〈論 文〉

橋脚周邊의 靜的洗掘에 관한 硏究

(A study on the clear water scour around piers)

金 熙 鍾* 申 東 守** 李 承 雨***
Kim, Hi Chong Shin, Dong Soo Lee, Seung Woo

Abstract

Bridge piers are sometimes damaged by local scour. Although the problem of local scour around pier has been studied extensively, it has been difficult to estimate local scour depth quantitatively. This study is concerned with local scour around semicylindrical piers arranged in various types vnder the condition of clear water scour. Through dimensional analysis, it was found that scour depths were relative to Re, Fr, and Ns. In the case of semicylindrical piers, the variation of dimensionless scour depth with dimensionless time (effect of Ns, pier diameter and length, incidence angle) and the variation of scour depth with vortex intensity and resistance are investigated experimentally to obtain a formula. And formula for estimating the maximum depth of scour is obtained.

要 旨

橋脚은 때때로 局所洗掘에 의해 손상을 받는다. 橋脚周邊의 局所洗掘 문제는 광범위하게 연구되었지만, 洗掘深을 定量的으로 算定하는 것은 어렵다. 本硏究는 靜的洗掘 條件下에서 여러형태로 배치된 半圓 및 장방형 橋脚周邊의 局所洗掘에 대한 것으로 次元解析을 통하여 洗掘深은 R_e, F_r 및 N_s 등에 관계됨을 파악하여 무차원 시간에 따른 무차원 세굴심의 변화(土砂數, 橋脚徑과 길이, 迎角의 영향), 渦度, 抵抗力에 따른 세굴심의 변화들이 洗掘深算定公式을 얻기위해 실험적으로 연구되었으며 최대 세굴심 산정공식이 얻어졌다.

1. 序 論

橋梁의 橋脚周邊部에 있어서 흐름의 局所的 變化에 의해 일어나는 河床變動(局所洗掘 堆積)現象은 흐름과 河床面形狀과의 相互作用에 의한 복잡한 現象이다. 局所流를 갖는 掃流力에 의해 砂가 移動되고 洗掘이 發生하며 그 洗掘形狀에 의해 흐름自體가 즉 掃流力이 變化하므로 局所洗掘의 內部構造를 설명하려면 어떤 境界面形狀의 對應하는 局所流의 問題, 또한 局所流에 對應하는 砂의 移動特性 및 非平衡狀態의 流砂量의 問題가 解明되어지지 않으면 안되지만 現在로서 흐름現象이 定常인 경우에도 不明한 點이 많고 더구나 非定常인 흐름과 河床面의 相互作用을 微視的으로 접근하기는 대단히 곤란하다.

最近 河川은 河床低下의 傾向이 있어 長時間을 경과한 橋梁의 基礎가 相對的으로 浮上하게 되기에 洪水時의 洗掘에 의한 橋梁의 倒壞, 流出하는 等의 災害가 일어나고 있어 이를 다시 補强하는 工事의 事例를 종종 볼수 있듯이 計設上 橋脚의 最小根入長을 안다는 것은 橋梁의 安定上 重要한 일이다. 또한 橋脚의 安定은 洪水流에 의해서 생기는 水平力에 의한 傳倒도 생각할 수 있다.

本 硏究는 橋脚周邊部에 있어 局所洗掘을 취급하고 洗掘現象을 단순화 시키기 위해 靜的洗掘을 對象으로 하여 從來의 硏究를 檢討하고 實驗에 의하여 洗掘深에 영향을 미치는 重要한 要素를 分析하여 좀더 正確한 洗掘深을 豫測하고저 한다.

* 正會員 東亞大學校 土木工學科 敎授
** 正會員 統營水産專門大學 助敎授
***正會員 東亞大學校 土木工學科 大學院

2. 基本理論

局所洗掘現象은 洗掘되어지는 領域에서의 流出土砂量(Q_{so})와 그 領域으로 流入되는 流入土砂量(Q_{si})의 不均衡에서 생기는 現象으로서 Q_{so}와 Q_{si}의 關係에서

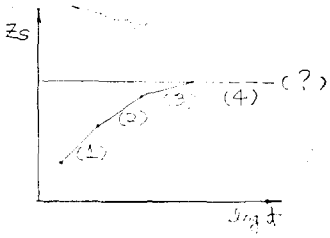
1) $Q_{so}=Q_{si}=0$; no scour
2) $Q_{so}>Q_{si}=0$; clear water scour(靜的洗掘)
3) $Q_{so}>Q_{si}>0$; scour with continous sediment motion (動的洗掘)

