

合成箱桁의 有限要素 解析

Finite Element Analysis of the Composite Box Girder

李 定 紀* · 曹 鎮 久** · 朴 根 洙***
Lee, Jung Kee · Cho, Jin Goo · Park, Keun Soo

Summary

This paper suggests a method for the analysis of box girders which are subject to the membrane and the plate bending actions, Moreover, the method is applied to the box girders under distributed loads which have various geometrical types of cross sections and are made out of different materials.

The approach is based on the finite element technique in which the structure is considered to be a spatial assemblage of flat plate elements and the deformations of the plates are to be approximated with 9-noded parabolic isoparametric elements.

The results are summarized as follows.

1. In all models, the larger the widths of top flange inside of web are, the larger the vertical deflections are.
2. The maximum transverse and longitudinal moments in the composite box girders are judged to be larger than those in the RC box girders.
3. The transverse and the longitudinal moments in top flange of composite box girders are larger than those in that of the RC box girders.
4. The transverse and longitudinal moments in web and bottom flange of the composite box girders are estimated to be very small in compare to those in web and bottom flange of the RC box girders.

I. 序 論

最近 橋梁徑間的 長大化의 傾向에 따라 箱桁이 많이 使用되고 있으며 그의 構造 特性을 究明하기 爲한 研究가 여러 側面에서 試圖되고 있다.

一般의 箱桁은 薄板이 立體的으로 組合되어

서 閉斷面을 構成함으로 剛性이 크고 荷重의 傳達性이 좋은 等 構造의 有利한 點을 가지고 있지만 反面에 典型的인 薄板構造로서 應力分布의 不均一, 變形의 增大 또는 座掘의 不安定 等의 問題點이 있다. 그러므로 그의 使用을 爲해서는 面內變形 및 面外變形에 依한 外力에 抵抗하는 薄板의 特性을 究明하고 箱桁 全體의 立體 挙動을 正確히 把握할 必要가 있다.

* 全南大學校 大學院

** 全南大學校 農科大學

*** 金光企業 株式會社

箱桁의 解析은 1933년에 Ebner⁹⁾의 折板理論에 依한 解析法이 發表되었고 後 Resinger, De Fries-sken and Scordelis⁸⁾ 그리고 能町¹²⁾ 등은 折板理論에 依한 研究結果를 報告하였다. 한편 1940年代에 Wlassow¹¹⁾는 一般化座標法을 紹介하였으며 Lacher¹⁰⁾, Abdelsamad, Wright and Robinson¹⁾ 등은 一般化座標法을 利用한 箱桁의 解析結果를 報告한 바 있다. 1950年代에 접어들면서 컴퓨터의 發達과 더불어 有限要素法이 급격하게 보급되면서 Brown¹⁴⁾이 最初로 箱桁에 對한 有限要素解를 發表하였으며 또한 de Boer⁷⁾ Böge and Roik⁶⁾ 그리고 Bažant and Nimeiri²⁾ 등이 箱桁에 對한 理論的인 解析方法을 發表하였으며 國內에서도 曹¹⁴⁾, 陳¹⁷⁾ 등이 有限要素法을 使用한 結果를 發表한 바 있다.

이와는 다른 側面으로 Lampert, Swamy, Ledardt 등이 箱桁의 挙動에 關한 實驗結果를 發表한 바 있으나 實際로 實驗을 通하여 箱桁을 解析하는 것은 많은 經費와 努力을 必要로 하며 多様な 荷重條件 等 外的條件을 滿足시킨다는 것은 결코 容易한 일이 아니다.

이러한 점을 감안하여 本 論文의 目的은 等分布荷重을 받는 箱桁의 數值解析을 함으로써 斷面의 幾何學的 形狀 및 材料에 따른 挙動特性을 比較 檢討하여 箱桁設計의 基礎資料를 提供하는데 있으며 이때 數值 解析方法으로서는 有限要素法이 使用되었다.

여기서 對像으로한 構造系는 彈性, 等方性 및 均質인 材料로 만들어져 있으며 여기에 靜荷重이 作用하는 경우로 制限하였다.

II. 解析 方法

2.1 有限要素 모델

解析에 使用된 要素는 그림.2-1과 같은 2次元 9節點 等媒介 變數要素(9-noded parabolic isoparametric element)이며 이에 對한 形狀函數는 式(2-1)과 같이 주어진다.

