

<Dam BreakWave>

衝擊波 觀點에서 본 댐破壞波

片 宗 根\*

1. 概 要

本稿에서는 댐 破壞로 인한 波를 解析的으로 다루어 이 特殊한 自然現象에 대한 全般的인 理解에 도움이 되고자 한다. 따라서 될 수 있는데로 問題를 單純化시키지 않을 수 없었으나 흐름의 基本形態를 把握하는 데는 充分하리라 생각한다. 또한 紙面관계상 本理論의 基本方程式인 淺水에서의 一次元 長波方程式<sup>1)</sup>과 本稿에서 사용한 解法인 特性曲線法<sup>2,3,4)</sup>에 대해서는 說明하지 않았다. 그러나 衝擊波의 概念을 確實히 하기 위하여 그 不連續條件을 詳細히 誘導하였다. 이 條件의 댐의 瞬間的인 破壞 問題에 適用시켜 충격파의 進行速度와 그 後面의 水面曲線 및 流速등을 特性曲線法에 의해 叙述하였다.

2. 不連續 또는 衝擊條件(Discontinuity or Shock Conditions)<sup>5)</sup>

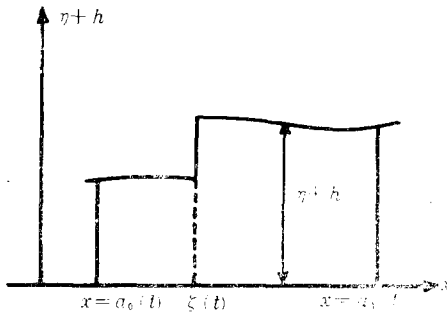


그림 1. 不連續條件

그림 1과 같이 아주 單純化된 경우에 對한 不連續條件을 力學的 基本的인 法則으로부터 구해 보고자 한다. 우선 그림에서 보드시피 두 개의 鉛直面, 즉  $x=a_0(t)$ 와  $x=a_1(t)$  (但  $a_1 > a_0$ )

사이의 領域을 생각하고 이 領域은 항상 같은 粒子들을 포함하고 있다고 假定한다. 이 假定은 淺水方程式(shallow water eq.)의 基本假定으로서 水粒子速度의 水平成分은 어느 鉛直面 내에서나 一樣한 分布를 함을 의미한다. 이제 두 鉛直面 사이의  $x=\xi(t)$ 지점에서 水位  $\eta$ 의 不連續面이 있다고 하면 質量保存法則으로부터

$$\frac{d}{dt} \int_{a_0(t)}^{a_1(t)} \rho(\eta+h) dx = 0 \dots\dots\dots (1)$$

이 成立해야 할 것이며, 運動量保存法則으로부터

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{a_0(t)}^{a_1(t)} \rho(\eta+h) u dx &= \int_{-h}^{\eta_0} P_0 dy - \int_{-h}^{\eta_1} P_1 dy \\ &= -\frac{1}{2} \rho g (\eta_0+h)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \rho g (\eta_1+h)^2 \\ &\dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

이 成立할 것이다. (2)式에서 靜水壓公式  $P = \rho g (\eta - y)$ 를 使用하였으며 이 式은 對象水柱(water column)의 運動量의 變化는 水柱 兩끝端에 作用하는 合力의 差와 같음을 나타내고 있다.

위 式의 積分式들은

$$I = \int_{a_0(t)}^{a_1(t)} \phi(x, t) dx \dots\dots\dots (3)$$

形態이며 被積分函數  $\phi(x, t)$ 는  $x=\xi(t)$ 에서 不連續이다. 이러한 不連續性을 考慮하여 (3)式을 微分하면서 Leibnitz의 法則을 利用하면

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_{a_0(t)}^{\xi(t)} \phi dx + \frac{d}{dt} \int_{\xi(t)}^{a_1(t)} \phi dx \\ &= \int_{a_0(t)}^{a_1(t)} \frac{\partial \phi}{\partial t} dx + \phi(\xi_-, t) \dot{\xi}(t) \\ &\quad - \phi(a_0(t), t) u_0 \\ &\quad + \phi(a_1(t), t) u_1 - \phi(\xi_+, t) \dot{\xi}(t) \dots (4) \end{aligned}$$

\* 明知大學校 工科大學 土木工學科 副教授

이고, 여기서  $u_0$ 와  $u_1$ 은  $\dot{a}_0(t)$  및  $\dot{a}_1(t)$ 로서 水柱 끝端의 速度이며  $\dot{\xi}(t)$ 는 不連續面의 速度이다.

