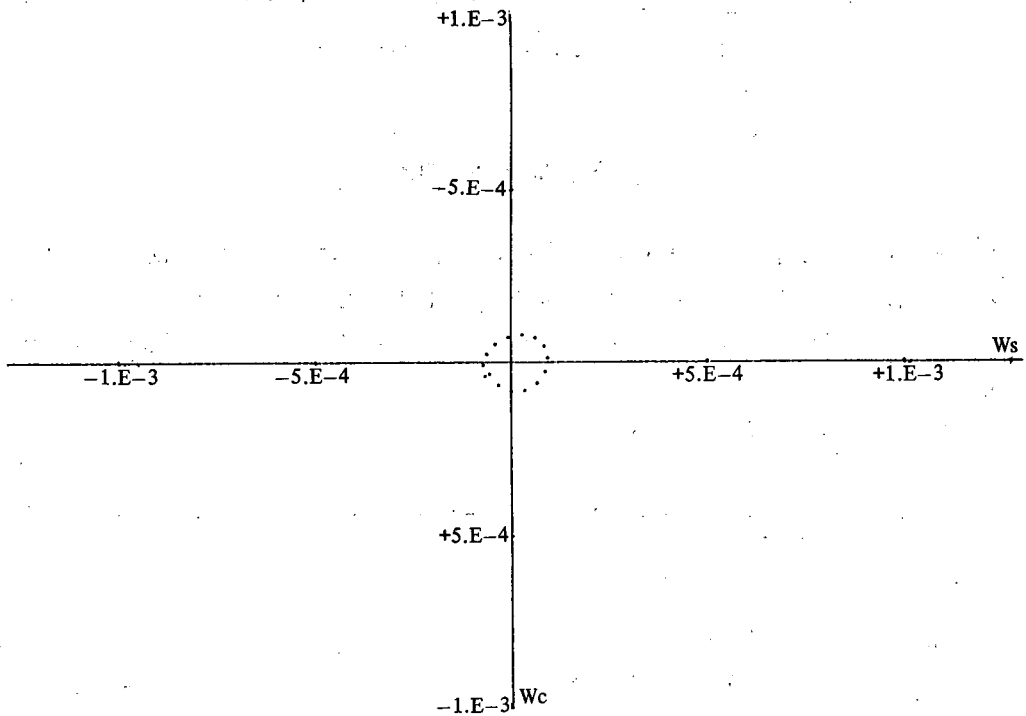


Fig. 1. Evolution of orbit normal with long period lunar perturbation. Dot marks give the orbit normal location at 1 day interval.

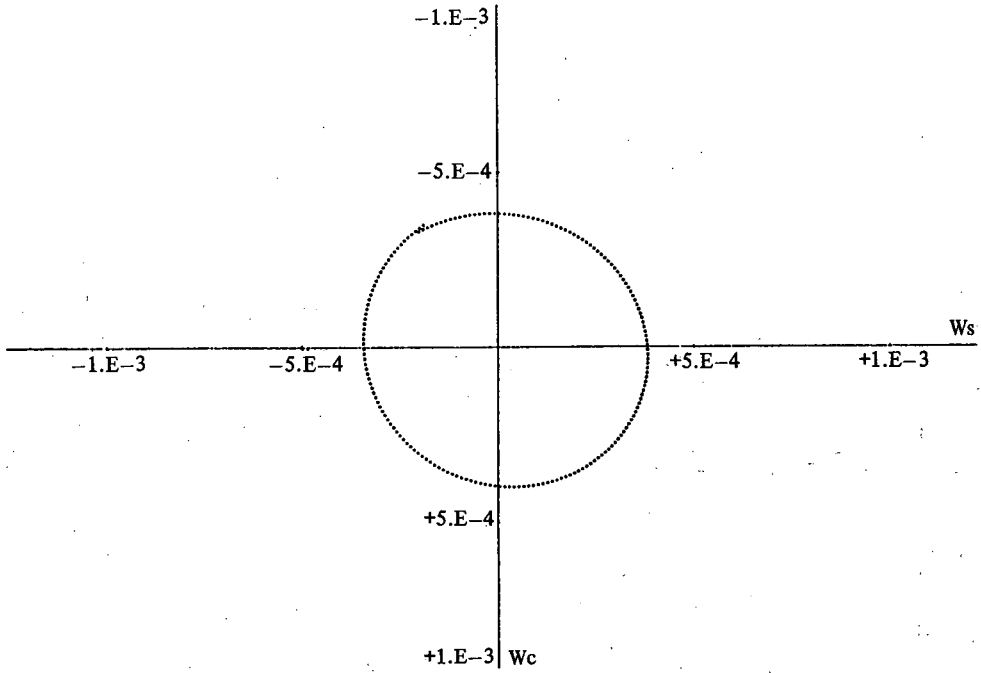


Fig. 2. Same as Fig. 1 but for long period solar perturbation.