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} \xi \eta (\xi - 1) (\eta - 1) \\ N_2 &= \frac{1}{2} \eta (\eta - 1) (1 - \xi^2) \\ N_3 &= \frac{1}{4} \xi \eta (\xi + 1) (\eta - 1) \end{aligned} \right\}$$

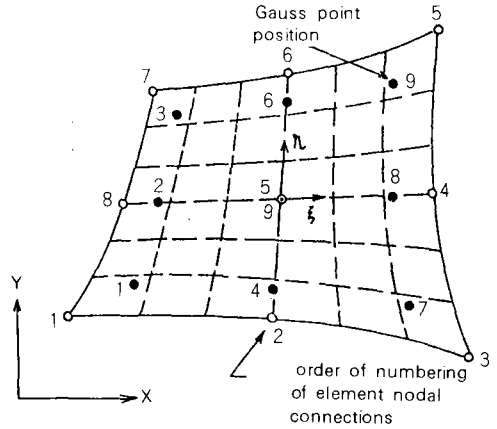


Fig. 2-1. Orientation of local axes, and order of gauss point numbering for two dimensional parabolic isoparametric element

$$\left. \begin{aligned} N_4 &= \frac{1}{2} \xi (\xi + 1) (1 - \eta^2) \\ N_5 &= \frac{1}{4} \xi \eta (\xi + 1) (\eta + 1) \\ N_6 &= \frac{1}{2} \eta (\eta + 1) (1 - \xi^2) \\ N_7 &= \frac{1}{4} \xi \eta (\xi - 1) (\eta + 1) \\ N_8 &= \frac{1}{2} \eta (\xi - 1) (1 - \eta^2) \\ N_9 &= (1 - \xi^2) (1 - \eta^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.1)$$

2.2 要素 剛度 行列

箱桁의 挙動은 面内作用과 面外作用으로 特性지어지며 이들은 서로 分離될 수 있다고 假定한다.

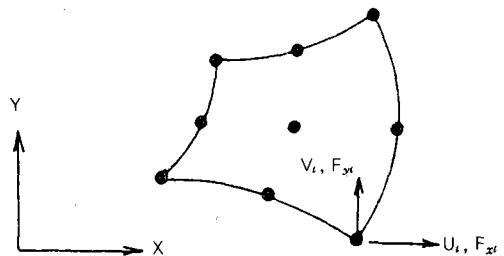


Fig. 2-2. Membrane nodal displacements and forces

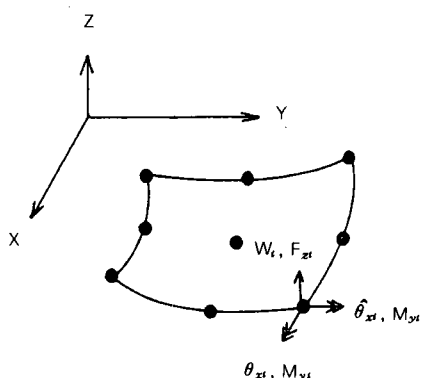


Fig. 2-3. Generalized displacements and forces for plate bending element

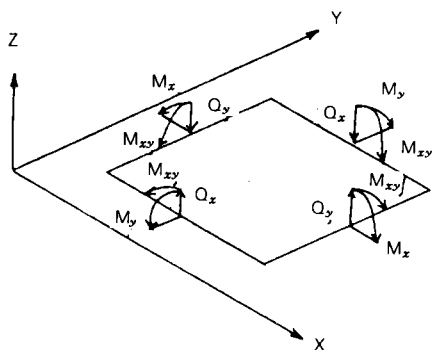


Fig. 2-4. Sign convection for bending moment and shear forces

이러한 假定을 함으로써 面内作用을 받는 面内要素에 對한 剛度行列과 面外作用을 받는 面外要素에 對한 剛度行列을 따로 求할 수 있다.