그리고  $\phi(\xi_-, t)$  및  $\phi(\xi_+, t)$ 는 各各  $\phi$ 의  $x=\xi$  左右에 있어서의 極限值이다.

이러한 水柱의 흐름方向 길이가 零이 된다면, 즉  $a_1 \rightarrow a_0$ 가 되는 極限值를 생각하면 式(4)의 右邊의 積分値는 零이 될 것이고

$$\lim_{a_1 \rightarrow a_0} \frac{dI}{dt} = \phi_1 v_1 - \phi_0 v_0 \dots\dots\dots (5)$$

를 얻을 것이다. 여기서  $\phi_1$ 과  $\phi_0$ 는  $\phi$ 의 不連續面 오른쪽 및 왼쪽의 極限值이고,  $v_1$ 과  $v_0$ 는 아래와 같은 움직이는 不連續面에 대한 흐름의 相對速度이다.

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= u_1 - \dot{\xi} \\ v_0 &= u_0 - \dot{\xi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

式(5)와 (6)을 式(1) 및 (2)에 適用하면

$$\rho(\gamma_1 + h)v_1 - \rho(\gamma_0 + h)v_0 = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \rho(\gamma_1 + h)u_1 v_1 - \rho(\gamma_0 + h)u_0 v_0 &= \frac{1}{2}\rho g(\gamma_0 + h)^2 \\ &- \frac{1}{2}\rho g(\gamma_1 + h)^2 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

이 얻어진다.

氣體動力學과의 類似性을 보기 위하여

$$\bar{\rho} = \rho(\gamma + h) \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{와 } \bar{P} = \frac{\rho g}{2}(\gamma + h)^2 = -\frac{g}{2\rho}\rho^2 \dots\dots\dots (10)$$

를 導入하면 (7) 및 (8)式으로 나타난 不連續條件은

$$\bar{\rho}_1 v_1 = \bar{\rho}_0 v_0 \dots\dots\dots (11)$$

및

$$\bar{\rho}_1 u_1 v_1 - \bar{\rho}_0 u_0 v_0 = \bar{P}_0 - \bar{P}_1 \dots\dots\dots (12)$$

으로 바뀌게 되고, 이 (11)式과 (12)式이 氣體動力學에서의 衝擊波에 對한 力學的 條件과 그 모양 똑같이 一致함을 보여 주고 있다.<sup>6)</sup> (但 氣體動力學에서는  $\bar{\rho}$ 와  $\bar{P}$ 는 그대로 密度와 壓力이다.) 바로 이러한 觀點에서 式(11)과 (12)를 만족하는 不連續性을 衝擊波로 看做하고 있는 것이다. 그러나 水理學에서는 이러한 現象이 段波 또는 跳水로 더 잘 알려져 있다.

式(6)으로부터  $u_1 - u_0 = v_1 - v_0$ 임을 쉽게 알 수 있으므로 式(11)과 (12)는 아래와 같은 形態로

바꾸어 쓸 수도 있으며 여기서  $m$ 은 衝擊面을 가로지르는 質量束(mass flux)을 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho}_1 v_1 &= \bar{\rho}_0 v_0 = m \\ m(v_1 - v_0) &= \bar{P}_0 - \bar{P}_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式(13)에서 衝擊面의 어느 한쪽이 靜止狀態라면, 즉  $u_0 = 0$ 이라 假定하면 式(13)의 두번째 條件式은

$$v_1 v_0 = \frac{\bar{P}_0 - \bar{P}_1}{\bar{\rho}_0 - \bar{\rho}_1} \dots\dots\dots (14)$$

를 거쳐

$$-\dot{\xi}(u_1 - \dot{\xi}) = -\frac{g}{2\rho}(\bar{\rho}_0 + \bar{\rho}_1) \dots\dots\dots (15)$$

가 되고, 式(13)의 첫번째 條件式은

$$\bar{\rho}_1(u_1 - \dot{\xi}) = -\bar{\rho}_0 \dot{\xi} \dots\dots\dots (16)$$

이 된다.