나누어진다. 즉 洗掘孔으로 土砂供給이 없는 洗掘을 靜的洗掘이라 한다. 또한 橋脚周邊에 있어 洗掘現象을 支配하는 要素로서 생각되어지는 것들은,

1) 流體의 特性에 관한것 ; 流體密度(ρ), 粘性係數(μ)
2) 流體의 運動에 관한것 ; 橋脚의 영향을 받지않은 上流에서의 平均流速(u), 水深(H), 重力加速度(g) 및 時間(T)
3) 河床材料에 관한것 ; 砂의 代表粒徑(d), 密度(σ)
4) 橋脚形狀에 관한것 ; 橋脚의 代表長(D), 形狀(F), 洗掘深(Z_s)場所(x, y)등을 들수있다.

一般的으로 土砂 水理學에서 利用되는 砂礫의 特性을 表示하는 것으로 $\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}$를 使用하여 Carstens에 의해서 定義된 無次元量으로 土砂數로 불리워진 $N_s=u/\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}$로 놓고 次元解析을 行하면 $Z_s/D=f(N_s,\ H/D,\ d/D,\ uT/D,\ u^2/Dg,\ uD/\nu,\ \sigma/\rho,\ x/D,\ y/D, \cdots\text{etc})$의 無次元量의 關係式이 얻어진다.

洗掘進行過程에 있어서는 靜的 洗掘은 圓柱橋脚前面의 最大洗掘深의 時間的 變化를 均一한 河床砂의 경우 洗掘過程을 아래와 같이 分割하여 취급한 硏究[1]가 많다.



즉 1) 圓柱前面의 下降流에 의한 急激한 初期洗掘過程
2) 洗掘深의 發達過程
3) 洗掘深의 增大速度가 대단히 적게되어 平衡狀態로의 移行過程
4) 平衡狀態이다.

따라서 分割된 各領域에서 洗掘深의 經時變化로 定式化하고져 하는 취급이 많다. 中川·鈴木[2]는 圓柱前面에 있어 洗掘深에 대하여 생각하여 洗掘孔面에서의 洗掘을

1) 渦의 自由스런 洗掘過程
2) 砂가 靜止摩擦角을 維持하기 위하여 渦가 실제로 洗掘을 行하고 있는 領域으로의 砂粒의 斜面滑落을 고려하지 않으면 안되는 過程
3) 洗掘孔面系에서 自由로 外側으로 나가지 않게되고 洗掘深의 時間變化가 過程보다도 鈍化되는 過程으로 分割시키는 것을 實驗的으로 確認하여.

1) 過程에 대하여 $Z_s\sim t$,
2) 過程에 대해서는 $Z_s\sim\sqrt{t}$로 되는 洗掘 Model을 구하였다. 이에 대해 洗掘過程을 分割하지 않고 全洗掘時間領域을 對象으로 洗掘深의 時間的變化를 定式化한 硏究는 주로 實驗的으로 進行하여 噴流에 의한 洗掘現象을 對象으로한 Rouse[3], Thomas[4]等의 硏究, 水制에 의한 洗掘을 對象으로 한 Ahmad[5], Gill[6]等의 硏究, 橋脚에 의한 洗掘을 對象으로한 Carstens[7]等의 硏究가 열거되어지지만 이들의 硏究結果를 大別하면 洗掘深의 經時變化를 다음과 같이 分類할 수 있다.

1) $Z_s=a\log t+b$
2) $Z_s/Z_{se}=1-b\exp(-at)$
3) $Z_s/Z_{se}=\exp\{-(t/t_0)^{-a}\}$

上記式 1)은 Rouse가 提案하였고, 2), 3)式은 洗掘에는 限界가 있어 그 限界値(平衡洗掘深 Z_{se})에 대하여 指數 함수적으로 漸近하는 것이다.