面内作用과 面外作用을 同時에 받는 箱桁의 要素 剛度行列은 面内 剛度行列과 面外 剛度行列을 중첩하여 얻을 수 있으며 이 중첩의 結果는 式(2-2)와 같이 된다.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} K_m^e & & & & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & K_b^e & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right) \quad (2-2)$$

이 때, 한 節점에 모이는 要素들이 同一한 平面上에 있지 않으면 相關이 없으나 同一한 平面上에 있는 경우 剛度行列의 行列式이 "Singular"

가 되기 때문에 그의 逆(inverse)을 求할 수 없게 된다. 이러한 問題를 解決하는 方法은 面内 剛度行列에 對하여 任意의 작은 剛度係數 $K_{\theta z}$ 를 삽입함으로써 局所座標系에서의 平衡方程式을 不定形에서 다음과 같은 形態로 고쳐쓰는 것이다.

$$K_{\theta z} \cdot \theta_{zi} = 0 \dots\dots\dots (2-3)$$

結局 θ_{zi} 는 應力에 影響을 미치지 않고 모든 平衡方程式과 關聯이 없으므로 任意의 $K_{\theta z}$ 값을 剛度係數로 採擇하는 것은 結果와는 無關하다.

2.3 컴퓨터 프로그램

本 論文에서 使用된 컴퓨터 프로그램은 1個의 메인 프로그램과 25個의 서브루틴으로 構成되어 있으며 大部分의 프로그램은 文獻¹⁵⁾에서 引用하였으며 몇 個는 새로이 開發하였다. 特히 要素의 分割 및 關聯된 데이터의 準備와 拘束條件의 設定 등을 컴퓨터 內에서 自動적으로 處理되도록 하는 프로그램을 開發하므로써 實際 解析에

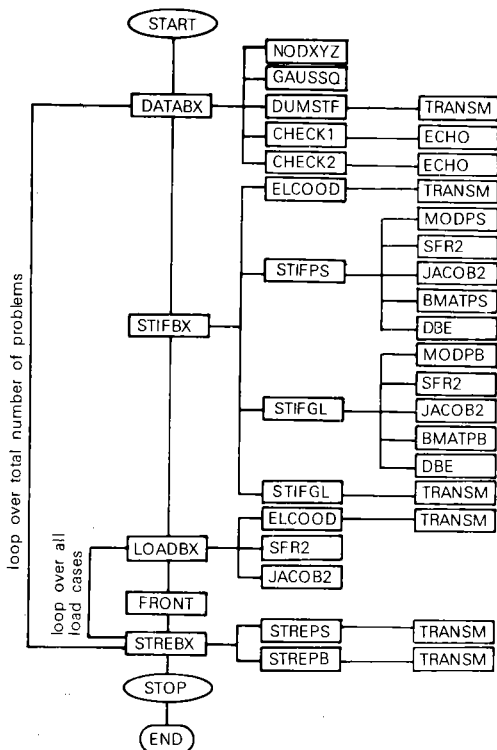


Fig. 2-5. Computer program flow chart

어서는 分割條件에 따른 몇개의 基本데이터 만을 入力시키면 되도록 하였다.

컴퓨터 프로그램의 構成은 메인 프로그램에 對한 흐름圖에 依해 그림.2-5와 같이 概略된다.

III. 解析例 및 考察

3.1 모델 構造物

앞에서 說明한 프로그램을 使用하여 單純支持된 箱桁이 500kg/m²의 等分布荷重을 받는 경우를 解析하였다. 이 때 斷面의 幾何學的인 形狀은 그림.3-1과 같이 4가지 경우로 하였으며 斷面의 材料는 斷面全體가 콘크리트로된 箱桁(以下 RC箱桁이라 함)과 上部플랜지는 콘크리트이고 腹部와 下部플랜지는 鋼材로 된 箱桁(以下 合成箱桁이라 함)으로 하였다.

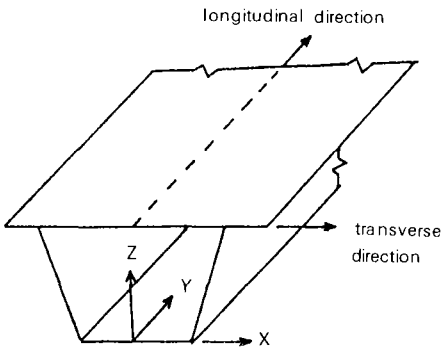


Fig. 3-1. Geometry of model structure

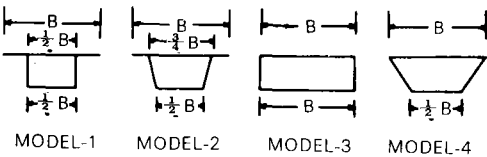


Fig. 3-2. Types of box girder cross section

解析時 使用된 箱桁의 諸元은 다음과 같다.