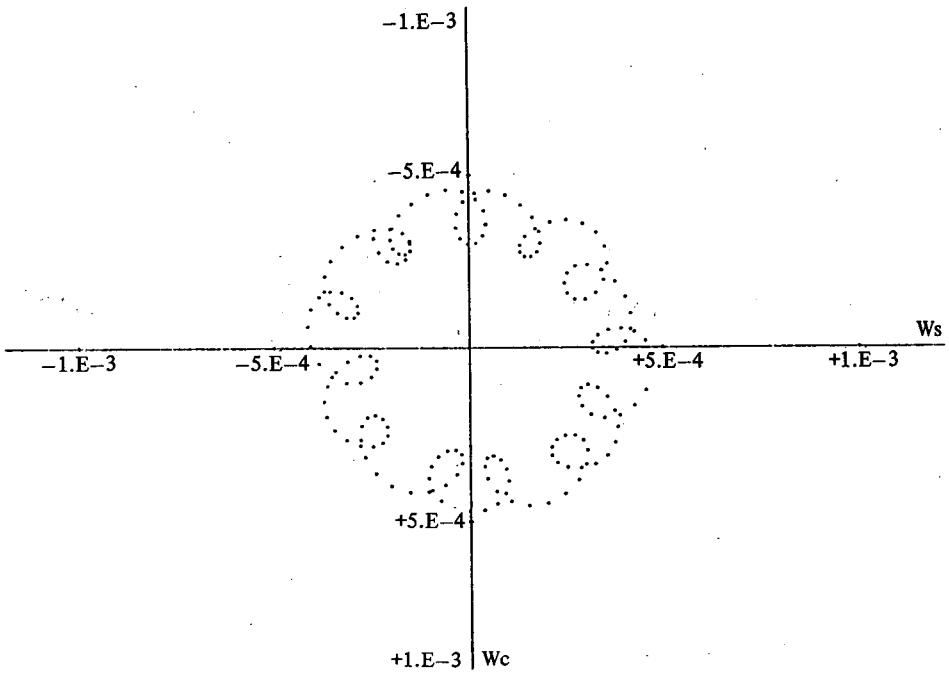


Fig. 3. Same as Fig. 1 but for long period luni-solar perturbations.

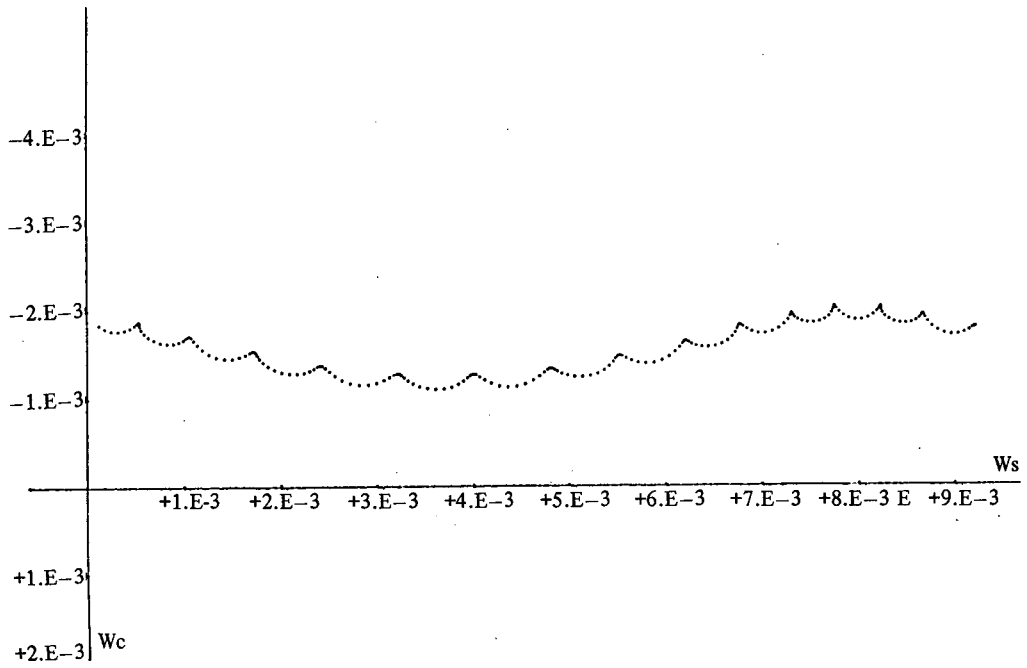


Fig. 4. Same as Fig. 1 but for secular variation and long period luni-solar perturbation.