移動床 흐름의 抵抗豫測에 관한 硏究[8]는 2개로 大別되며 하나는 抵抗係數와 次元解析등에서 얻어진 少數의 parameter와의 關係를 測定資料에서 직접찾아내는 것으로 Einstein-Barbarossa, Alam-Kennedy, Engelund, 岸, 黑木等의 硏究가 있다. 또 하나는 河床波의 形狀特性을 개입시켜 주로 力學的關係를 고려하여 抵抗法則을 찾는것으로 Vanoni-Hwang, 芦田, 田中 等의 硏究가 있다. 前者의 方法으로 抵抗法則을 定式化하면 實用上 편리하지만 그의 方法으로는 數式의 유도가 전적으로 測定 data에 의존하기 때문에 結果의 보편성에 문제가 있다. 現象으로는 河床波가 生成되어 그의 形狀에 의해 抵抗이 변한다고 하는 것이기에 河床波의 形狀特性을 주입한 理論이 最終的으로 필요하게 될 것이라 생각된다.

3. 半圓形 橋脚周邊部의 洗掘, 抵抗實驗

3.1. 實驗裝置 및 材料

實驗裝置는 水路長 15 m, 幅 0.6 m, 깊이 0.6 m의 鐵製水路로서 兩側은 유리로 되어 있으며 Fig. 1과 같다.

水路의 中央部分으로 부터 上下流側에다 길이 8 m, 높이 0.2 m 폭 0.6 m의 사각칸막이를 하여 칸막이 內部를 自然砂로서 채웠다.

橋脚模形은 前後部가 半圓形으로 된 장방형단면으로(이를 半圓 및 장방형 橋脚이라 한다). 直經은 4 cm, 8 cm로서 直徑과 길이의 比가 各各 1:2, 1:4가 되는 콘크리트模形으로 D_4L_8, D_4L_{16}, D_8L_{16}, D_8L_{32} 4種類이며 抵抗測定을 위해 아크릴제로서 D_8L_{16}, D_8L_{32}의 2種類 模形을 제작하여 模形에다 Manometer에 의한 水壓測定 지점을 鉛直方向으로 2 cm 간격으로 4지점, 水平位置는 中心으로부터 橋脚의 兩側끝까지 거리의 2등분 지점으로 하였다. 河床材料로서는 中央粒徑이 0.048 cm 및 0.026 cm의 2種類의 混合砂를 使用하였다.

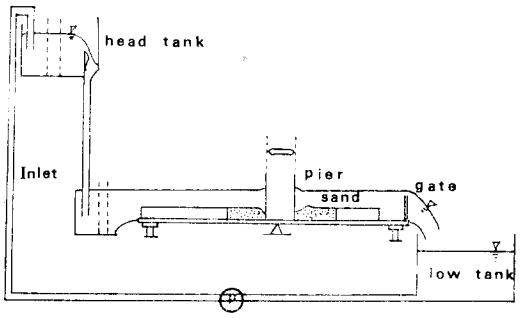


Fig. 1. Experimental Flume.

3.2. 實驗方法

水路中央部에 位置한 사각칸막이(模形河床)中央에 模形을 설치하고 前後部가 半圓形이고 長方形斷面 橋脚模形 周邊의 移動床部를 合板으로 눌러 保護한 狀態에서 通水를 시작하여 흐름이 定常인 상태가 되면 保護板은 흐름이 흐트러지지 않게 서서히 제거한 후 洗掘深의 時間的 變化를 測定하였다.

流速은 Micro Current meter로서 1 m 直上流 지점에서 測定하였으며 中心流의 直角方向의 分布速度는 橋脚 5c m 前面에서 pitot tube에 의해 測定하였다. 水路內 흐름의 平面速度는(10.0~42.0) cm/sec로 변화시키면서 실험을 行하였으며,

洗掘深의 測定은 point-gauge에 의하였고, 測定時間의 간격은 通水後 1分까지는 20秒, 1分에서 3分까지는 40秒 간격으로, 3分以後는 1分 간격으로 測定하여 通水後 4時間 경과까지 測定함을 원칙으로 하였다.

또한, 橋脚模形을 흐름方向에 대한 迎角을 0°, 10°, 15°, 20°, 25°로 5 case 마다 各各 前述한 方法으로 實驗을 행하였다.

4. 結果 및 考察

4.1 結　果

前述한 3.2의 實驗方法에 의해 洗掘深을 測定한 實驗條件 및 結果는 Table. 1, 2, 3, 4, 5, 6과 같으며, 全抵抗을 測定한 實驗結果 및 條件은 Table. 7, 8과 같다.

