

〈論 文〉

海底地形變化에 따른 波浪의 數值解析(Ⅱ)

(砂漣에 관한 波浪의 變形)

Numerical Analysis of Wave Deformation with Sea Bottom Variation(Ⅱ)

(Wave Deformation with Rippled Beds)

金 聲 得* 李 成 大**
Kim, Seong Deuk Lee, Seong Dae

Abstract

A numerical analysis of the characteristics of wave reflection over rippled beds (sand bars) was carried out by Boundary Element Method(B.E.M) using linear elements.

It is assumed that the incident wave is normal and oblique to the rippled beds and the wave may be and the described by two-dimensional linear theory.

The accuracy of the computational scheme is investigated by comparing the laboratory data, the analytic measured results of the other researchers.

The B.E.M results for the normal incident wave is held for the mechanism of the resonant Bragg reflection at the point where the wave length of the bottom undulation is one half the wave length of the surface wave.

要 旨

一定水深에 海域에 周期的인 波狀의 砂漣이 있는 경우 波의 反射特性을 境界要素法의 線型要素에 의 해解析하였다.

波浪은 2次元 線形波 理論으로 부터 解析하였으며, 入射波 方向은 砂漣上에 임의방향(直角入射 또는 傾斜入射)으로 進行한다고 假定하였다.

本 計算의 信賴度를 檢證하기 위하여 기존의 實驗的, 理論的 結果 및 數值結果와 各各比較하였다.

直角入射波에 對한 本 數值計算 結果, 砂漣의 波長이 水面波長의 $\frac{1}{2}$ 인 경우에 發生하는 Bragg 共振反 射가 잘 예측되었다.

1. 序 論

實際 海岸이나 港灣 等과 같은 自然海濱上에는 거의 周期的인 形態의 砂漣(Ripples, Sand Bars)이 나타나는 데, 이는 卷波(Plunging Breaker)가 發生하는 매우 완만한 海濱(海底傾斜 <0.005)에서 잘 생긴다고 알려져 있다.

Dolan¹⁾, Saylor 와 Hands²⁾ 등의 現地觀測資料에 依하면, 自然海濱上에서 砂漣의 數는 보통 3~17個까지의

범위에 있으며 水深 12 m에서 480 m의 位置까지 넓게 퍼져있고 水深이 깊어짐에 따라 砂漣의 간격도 점차 커짐을 보이고 있다.

海洋波가 砂漣과 같은 波狀의 海底領域上을 進行하는 경우, 波-海底의 相互作用에 依해 波에너지가 散亂—後方散亂(反射)과 前方散亂(傳達)—된다. 특히, 이같은 領域에서의 波의 散亂에 關한 問題는 海岸保全의 側面에서 중요한 의미를 내포하고 있기 때문에 이 에 대한 연구가 최근 活潑하다.

Kirby^{3),4)}는 이같은 周期的 砂漣에 依한 波浪變形을

* 正會員 蔚山大學校 土木工學科 教授

**蔚山大學校 土木工學科

완경사방정식에 의해 연구하였으며, Dalrymple 과 Fowler⁵⁾, Mitra 와 Greenberg⁶⁾는 結晶學(X-ray Crystallography)에서의 Bragg 法則을 海洋波에 도입하여 砂漣에서의 波長이 水面波長의 $\frac{1}{2}$ 인 경우에 發生하는 Bragg 共振反射의 機構를 명확히 하였다.

Davies 와 Heathershaw⁷⁾는 이같은 砂漣上에서 波浪의 共振反射 現象을 實驗을 통해서 檢證하였으며, Mei⁸⁾는 碎波帶에 최초로 發生한 砂漣(碎波點 砂漣)은 이같은 共振反射에 依해 深海方向으로 波에너지를 크게 反射한다고 하였다. 이에 의해 수면파장의 $\frac{1}{2}$ 간격으로 遠濱領域에 새로운 砂漣을 形成하고 相對水深이 커져서 海底에 影響을 미치지 않는 범위까지 이어져 反射效果를 증대시키며 砂漣을 형성한다는 漂砂移動의 影響을 제시하였다.