箱桁의 幅(B) : 600cm

箱桁의 높이(H) : 210cm

箱桁의 支間(L) : 2400cm

上部플랜지의 두께(t_f) : 20cm

腹部의 두께(t_w) : 35cm(RC箱桁)

8mm(合成箱桁)

下部플랜지의 두께(t_b) : 20cm(RC箱桁)

8mm(合成箱桁)

要素의 分割은 그림.3-3과 같으며 要素數는 96個, 節點數는 425個이었으며 總自由度는 2550이었다.

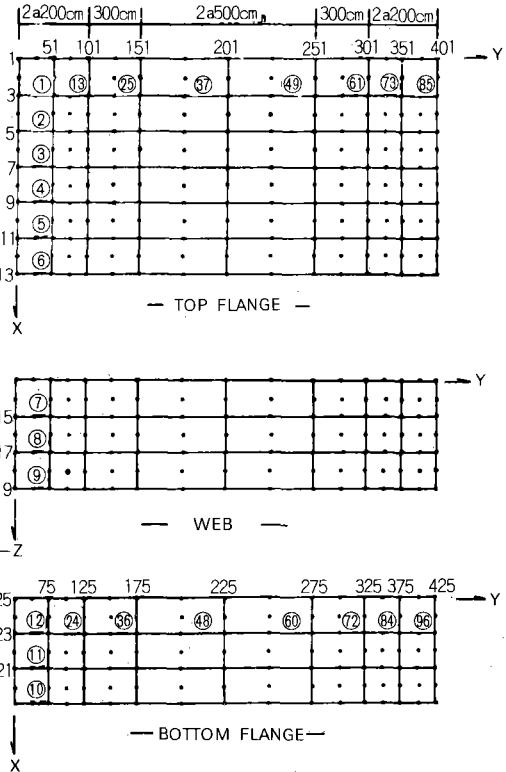


Fig. 3-3. Generation of elements for model structures

解析에 使用된 鉄筋콘크리트와 鋼材의 性質은 表 3-1 과 같다.

Table-3-1. Properties of materials

| Property material | modulus of Elasticity (kg/cm ²) | Poisson's ratio | self weight (kg/m ³) |
|---------------------|---|-----------------|----------------------------------|
| reinforced Concrete | 240,000 | 0.17 | 2,500 |
| Steel | 2,100,000 | 0.30 | 7,850 |

3.2 解析 結果 및 考察

RC箱桁의 경우 下部플랜지의 中央에서의 鉛直처짐 및 支間 中央의 上部플랜지에서 算出된

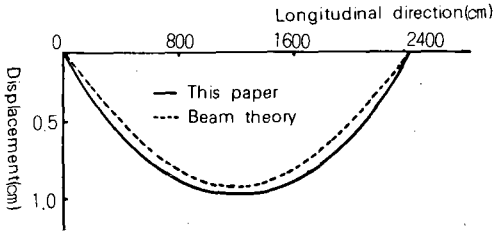


Fig. 3-4. Comparison of vertical deflection between F. E. M. and beam theory for MODEL 3, Bottom flange

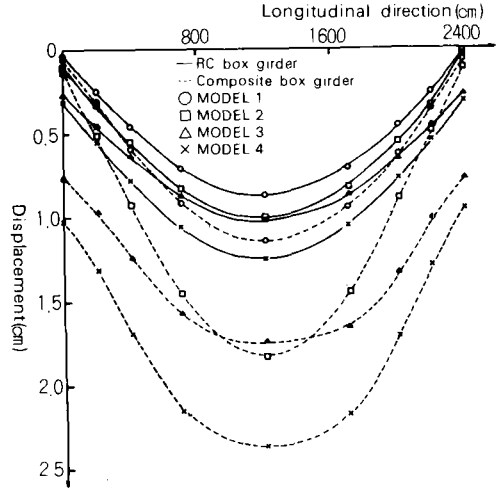


Fig. 3-6. Vertical deflection along the center line, Top flange

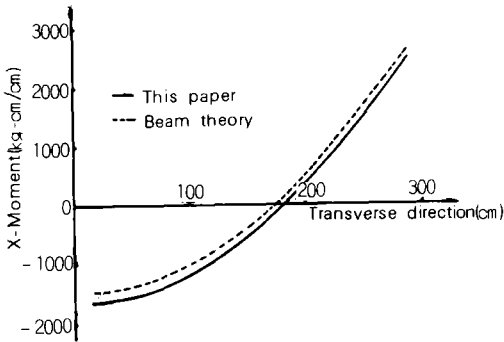


Fig. 3-5. Comparison of transverse moments between F. E. M. and beam theory for MODEL 3