### 3. 댐 破壞로 인한 水面曲線<sup>7)</sup>

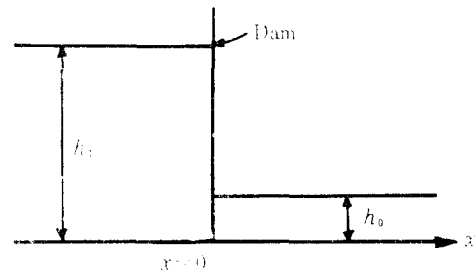


그림 2. 댐의 初期水位

그림 2와 같이 댐 上流( $x < 0$ )에서는 水深  $h_1$ 이고 下流( $x > 0$ )에서는  $h_0$ 이며 初期에는 兩쪽의 물이 모두 靜止狀態라고 생각하고, 時刻  $t=0$ 에 댐이 순간적으로 파괴되었을 때의 물의 운동을 모든  $x$ 와  $t$ 에 대하여 決定해 보고자 한다.

上流水深  $h_0$ 가 零이 아니라면 2節에서 考察해 보았다시피 下流部에 곧 衝擊波가 發生하리라는 것을 어렵지 않게 豫想할 수 있다. 왜냐하면 上流部로부터 밀고 내려 오는 물이 下流部를 加速의으로 밀치는 一種의 피스톤(piston)役割을 하기 때문이다.

問題를 더욱 單純化시키기 위하여 이렇게 下流部에 순간적으로 發生된 衝擊波는 下流部를 一定한 速度  $\dot{\xi}$ 으로 進行한다고 假定한다. 그러하다면 충격과 바로 後面의 流速  $u_2$ 와 水深  $h_2$

는 충격과 前面의 流速  $u_0=0$ 와 水深  $h_0$  및 ... 定値라고 假定한 충격파의 速度  $\dot{\xi}$ 을 2節에서 구한 충격조건식에 代入하여 구할 수 있고 그 結果  $u_2$  및  $h_2$  역시 항상 一定한 값을 가질 수 있다. 그러나 충격과 後面의 一定한 狀態는 아주 上流쪽의 流速이 零이므로 上流 쪽으로 無限히 이어질 수는 없고 충격과 後面의 上流 어느 地點에 선가는 충격파가 集中 單純波(centered simple wave)로 바뀌어야 할 것이다. 그림 3이 우리의 問題에 對한 解答을 보여 주고 있다.

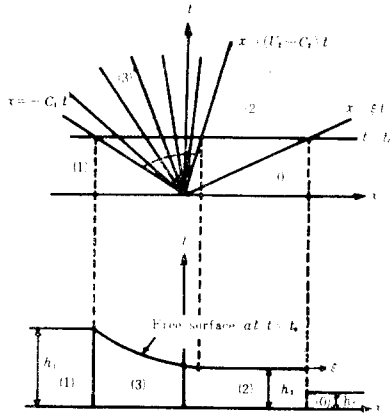


그림 3. 댐 破壞後의 水面曲線

위 그림에서 보드시피 어느 時刻  $t=t_0$ 에 있어서 네개의 다른 流體領域을 생각할 수 있다. 즉 (0)영역은 아직 충격파의 영향을 받지 않는 下流部의 靜水域이고 (2)영역은 一定한 狀態로 움직이는 영역이며 (3)영역은 (2)영역과 아주 上流部의 靜水域인 (1)영역을 연결하는 집중 단순파 영역이다.