특히 Davies⁹⁾는 實驗的 研究와 아울러 有限한 또는 반무한한 길이를 가진 砂漣上에 直角으로 入射하는 波浪의 變形을 규칙섭동(regular perturbation)에 의해 解析하여, 反射波高를 入射波高로 나눈 다음과 같은 反射係數, R 을 유도하였다.

$$R = \left(\frac{2bk \sin 2kL}{\sinh 2kh + 2kh} \right) \left[\frac{(-1)^m \frac{2k}{l}}{\left(\frac{2k}{l} \right)^2 - 1} \right] ; \frac{2k}{l} \neq 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$R = \left(\frac{2bk}{\sinh 2kh + 2kh} \right) \frac{m\pi}{2} ; \frac{2k}{l} = 1 \dots\dots(2)$$

여기서, k 는 水面波의 波數, l 은 砂漣의 波數, b 는 砂漣의 振幅, k 는 一定領域의 水深, m 는 砂漣의 數, $2L$ 은 砂漣의 길이를 나타낸다.

(1) 식의 우변첫째 괄호항은 길이 $2L$, 높이 b 인 矩形潛堤에 의한 波의 反射係數를 나타내고 있으며¹⁰⁾ 우변 둘째항은 砂漣에 의한 反射特性을 의미하고 있다.

上記式에서 알 수 있듯이, 最大反射는 $2k/l=1$ 인 경우에 얻어지며 이것은 砂漣의 波長($2\pi/l$)이 水面波長의 $\frac{1}{2}$ 에 해당하는 Bragg의 共振條件을 의미하고 있다. 또한 (2)식에서 砂漣의 數 m 가 無限히 증가하면 反射係數는 1을 초과하여 散亂波 에너지 保存法則($R^2 + T^2 = 1$)을 만족하지 않게 된다. 여기서, R 은 反射係數, T 는 傳達係數이다. 이같은 모순점을 해결하기 위해, Mei⁸⁾는 反射波의 影響을 포함시킨 1차 攝動理論(1st order perturbation theory)을 波浪이 砂漣上에 入의방향(직각입사 또는 傾斜入射)으로 進行하는 경우에 對해 展開하여 實驗結果와 比較하였다.

本 研究에서는 一定水深의 海域에 波狀(Sine 형)의 砂漣이 있는 경우, 砂漣의 振幅과 數 및 波數와 水面波數의 變化에 따른 波의 反射效果를 境界要素法에 의해

해석하였다.

이에 관한 연구는 Dalrymple 과 Kirby¹¹⁾에 의한 一定要素를 가용한 例가 있으나 여기에서는 境界要素法의 速度포텐셜을 線型으로 取한 線型要素(linear element)를 利用하여 入의방향(直角入射 또는 傾斜入射)으로 波浪이 進行하는 경우에 對해 본 연구자가 개발한 프로그람¹²⁾을 使用하여 解析하였으며, 이의 結果는 다른 研究者들의 結果와 比較하여 檢證하였다.

2. 境界要素法

一般的으로 境界值 問題에 關한 近以解法은 그 要素內部的 平衡方程式은 近以的으로 만족시키면서 境界條件을 만족시키는 函數를 取해왔다. 그러나 境界要素法은 이와는 反對로 境界內部에서는 엄밀히 만족하면서 境界條件은 近以的으로 만족하는 方法이다.

즉, 支配方程式—直角入射波의 경우는 Laplace 方程式이며 傾斜入射波의 경우는 變形 Helmholtz 方程式—의 基本解와 Green 定理를 利用하여 境界上에서의 法線方向 도함수에 의해 流體內部點에서의 速度포텐셜을 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\phi^i + \int_r \left(\phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \dots\dots\dots(3)$$

여기서, ϕ^* 는 基本解(free space Green's function)이고 境界點에서 內部點까지의 거리 r 의 函수이며 ϕ^i 는 要素內部的 點 i 에서의 미지속도 포텐셜이다.

境界가 直線인 경우, 境界上에서 (3)식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{2} \phi^i + \int_r \left(\phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \dots\dots\dots(4)$$

직각입사의 경우($\theta=0^\circ$), $\phi^* = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right)$ 이며 傾斜入射의 경우 $\phi^* = \frac{1}{2\pi} K_0(mr)$ 이다.