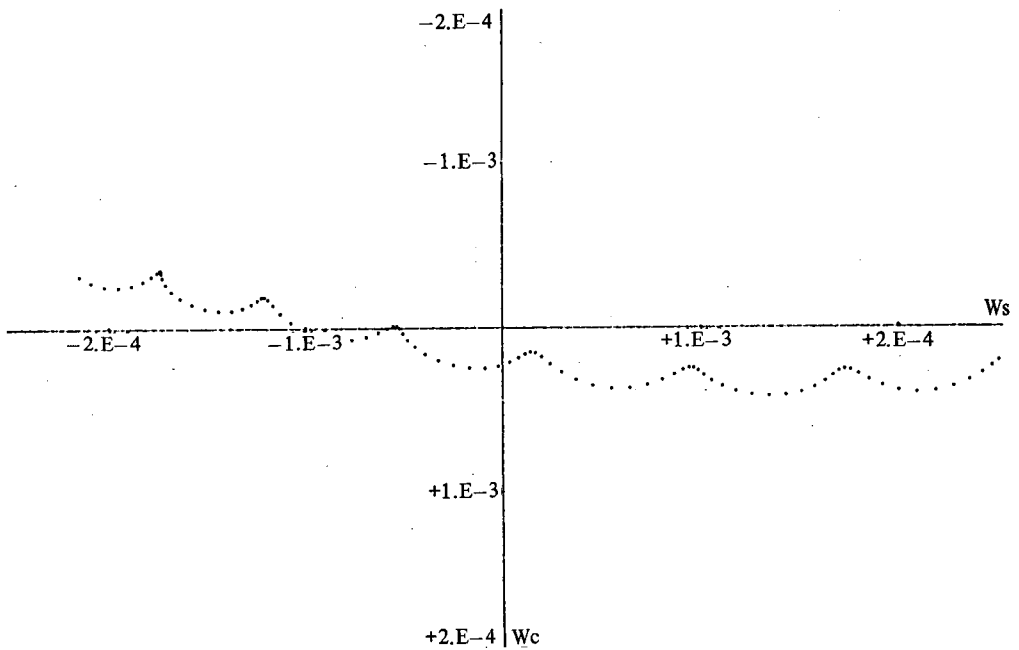


Fig. 5. Typical evolution of the orbit normal for a geosynchronous satellite.

그림 5는 정지 위성의 궤도에 대해서 궤도 경사각을 $0^\circ:1$ 이내로 궤도 보존을 하기 위해서 위성 궤도면에 연직인 방향의 진화를 보이고 있다. 궤도 경사각 조정시 차기의 $W_c - W_s$ 진화 곡선이 원점에 가급적 접근하게끔 궤도 조정을 하여야 한다.

V. 결 론

동경 110° 의 적도 상공 약 35,800 km에서 위성을 남북 방향으로 궤도 보존을 하기 위해서는 다음과 같은 사항을 고려하여야 한다.

- i) 궤도 장반경은 하루에 148 m씩 증가한다.
- ii) 달과 태양의 섭동력 때문에 1년에 $i = 0^\circ.76 \sim 0^\circ.96$ 만큼 변한다.
- iii) 1년에 $v = 46$ m/s인 궤도면 변경에 대한 속도 변화를 주어야 한다. 이 속도 변화량은 동서 방향의 궤도 보존에 비해서 10배가 크다.
- iv) 궤도 경사각 조정시 차기의 $W_c - W_s$ 진화 곡선이 원점에 가급적 접근하게끔 궤도 조정을 하여야 한다.

감사의 말씀

이 연구는 1985년 전반기 과학재단 일반 연구비의 지원으로 이루어졌으며 한국과학재단에 대하여 깊은 감사를 드립니다.

References

- Balsan, R. E. and Angel, B. A. 1969, *J. Spacecraft Rockets*, 6, 805.
- Brouwer, D. and Clemence, G. M. 1961, *Methods of Celestial Mechanics*(Academic; New York).
- Choi, K.-H., Park J.-W., Lee, B.-S. Jo, J.-H. and Lee, Y. S. 1986, *J. Astron. Space Sci.*, 3, 93.
- Danby, J. M. A. 1964, *Fundamentals of Celestial Mechanics*(Macmillan; New York).
- Dasenbrock, R. R. 1973. *NRL Report*, 7654(NRL: Washington D. C.), pp. 1-67.
- Hearn, A. C. 1976, *Proc. SYSMAC*, 76(ACM: New York), pp. 46-52.
- Kamel, A. and Tibbitts, R. 1973, *Celestial Mechanics*, 8, 45.
- Musen, P. 1961, *J. of Geophysical Research*, 66, 1659.
- Shrivastava, S. K. 1978. *J. of Spacecraft*, 15, 67.