(0)상태에서 (2)상태로 나아가는 충격조건은 앞서의 式(15) 및 (16)에다  $g\bar{\rho}i/\rho = ghi = ci^2$ 을 代入하면

$$\left. \begin{aligned} -\dot{\xi}(u_2 - \dot{\xi}) &= \frac{1}{2}(c_0^2 + c_2^2) \\ c_2^2(u_2 - \dot{\xi}) &= -c_0^2 \dot{\xi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

이 되고, 위 두 式에서  $c_2^2$ 을 소거하면

$$u_2/c_0 = \dot{\xi}/c_0 - \frac{c_0}{4\dot{\xi}}(1 + \sqrt{1 + 8(\dot{\xi}/c_0)^2}) \dots\dots\dots (18)$$

이다. ( $\sqrt{\quad}$  앞의 + 符號는  $u_2 - \dot{\xi}$ 와  $-\dot{\xi}$ 가 同부호가 되도록 선택하였으며 또한  $u_2$ 와  $\dot{\xi}$ 은 모두

陽數이어야 한다.)

(18)式에서 (17)式的 두번째 條件을 使用하여 소거하면

$$c_2/c_0 = \left\{ \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8(\dot{\xi}/c_0)^2} - 1) \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (19)$$

이 成立한다. 이로써 (2)영역의 未知量인  $u_2$ 와  $c_2$ 가  $\dot{\xi}$ 와  $c_0$ 의 函數로 表示되었다.

다음은 (2)상태를 집중 단순파에 의해 (1)상태로 연결시켜야 한다. 本 문제의 경우 영역(3)의 直線特性線(characteristics)의 기울기는  $u-c$ 이어야 하고 따라서 영역(3)은 왼쪽의  $x = -c_1 t$ 와 오른쪽의  $x = (u_2 - c_2)t$ 인 직선 사이로 限定되어진다. 그리고 영역(3)의 各 曲線 特性線을 따라(그중 하나가 그림 3에서 點線으로 나타나 있다.)  $u+2c$ 量이 一定하기 때문에 영역(3)의 왼쪽 끝에서는  $u_1=0$ 이므로

$$u + 2c = 2c_1 \dots\dots\dots (20)$$

이어야 하고 영역(3) 내에서는

$$u + 2c = u_2 + 2c_2 \dots\dots\dots (21)$$

이어야 하므로

$$u_2/c_0 + 2c_2/c_0 = 2c_1/c_0 \dots\dots\dots (22)$$

인 관계가 成立해야 할 것이다. 그러므로 式(22)에 式(18)과 (19)를 代入하면  $c_1/c_0$ 가 즉  $\sqrt{h_1/h_0}$ 가 1보다 큰 어떠한 값에 대해서도  $\dot{\xi}/c_0$ 를 數值計算할 수 있는 것이다.  $\dot{\xi}/c_0$ 를 알면 다시 (18)式과 (19)式에서  $u_2$ 와  $c_2$ 를 계산할 수 있어 영역(2)의 一定한 狀態는 確定되어진다.

영역(3)에서의 운동은 이 영역에서의 직선 특성선을 따라 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다((20)式 참조).

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x}{t} = u - c = 2c_1 - 3c = \frac{3}{2}u - c_1 \dots\dots\dots (23)$$

이 式으로부터

$$\left. \begin{aligned} c^2 &= \frac{1}{9} \left( 2c_1 - \frac{x}{t} \right)^2 \\ u &= \frac{2}{3} \left( c_1 + \frac{x}{t} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

를 얻을 수 있고 (3)영역의 水面曲線이 포물선(parabola)形態임을 알 수 있다. 但 (1)영역과 (2)영역과의 接合點에서는 水面曲線의 기울기가 不連續이다.

式(24)와 그림 3에 의하면  $x=0$  즉  $t$ 軸이 영

역(3)의 特性線이 되려면  $u_2 \geq c_2$  이어야 하고 만일 이 조건이 만족된다면  $x=0$ 에서는  $c$ 와  $u$  모두  $t$ 와는 無關하게 되고 따라서 單位幅當 流量  $uh$ 도 時間에 關係없이 一定하게 된다.

전체적으로는 定流상태가 아니지만 壩의 원래 位置點에서는  $h = \frac{4}{9}h_1$  그리고  $u = \frac{2}{3}c_1$ 이 항상 成立하는 것이다. 또한 時間에 대해서만 아니라 下流水深  $h_0$ 와도 無關함을 알 수 있다.