여기서, $m = k \sin \theta$ 이며 波數 k 의 y 軸方向成分을 나타낸다. 그리고 K_0 는 2종 0차 變形 Bessel 函수이며 Γ 는 境界를 의미한다.

(4)식의 좌변 두번째항에 기본좌표계(그림 1)에 나타낸 상단측 경계 Γ_1 및 하단측 경계 Γ_3 (방사조건)와 바닥경계 Γ_2 (No-flux 조건) 및 自由水面境界條件 Γ_4 를 各各 適用하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \phi^i + \int_{\Gamma_1} \phi \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial n} - i l_A \phi^* \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_3} \phi \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial n} - i l_C \phi^* \right) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_4} \phi \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^* \right) d\Gamma \\ & = - \int_{\Gamma_1} (2 i l_A \phi_1 \phi^*) d\Gamma \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

여기서, $l_i = \sqrt{k_i^2 - m^2}$ ($i=A, B, C$)이며, 침차 A, B, C 는 각각 波의 反射 및 傳達領域을 나타내며, $i = \sqrt{-1}$, σ 는 入射波의 振動數, g 는 重力加速度이며, 入射波의 속도포텐셜 ϕ_I 는 線形波 理論으로 부터 다음과 같이 정의된다.

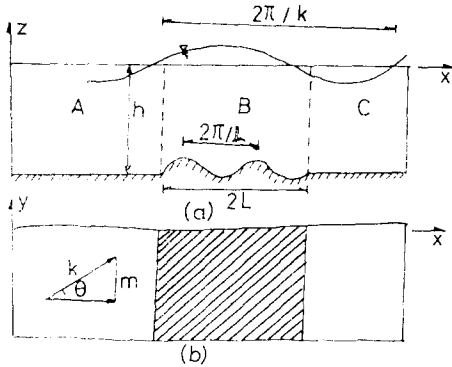


그림 1. 기본좌표계 (a) 측면도 (b) 평면도

$$\phi_I = -\frac{iga}{\sigma} \frac{\cosh k_A(h+z)}{\cosh k_A h} e^{itAx} \dots (6)$$

여기서, a 는 入射波의 振幅, k 는 入사파의 波數이며, 다음과 같은 分散關係(dispersion relationship)로부터 얻어진다.

$$\sigma^2 = gk_A \tanh k_A h \dots (7)$$

境界積分方程式(式(5))은 數值積分을 行하여 近似的으로 풀수가 있으므로 全體境界를 要素分割하여 各要素를 4점 Gauss積分公式를 利用하거나 解析積分하여 解를 求한다.

本 문제를 해석하기 위해 방사조건이 적용되는 側方向 境界(Γ_1 및 Γ_3)는 砂漣에서 2波長정도 떨어진 곳에 位置하도록 하였으며, 自由水面에는 한 波長當 8個 정도의 要素를 選定하였다. 砂漣의 數가 그림 2와 같이 2波長인 경우, 要素는 上·下流側 境界에 各各 2개, 海底境界에 32개 自由水面境界에 40個로 총 76개의 要素로 分割하여 計算하였다.

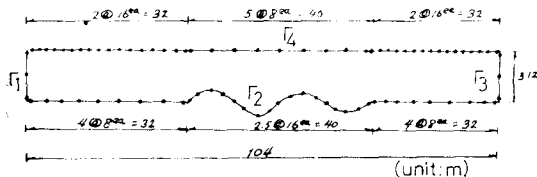


그림 2. 砂漣의 數 $m=2$ 인 경우의 境界要素모형

3. 結果 및 比較分析

本 數值計算에 依한波의 反射效果를 檢證하기 위하여, 직각입사파($\theta=0^\circ$)의 [경우 Davies 등의 실험결과와 식(1), 그리고 Mei의 解析結果와 各各 比較하여 그림(3)과 그림(4)에 圖示하였다.