4.2 考　察

4.2.1. 洗掘形狀

橋脚前面의 모래는 소용돌이의 作用에 의하여 洗掘初期에 있어서는 소용돌이의 Core 部分에 해당하는 洗掘이 發生하기 까지는 Fig. 2(a)와 같이 역원뿔형이 되며 소용돌이의 特性에 의하여 洗掘孔이 形成되지만 관찰에 의하면 소용돌이의 Core 部分의 크기는 洗掘이 進行하여도 거의 변하지 않고 Fig. 2(b)와 같이 변한다. (b)에서 보는 바와같이 흐름에 의해 실지로 세굴되는 부분은 K, D 부분뿐이며 斜面은 砂가 水中靜止摩擦角(ρ)에서 安定되는 것과 같이 K_2D 부분이 低下함에 따라 K_1D 方向으로 滑落하고 있는 것으로 思料된다.

이때 洗掘形狀을 表示하는 값들은 本實驗 $u=(10.0$~$42.0)$ cm/sec에서 $l/D<2.0$이며, $l/Z_{s1}=(0.5$~$1.2)$ $l/Z_{se}=(1.2$~$1.5)$에 속하고 있다. 水理條件이 靜的洗掘의 條件으로 있기 때문에 橋脚의 後流部로 堆積되고 있다.

堆積距離(l_c)와 橋脚徑의 比가 $D/L=1/4$인 경우 $l_c/D=(4.0$~$6.0)$에 속하고 있다.

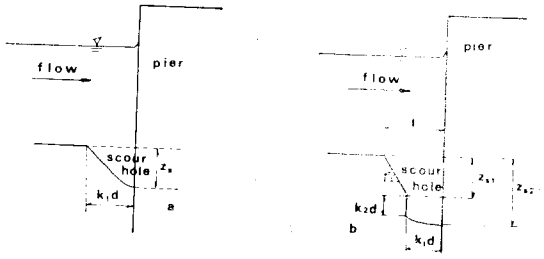


Fig. 2. Scour hole shape in stagnation plane.

4.2.2 洗掘深의 時間的 變化

次元解析 結果를 參考로 하여 無次元項 $N_s(=u/\sqrt{sgd})$ H/D, ut/D, uD/ν, $u/\sqrt{gD}$ 等에서 重要한 요소의 效果에 착안하여 半圓柱 前面에 發生하는 最大洗掘深의 時間的變化를 圖示하면 Fig. 3, 4, 5, 6과 같다.

靜的洗掘에 있어서는 洗掘進行은 늦어 室內實驗에 있어서 平衡狀態의 존재를 確認하는 것은 本實驗 通水時間內에서는 곤란하였으며, 단시간에 급격히 進行하여 以後 대단히 완만하게 된다. 洗掘의 극히 초기를 제외하고는 ut/D는 ut/D와 兩對數紙에 直線關係로 보

여진다. 또한 無次元化한 洗掘深(Z_s/D)과 時間(uT/D)의 變化에서 H/D, D/d를 固定시킨후 N_s의 영향에 대한 Fig. 3을 살펴보면 N_s는 流速의 함수이므로 N_s가 크면 洗掘도 크게 發生하고 있으며 洗掘深의 크기는 同一水理條件下에서 N_s의 값에 比例한다. Fig. 4에서는 同一한 N_s에 대하여 橋脚徑／橋脚長(D/L)値가 크면 클수록 無次元洗掘深도 증가하게 된다. 이는 同一直徑의 橋脚에 대하여 橋脚長이 길면 後流의 영향을 완화하여 洗掘機構인 渦動의 强度를 감소시키는 영향을 미치기 때문이다.

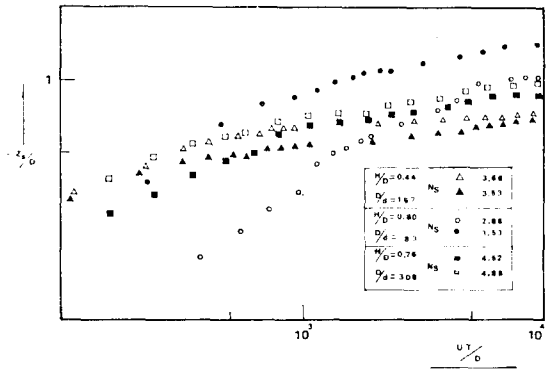


Fig. 3. Variation of Z_s/D with ut/D(effect of N_s)