橫方向모멘트(Transverse moment)를 보理論의 結果値와 比較 圖示하면 그림. 3-4 및 그림. 3-5 와 같다. 여기서 보理論에 依한 結果値가 本論文의 解析 結果値에 比하여 약간 작게 나타난 것은 보理論에서는 剪斷變形의 影響을 無視하는데 反하여 本論文의 方法에서는 剪斷變形의 影響을 考慮했기 때문에 思料된다.

上部플랜지 中央에서의 鉛直처짐을 箱桁의 길이方向을 따라 各 斷面모델別로 比較 圖示하면 그림. 3-6 과 같다.

全般的으로 腹部 內側의 上部플랜지의 幅이 큰 모델일수록 變位가 크게 나타남을 알 수 있으며 그 幅이 同一한 모델 中에서는 下部플랜지의 幅이 작은 경우에 鉛直變位가 크게 算出됨을 알 수 있다. 그리고 合成箱桁의 경우가 RC 箱桁의 경우에 比해 현저하게 變位가 크게 나타났는데 이는 合成箱桁이 RC箱桁보다 剛性(EI)이 작기 때문인 것으로 思料된다.

RC箱桁과 合成箱桁에 對하여 支間中央 斷面

에서의 橫方向모멘트를 各 모델別로 比較 圖示하면 그림. 3-7 ~ 그림. 3-10 과 같다.