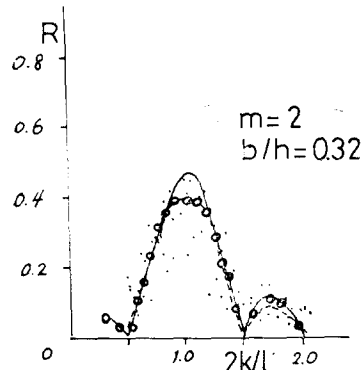


그림 3. 砂漣의 數 $m=2$ 인 경우의 反射係數
· ; 실험치⁷⁾, — ; 해석해(식 1), Mei의 해석해⁸⁾ ; 본 해석결과

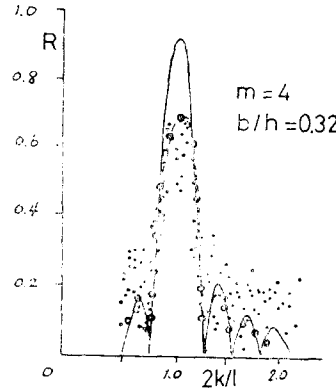


그림 4. 砂漣의 數 $m=4$ 인 경우의 反射係數
· ; 실험치⁷⁾, — ; 해석해(식 1), Mei의 해석해⁸⁾ ; 본 해석결과

이 경우, 一定領域에서의 水深 h 는 3.12m, 砂漣의 振幅 b 는 1.00m로 $b/h=0.32$ 이고 砂漣의 한 波長($2\pi/l$)은 20.00m로 선정하여, [無次元 波數 $2k/l$ 의 범위 0.5~2.0에 대한 反射係數 R 을 그림(3)에서는 砂漣의 數가 2개이고, 그림(4)에서는 4개인 경우에 對해 各各 圖示하였다.

各 경우, 無次元 波數 $2k/l=1$ 근방에서 反射係數가 最大로 되어 共振反射가 일어남을 보이고 있다. 그러나 Davies와 Heathershaw의 이론식(2)는 共振이 發生하는 근방($2k/l \approx 1$)에서 보다 크게 예측이 되고, 본

수치계산의 결과와 Mei의 결과 및 實驗結果는 대체로 잘 一致함을 알 수 있다. 解析解와 數值結果에서 알 수 있듯이 砂漣의 數 m 에 따라 反射係數는 큰 영향을 받음을 알 수가 있다.

一定水深에 대한 砂漣의 振幅比 b/h 가 0.24, 0.32로 變化하는 경우에 따른 反射係數의 效果를 보이기 위해 그림(5)에서는 砂漣의 數 m 가 1인 경우에 대해 그림(6)에서는 m 가 3인 경우에 各各 圖示하였다.

이 結果, 水深에 대한 砂漣의 振幅化 b/h 가 증가함에 따라서, 共振이 發生하는 부분에서의 反射係數 또한 증가함을 보이고 있다.

그림(7)에서는 砂漣의 數에 대한 共振反射($2k/l=1$)의 變化를 圖示하였는데, 砂漣의 數 m 가 증가함에 따라 反射係數는 점차로 完滿히 단조증가함을 보이고 있다.

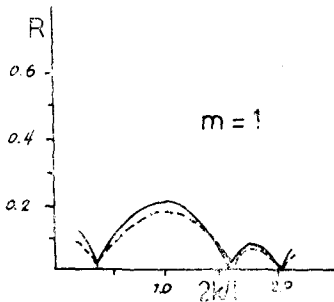


그림 5. 砂漣의 數 $m=1$ 인 경우 b/h 의 變化에 따른 反射係數
.....; $b/h=0.24$, —; $b/h=0.32$: 本 해석 結果

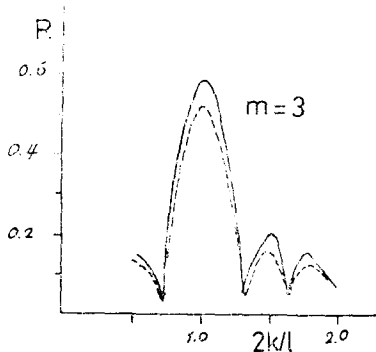


그림 6. 砂漣의 數 $m=3$ 인 경우 b/h 의 變化에 따른 反射係數
.....; $b/h=0.24$, —; $b/h=0.32$: 本 해석 結果