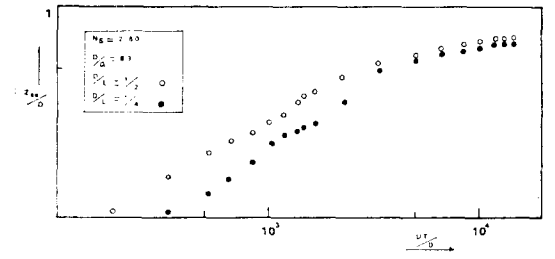


Fig. 4. Variation of Z_s/D with ut/D
(effect of pier diameter D and length L)

그리고 흐름方向에 대하여 0°, 10°, 15°, 20°, 25°의 迎角을 갖도록 橋脚을 설치한 경우 橋脚模形의 材質이 다르기 때문에 콘크리트 模形은 0°, 10°, 20°, 아크릴模形은 15°, 25°로 分離하여 圖示한 것이 Fig. 5 및 Fig. 6이다.

Fig. 5에서 살펴보면 洗掘初期에는 흐름方向에 대한 迎角크기에는 큰 영향을 받지않으나 洗掘이 進行함에 따라 어느시간후 本實驗에서는 $ut/D \fallingdotseq 10^3$정도에서 洗掘이 격심하게 되어 상당한 차이를 나타내고 있다.

迎角이 10°일 경우 最大洗掘深은 迎角이 0°의 1.8배이고 20°일 경우 2.0배에 달하고 있다.

Fig. 6에서는 迎角이 15°, 25°일 경우 最大洗掘深의 差異가 거의 없음을 미루워볼때 迎角이 10°前後가 洗掘에 큰 영향을 미치는 迎角으로 사료된다.

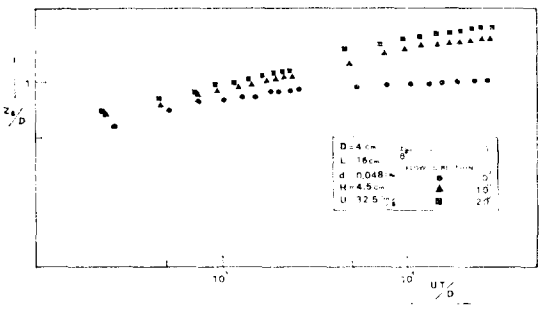


Fig. 5. Variation of scour depth(effect of incidence angle)

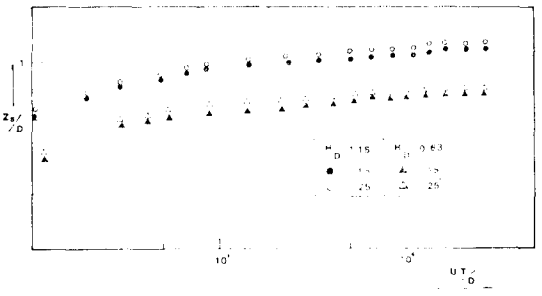


Fig. 6. Variation of scour depth (effect of incidence angle)

4. 2. 3 最大洗掘深의 特性

洗掘은 단시간에 급격히 進行하며 그후 매우 완만하게 되어 長時間이 지난후에도 洗掘은 完全히 停止되지 않는다.

이러한 것을 靜的洗掘에 있어 엄밀한 意味의 最終平衡狀態로 定義하고 있다.[2] 그러나 洗掘速度가 급격히 작아질때의 洗掘深은 工學的으로 거의 最終洗掘深으로 볼 수 있는 것으로서 遷移洗掘深(Z_{se})로 명명하여 靜的洗掘에 있어 最終洗掘深으로 代表하며 橋脚前面에 位置하게 된다.

無次元最大洗掘深(Z_{se}/D)과 無次元時間(ut/D)의 關係를 次元解析을 통하여 고려해 보면 가장 重要 parameter는 N_s가 된다.

Fig. 7은 Z_{se}/D와 N_s와의 關係는 全實驗의 경우에 대해서 나타내고 있다. 無次元洗掘深과 N_s와의 關係는 거의 直線的으로 N_s값에 比例하고 있음을 알수있으나, Z_{se}/D의 값의 크기는 同一 N_s에 대하여 D/d

의 값들이 83, 308, 167의 順으로 나타나고 있어 D/d 値의 상관 및 영향이 없는 것으로 사료된다. 또한 D/d 의 값들이 83, 167인 것은 橋脚模形이 콘크리트로 제작되었고, D/d 의 값이 308인것은 아크릴로 제작되었음을 덧붙여 둔다.