물론  $u_2 \geq c_2$  條件이 成立되려면  $h_0/h_1$ 비가 어떤 값보다 작아야 할 것이다.  $u_2 = c_2$ 일 경우에 대한  $h_0/h_1$ 의 限界値는 式(18)과 (19)의 右邊을 等置시킴으로써  $\xi/c_0$ 를 구한 後 (19)式에서  $c_2/c_0 = \sqrt{h_2/h_0}$ 를 구하고 (22)式에서  $c_2 = \frac{2}{3}c_1$  관계를 使用하면 구할 수 있다.

數值計算에 의하면  $h_0/h_1$ 의 限界値는 0.1384이다. 그러므로 만일 下流部의 水位가 壩 水位의 13.8%보다 작으면 流量은 時間에 대해서만 아니라 下流部 水位  $h_0$ 에 대해서도 無關한 것이다.  $h_0/h_1$ 비가 限界値 0.1384를 초과하면 水深, 流速, 流量이  $h_0$ 에 따라 變化하나  $x=0$ 線이 영역(2)에 속하게 되므로 역시 時間에 對해서는 獨立의이다.

物理的인 觀點에서 위의 現象을 다시 아래와 같이 說明할 수 있다.  $h_0/h_1$ 비가 위의 限界値보다 작아서  $t$ 軸이 (3)영역에 포함되면 式(24)에  $x=0$ 을 代入하여  $c=u=\frac{2}{3}c_1$ 을 얻을 수 있는데 이는 壩 位置에서의 流速이 長波의 傳播速度와 같음을 意味한다. 그리고  $x>0$ , 즉 壩 下流部에서는 式(24)에서 보듯이  $u>c$ 이므로 射流의 特性상 壩 下流部의 條件變化가 上流 쪽으로 傳播될 수 없는 것이다.

그러나  $h_0/h_1$ 비가 限界値보다 커지게 되면 壩 位置에서  $u<c$ 이므로 이 地點의 흐름이 더 이상  $h_0$ 와 無關할 수 없게 된다.

單位幅當 流量  $hu$ 를  $x=0$ 에서  $h_0$ 에 關하여

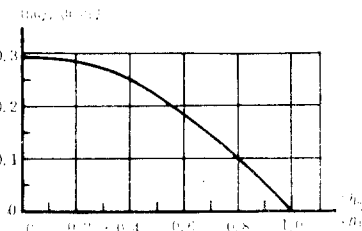


그림 4. 壩에서의 流量

그러보면 그림 4와 같다. 當然히  $h_0/h_1=0.1384$ 까지는  $hu=0.296h_1c_1$ 으로 一定한 값을 가지고  $h_0/h_1$ 비가 限界値보다 커지게 되면  $h_0=h_1$ 일 때 즉 壩 上, 下流部의 初期水位가 같아지는 경우 일 때의  $hu=0$ 까지 점차적으로 減小하고 있다.

또 다른 하나의 觀心은  $h_2-h_0$  즉 충격파의 높이가  $h_0/h_1$  높이에 따라 어떻게 變化하는가이다.  $h_0=0$  즉 下流部의 水位가 없을 때는 그림 5에서 보듯이 段波가 存在하지 않고,  $h_0/h_1=1$ 일 때 역시 段波가 없을 것이다.

그러므로 어느  $h_0/h_1$  값에서  $(h_2-h_0)$ 가 最大 値를 가질 것이다. 그림 6에 圖示된 計算結果를 보면  $h_0/h_1=0.176$ 에서  $h_2-h_0$ 의 最大 値가  $0.32h_1$ 임을 알 수 있다. 이 때의 충격단파의 높이가 壩 水位의 거의 1/3에 육박하고 있음은 注目할 만하다.