그림(8)에서는 砂漣의 無次元 振幅 b/h 와 직각입사 파에 대한 反射係數의 變化를 보이고 있는데, Davies

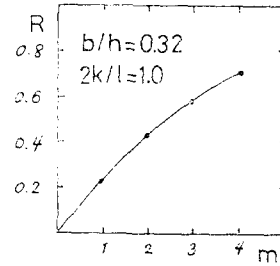


그림 7. 砂漣의 數 m 에 대한 共振反射의 變化

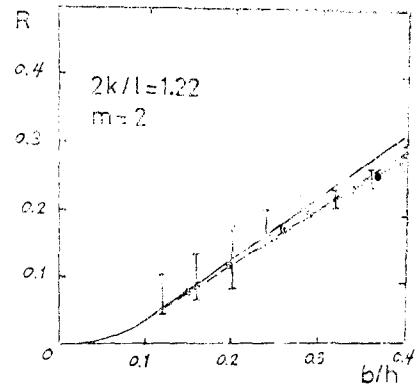


그림 8. 砂漣의 無次元 振幅에 대한 反射係數
□; 실험치¹⁰⁾, —; 解析解(식 1),; Mei의 해석해⁸⁾; Dalrymple 등¹¹⁾, • 本 해석 結果

等과 Mei의 解析結果에서는 反射係數가 砂漣의 振幅 b 에 대해 線形的으로 變化하고 있으나, 本 數值計算의 結果와 境界要素法의 一定要素(constant element)를 利用하여 解析한 Dalrymple과 Kirby의 結果는 砂漣이 水深에 比하여 점차 커짐에 따라 어느정도까지는 線形的으로 증가하다가 그 이후는 完滿히 단조증가함을 알 수가 있다. 反射係數가 線形的으로 증가하지 않은은 Davies 등의 實驗結果에서도 알 수가 있다.

이는 水深에 對한 砂漣의 振幅比 b/h 가 증가할 경우, 淺水效果나 碎波等에 의해서 線形波 理論을 더 이상 적용할 수가 없기 때문이라 생각된다.

그림(9)와 그림(10)에서는 砂漣上으로 進行하는 波浪의 入射角이 變化함에 따라(傾斜入射波) 共振이 發生하는 部分에서 反射係數의 變化를 圖示하였는데, 그림(9)에서는 $2k/l=1.22$ (above cut-off)에 대해서 그리고 그림(10)에서는 $2k/l=0.86$ (below cut-off)에 대해서 各各 도시하였으며, 그림(9)에서는 Mei의 解析結

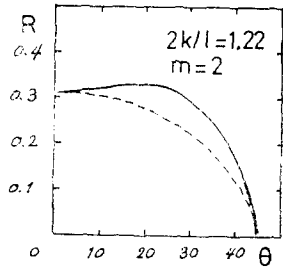


그림 9. 傾斜入射波에 대한 反射係數($2k/l=1.22$)
; Mei의 解析解³⁾
 —; 本 解析結果

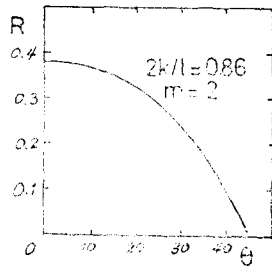


그림 10. 傾斜入射波에 대한 反射係數($2k/l=0.86$)
 —; 本 解析結果

果와 本 數值計算의 結果를 서로 比較하였다.

이 경우, Mei의 解析結果는 入射角이 0° 인 경우에 反射係數가 最大값을 가지다가 角이 증가함에 따라 단조감소하여 入射角이 45° 인 경우에 反射係數는 0으로 最小가 된다. 하지만, 本 수치計算의 結果는 入射角이 20° 근방에서 最大反射값을 가짐을 알 수가 있다.

傾斜入射波의 경우에 Bragg의 共振條件을 利用하면 入射波方向의 x 軸方向 成分에 따른 最大反射를 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$\frac{2k}{l} \cos \theta = 1 \dots \dots \dots (8)$$

여기서, θ 는 직각방향에 對한 入射角. 이에 따르면 $\frac{2k}{l}=1.22$ 인 경우에 最大反射는 약 35° 근방에서 예측이 되어 本 數值計算의 結果와 一致하지 않고 있는데 이에 대해서는 水理實驗등을 통해 그 적용성을 명확히 해야 할 것이다.