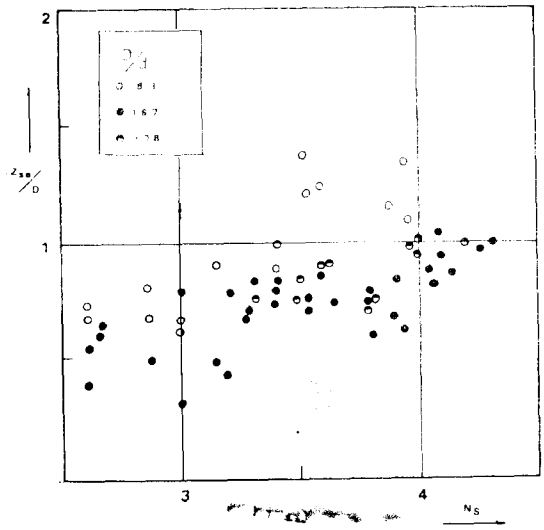


Fig. 7. Relation between Z_{se}/D and N_s

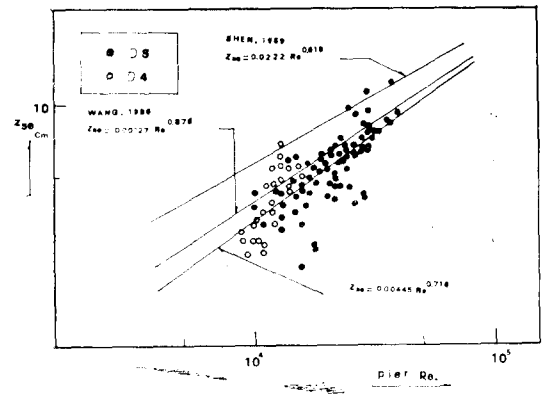


Fig. 8. Relation betwəen Z_{se} and pier R_e

4.2.4 洗掘深의 推定

(1) Z_{se}/D와 R_e 및 F_r의 相關

本實驗에서 橋脚徑을 달리했을 경우 最大洗掘深과 橋脚 $R_e\left(\frac{VD}{\nu}\right)$數와의 相關은 Fig. 8과 같다.

一般的으로 同一橋脚徑에 대하여 R_e數의 증가에 따라 無次元最大 洗掘深도 증가하고 있다. 이는 橋脚 R_e數의 流速項이 증가함에 따라 R_e의 값이 커지므로 流速의 증가에 따른 洗掘深의 증가를 나타낸다. 本實驗에서 Z_{se}과 R_e의 關係式을 구한 결과 아래와 같다.

$Z_{se}=0.00445\ R_e^{0.716}$

상관계수$(R)\fallingdotseq 0.8$로 良好한 相關을 나타낸다.

本實驗式과 기존의 他公式과의 比較는 橋脚形狀 및 測定方法이 다소달라 직접비교가 어려우나 Fig. 8에서 알 수 있듯이 Shen et al[9](1969)의 $Z_{se}=0.0222R_e^{0.619}$, Wang et al[10](1986) $Z_s=0.00127\ R_e^{0.876}$의 公式들과 比較하면 약간 적은값들을 나타내지만 큰 差異가 없음을 알수있다.

그리고 Z_{se}/D와 橋脚 F_r數$(u/\sqrt{gD})$의 關係를 實

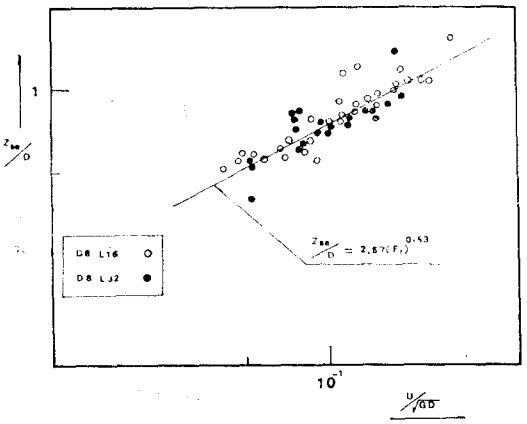


Fig. 9 Relation between Z_{se}/D and pier F_r.