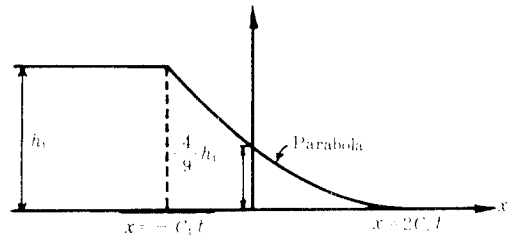


그림 5.  $h_0=0$ 일 경우의 運動

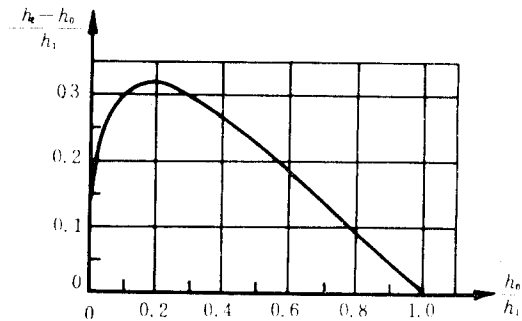


그림 6. 段波의 最大 높이

#### 4. 맺음 말

以上과 같이 壩의 瞬間的인 破壞 이후의 물의 舉動을 理想的인 경우에 대해 考察해 보았다. 물론 實際的인 경우에는 壩이 순간적으로 파괴되기 어려울 뿐더러 下流로 충격파가 흘러 내려 오면서 바닥과의 摩擦의 影響을 크게 받을 것이

1987. 2.
- 2) 한건연, 이종태, 이원환, "Earth Dam 의 파괴로 인한 유출수문곡선의 해석", 대한토목학회 논문집, 제 5 권, 제 2 호, 1985. 6.
  - 3) Barre de Saint Venant, A., "Theorie du mouvement nonpermanent des eaux." Comptes Rendus des Seances de l'Academe des Sciences, Vol 73, 1871, pp.147~154, 237~240.
  - 4) Fread D.L., "The Development and Testing of a Dam-Break Flood Forecasting Model", Proc. of the Dam-Break Flood Routing Workshop Water Resources Council, Oct. 1977.
  - 5) ICOLD, "Lessons from Dam Incidents", Boston, Massachusetts, U.S. commission on Large Dams, 1973.
  - 6) MacDonald, T.C., and Jennifer, L.M., "Breaching Characteristics of Dam Failures", J. of HY Div, Vol.110, No. 5, ASCE, May, 1984, pp.567~586.
  - 7) Price, J.T., Lowe, G.W. and Garrison, J. M., "Unsteady Flow Modeling of Dam Break Waves", Dam-Break Flood Routing Model Workshop, Bethesha, Maryland, U.S. Water Resources Council, 1977.
  - 8) Ritter, A., "Die Fortpflanzung der Wasser-Wellen", Z. Verdeut. Ing. 36, 1892.
  - 9) Schoklitsch, Armin, "Uber Dammbuchwellen", Sitzbar. Akad. Wiss. Wien. 126, 1917.
  - 10) Singh, K.P., "Dam Safety Program", Univ. of Illinois, Champaign, Illinois, June, 1982.
  - 11) WES, "Floods Resulting from Suddenly Breached Dams", Miscellaneous paper No. 2~374, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Feb. 1960.
  - 12) Wetmore, J.N., and Fread, D.L., "The NWS Simplified Dam-break Flood Forecasting Model": Canadian Hydrotechnical conference, 5th, Fredericton, Canada, 1981.
  - 13) Yevjevich, V. and K. Mahmood, "Unsteady Flow in Open Channel", Water Resources Publications, U.S.A., 1975. pp.587~668.

→ 185 페이지에서 계속

고 또한 바닥傾斜의 영향도 받을 것이다. 그러나 本稿에서 考察해 본 충격파의 概念이 實際問題의 解決시에 어떻게 如何히 考慮되느냐가 重要한 因子가 되리라 思料된다.

#### 參 考 文 獻

- 1) Stoker, J.J., "Water Waves," Interscience Publishers, Inc., New York, 1957, pp. 22~26, 291~293.
- 2) 文獻 1, pp. 293~305.
- 3) Li, W.H., "Differential Eqs. of Hydraulic Transients, Dispersion and Groundwater Flow," Prentice-Hall Inc., N.J., 1972, Ch. 3.
- 4) Abbott, M.B., "Computational Hydraulics," Pitman, 1979, Ch. 3.
- 5) 文獻 1, pp. 314~322.
- 6) Lighthill, J., "Waves in Fluids", Cambridge Univ. Press, 1978, pp. 159.
- 7) 文獻 1, pp. 333~341.