또한, 그림 (10)에서는($2k/l=0.86$), 직각入射의 경우($\theta=0^\circ$)에서 最大反射값을 가짐을 알 수 있다.

4. 結 論

一定水深의 海域에 周期的인 波狀의 砂漣이 있는 경

우에 임의방향입사파(직각입사 또는 경사입사파)에 대한 反射特性을 境界要素法의 線型要素에 의해 解析한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 微小振幅波 理論에 의한 本 數值計算의 結果와 Davies와 Heathershaw의 實驗結果가 대체로 잘 一致하고 있으며, 砂漣의 數가 증가함에 따라 反射係數가 크게 증가하였다.
2. 共振부근에서 水深에 대한 砂漣의 振幅비가 증가함에 따라 反射係數는 기존의 理論解析結果와 差를 보이고 있는데 이는 砂漣의 크기가 증가함에 따른 淺水效果나 쇄파등에 의한 영향이라 생각된다.
3. 직각입사파의 경우 本 수치計算의 結果에 의해 Bragg 共振條件이 잘 예측이 되나 傾斜入射波의 경우는 서로 一致하지 않고 있다.
4. 境界요소법은 기존의 해석이나 실험결과를 비교하는데 效果의이며, 波浪의 特性을 決定하는데 有用한 方法이다.

謝 辭

본 연구는 한국과학재단의 1985년도 후반기 연구지원비에 의한 일련 연구의 두번째 중간 결과임을 밝히며 동 재단의 지원에 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. Dolan, T.J. "Wave Mechanics for the Formulation of Multiple Longshore Bars with Emphasis on the Chesapeake Bay," M.S. thesis, Civil Engineering, Univ. of Delaware, 1983.
2. Saylor, J.K. and Hands, E.B. "Properties of Longshore Bars in the Great Lakes," Proc. 12th Conf. Coastal Engineering, Vol. 2, pp. 839~853, 1970.
3. Kirby, J.T. "A General Wave Equation for Waves over Rippled Beds," J. Fluid Mech., Vol. 162, pp. 171~186, 1986.
4. Kirby, J.T. "On the Gradual Reflection of Weakly Nonlinear Stokes Waves in Regions with Varying Topography," J. Fluid Mech., Vol. 162, pp. 187~209, 1986.
5. Dalrymple, R.A. and Fowler, J.F. "Bragg Scattering by Pile-Supported Structures," J. of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 108, No. WW. 3, pp. 426~429, 1982.

6. Mitra, A. and Greenberg, M. "*Slow Interactions of Gravity Waves and Corrugated Sea Bed*," J. Applied Mech., Vol. 51, pp. 251~255, 1984.
7. Davies, A.D. and Heathershaw, "*Surface Wave Propagation Over Sinusoidally Varying Topography*," J. Fluid Mech., Vol. 144, pp. 419~443. 1984.
8. Mei, C.C. "*Resonant Reflection of Surface Water Waves by Periodic Sandbars*," J. Fluid Mech., Vol. 152, pp. 315~336, 1985.
9. Davies, A.D. "*On the Interaction between Surface Waves and Undulations on the Seabed*," J. Marine Research, Vol. 40, No. 2, pp. 331~368, 1982.
10. Mei, C.C. "*Weak Reflection of Water Waves by Bottom Obstacles*," J. of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, NO. EM1, pp. 183~194, 1969.
11. Dalrymple, R.A. and Kirby, J.T. "*Water Waves Over Ripples*," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 2, pp. 309~319, 1986.
12. 金聲得·李成大 "海底地形變化에 따른 波浪의 數值解析(Ⅰ)", 韓國水文學會誌, 第19卷 3號, pp. 259~266, 1986.
13. Sleath, J.F.A. "*Sea Bed Mechanics*," John Wiley & Sons, 1985.
14. 井島武士·吉田明德·北山齊 "斜の入射波の反射に關する數值解析" 第29回海岸工學講演會論文集, pp. 418~422, 1982.
15. Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., "*Propagation of Obliquely Incident Water Waves Over a Trench*", J. Fluid Mech., Vol. 133, pp. 47~63, 1983.