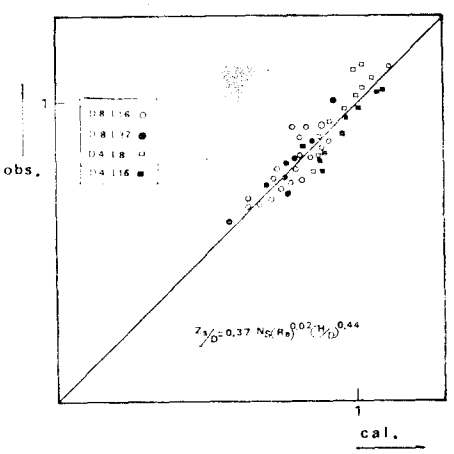


Fig. 10 Comparison of Z_s/D with calculated and observed value.

驗資料를 허용하여 나타낸것이 Fig. 9이며 相關式은 $Z_{se}/D=2.57(F_r)^{0.53}$으로 相關係數$(R)=0.87$로 Wang et al[10](1986)의 公式 $Z_{se}/D=2.0(F_r)^{0.394}$ $R\fallingdotseq 0.59$와 비슷한 값들을 나타내어 本實驗式의 적용에 큰 무리가 없을 것으로 思料된다.

(2) 洗掘深과 無次元量의 多重解析

本實驗結果를 이용하여 앞서 檢討한 洗掘에 영향을 미치는 重要 parameter인 速度, 橋脚徑, 水深 등의 無次元量에 대한 洗掘深의 無次元關係式은 아래와 같이 놓을수 있다.

$$Z_s/D=f(N_s, R_e, H/D)$$

이를 Gauss 정규방정식화 하여 해석하면

$Z_s/D=0.37(N_s)(R_e)^{-0.02}(H/D)^{0.44}$ 로 表示되며 實測値와 計算値와의 比較는 Fig. 10 과 같다.

本實驗과 他公式과의 比較는 前述한 바와 같이 橋脚形狀 및 材質의 差異 즉 半圓形橋脚에 대한 他研究가 없어 比較檢討가 불가능하나 圓形橋脚에 대한 기존 公式과 比較하면, Carstens[7](1966)式이 本公式과 거의 일치하며 Breuser et al[11](1977)式, Arunachalm 式들과도 近接하고 있다.

4.2.5 洗掘深과 渦度 및 抵抗力과의 相關

橋脚周邊의 흐름에서 주요한 特徵은 橋脚주위에서 發生하는 대규모의 渦流現象이다. 渦流現象은 橋脚形狀과 흐름狀態에 의하여 좌우되는 것으로 이는 鉛直流速分布와 壓力傾斜의 영향에 기인한 것이며 3次元內에서 境界層의 分離로서 馬蹄型渦流를 形成한다. 말굽형渦를 構成하고 있는 흐름은 下向으로 전개되며 이때 渦流의 中心部에서는 회절속도를 증가시키게 된다.

本實驗資料를 이용하여 無次元洗掘深과 無次元渦度와의 相關은 Fig. 11과 같이 良好한 相關을 나타내며 洗掘深은 渦度에 正比例 함을 알수있고 關係式은 다음과 같다.

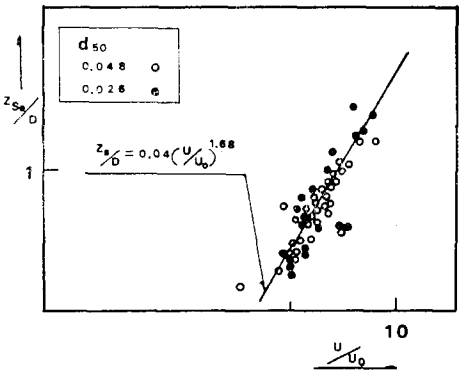


Fig. 11 Relation between Z_{se}/D and u/u_0

$Z_s/D=0.04\ (u/u_0)^{1.68}\ R\fallingdotseq 0.91$

또한 次元解析을 通하여 얻은 無次元抵抗力($D^2u^2\rho/R_m$)과 洗掘深과의 相關은 Fig. 12와 같이 正確한 定性的인 解析이 곤란하며 추후 資料를 증가하여 補完하고져 한다.

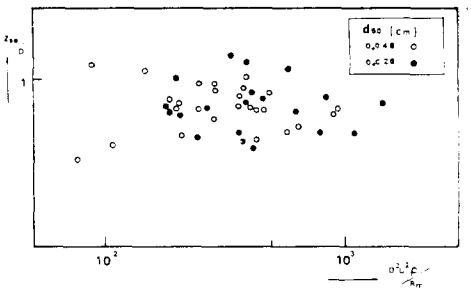


Fig. 12 Relation between Z_{se}/D and $D^2u^2\rho/R_m$

5. 結 論

本研究에서는 半圓形橋脚을 直徑과 길이의 比가 1:2 및 1:4가 되는 4種類의 콘크리트 模形으로 靜的洗掘에 대하여 洗掘深을 測定하고 2種의 아크릴 模形으로 抵抗 및 渦度를 測定하였다. 橋脚周邊部에 있어 洗掘特性을 實驗에 의해 파악하고 洗掘深에 영향을 미치는 重要要素들에 대하여 檢討하고 이들과의 關係를 규명한 결과 그 내용을 요약하면 아래와 같다.

1. 同一水理條件에서 N_s가 증대함에 따라 洗掘深도 증대하며 同一 N_s値에 대해서는 橋脚徑과 길이의 比가 클수록 洗掘深은 크게된다.
2. 흐름方向에 대한 迎角을 0°, 10°, 15°, 20°, 25°로 橋脚模形을 설치한 경우 洗掘初期에는 迎角에 큰 영향을 받지 않으나 어느시간후 洗掘深은 迎角의 크기에 영향을 받으며 本實驗에서는 迎角이 10°이상이 되면 洗掘深에 큰 영향을 미치지 못하였다.
3. 無次元洗掘深과 N_s의 相關은 거의 일차적으로 증가하고 있으며, 各 D/d의 값들에 대한 無次元洗掘深과 N_s의 相關은 확인할 수 없었다.
4. 洗掘深에 영향을 미치는 重要要素들에 대한 無次元量(R_e, F_r)과 無次元最大洗掘深의 關係式과 多重解析에 의한 相關式을 提案하였다.
5. 無次元洗掘深과 無次元渦度 및 抵抗力의 相關은 定性的인 正確한 解析이 곤란하나 渦度와의 相關性이 보다 높게 나타났다.

謝 辭

本研究는 1986年度 韓國科學財團 研究費로서 수행되어졌으며 이에 감사드린다.

參 考 文 獻

1. 今本博健, 大年邦雄, "開水路流れに設置された橋脚周邊の 水理特性について," 京大防災研究年報,

第26號 B-2, 1983, pp. 489～501.

2. 中川博次. 鈴木幸一 "橋脚による 局所洗掘深の 豫測に關する研究", 京都大學防災研究所年報, 第17號 B, 1674, pp. 725～751.
3. Rouse, H, Engineering Hydraulics, Sediment Transportation, John Wiley and Sons, 1965.
4. Thomas, Z, "*An Interesting Hydraulic Effect at Local Scour*", Proc. 12th Congress of IAHR, Vol. 3, 1967, pp. 125～134.
5. Ahmad, M, "*Experiments on Design and Behavior of Spur Dikes*", Proc Minnesota International Hydr. Convention 1953.
6. Gill, M.A. "*Erosion of Sand Beds Around Spur dikes*", Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY9, 1972, pp. 1587～1602.
7. Carstens, M.R. "*Similarity Laws for Localized Scour*", Proc Asce, Vol. 92, HY3, 1966, pp. 13～36.
8. 吉川秀夫, 石川忠晴, "砂連・砂堆上の流れの抵抗について", 日本土木學會論文集, 第281號, 1979, pp. 55～63.
9. Shen, H.W. Scheider, V.R. and Karaka, S. "*Local scour around Bridge Piers*", Journal of the Hydralics Division ASCE, Vol. 95, No. HY6, 1969.
10. Tsan-wen wang, R. Wahyuditriweko, "*Maximum Depth of Scour around Bridge Piers*" proc. 5 th Congress of AIRH, Vol. 2, 1986, pp. 333～345.
11. Breusers, H.N.C. Nicollet, G. and Shen, "*Local Scour around Cylindrical Piers*", Journal of Hydraulic Research, International Association for Hydraulic Research, Vol. 15, No. 3, 1977, pp. 211～252.