以上 4個의 그림에서 나타나는 共通的인 事項

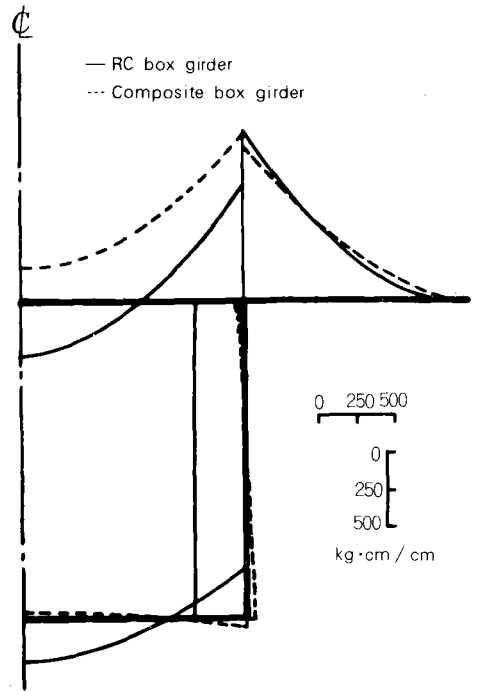


Fig. 3-7. Transverse moment at midspan, MOD-EL 1

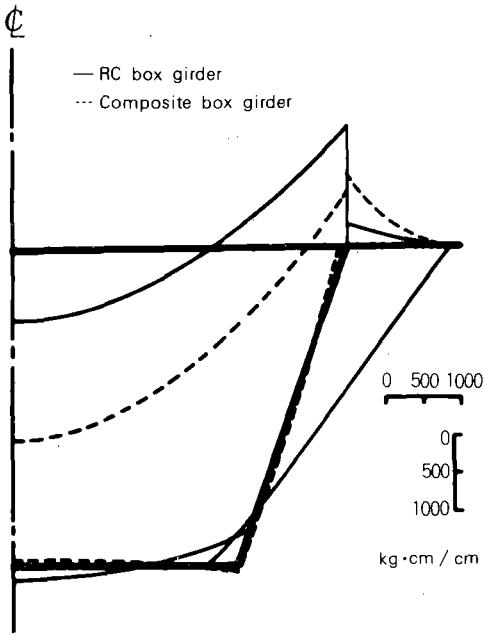


Fig. 3-8. Transverse moment at midspan, MODEL 2

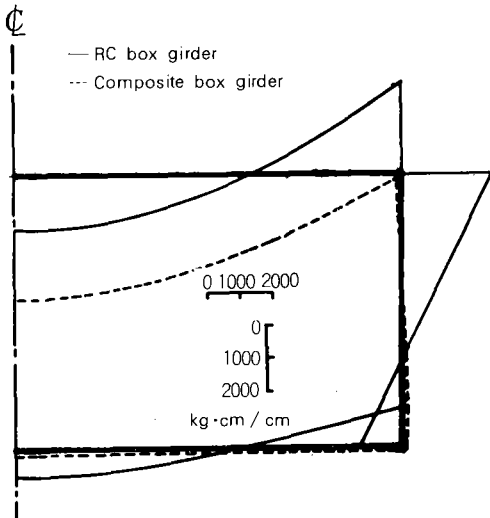


Fig. 3-9. Transverse moment at midspan, MODEL 3

은 上部플랜지에서의 橫方向모멘트는 RC箱桁의 경우가 合成箱桁의 경우에 비해 작게 나타났으나 腹部와 下部플랜지에서는 RC箱桁에 비해 합

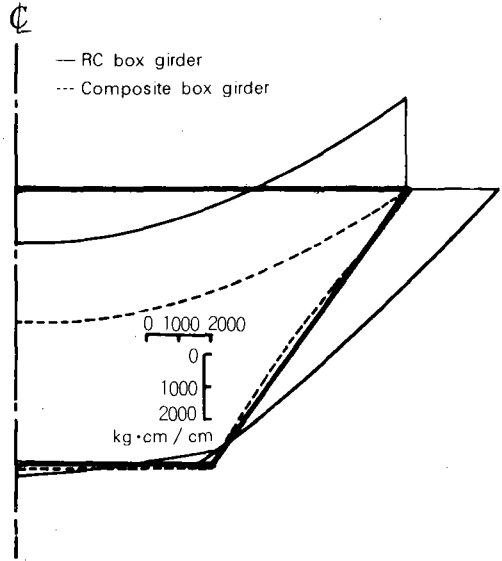


Fig. 3-10. Transverse moment at midspan, MODEL 4

成箱桁의 경우에 橫方向모멘트는 극히 작게算出되었다. 이는 合成箱桁의 경우에 腹部와 下部플랜지의 材料로 使用한 鋼材가 콘크리트보다 훨씬 stiff하기 때문인 것으로 思料된다.

또한 最大 橫方向모멘트는 RC箱桁의 경우에 비해 合成箱桁의 경우에서 크게算出되었다. 이러한 事實은 鋼材와 콘크리트를 組合하여 만든 箱桁에 荷重이 作用했을 때 많은 荷重이 콘크리트板 部分으로 傳達되기 때문으로 생각된다.

RC箱桁과 合成箱桁에 對하여 支間 中央의 斷面에서의 軸方向모멘트(Longitudinal moment)를 各 모델 別로 比較 圖示하면 그림. 3-11~그림. 3-14와 같으며 全般的인 變化패턴이 橫方向모멘트와 유사한 경향을 보이고 있음을 알수 있다.

IV. 結 論

等分布荷重을 받는 RC箱桁과 合成箱桁에서 斷面の 幾何學的인 形狀을 달리한 여러 가지의 解析 例를 比較 檢討한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. 箱桁의 鉛直처짐은 斷面腹部 內側의 上部 플랜지의 幅이 큰 모델일수록 크게 나타났으며 그 幅이 同一한 경우에는 下部플랜지의 幅이 큰

合成箱桁의 有限要素 解析

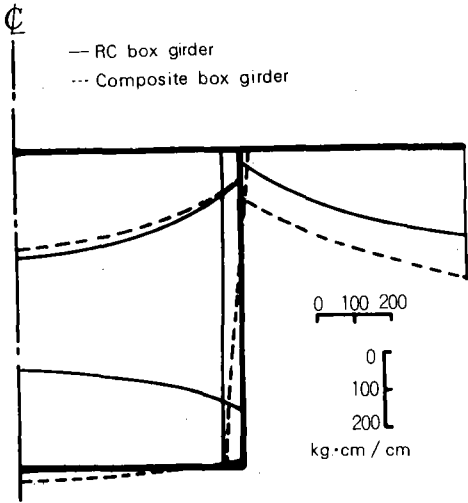


Fig. 3-11. Longitudinal moment at midspan, MODEL 1

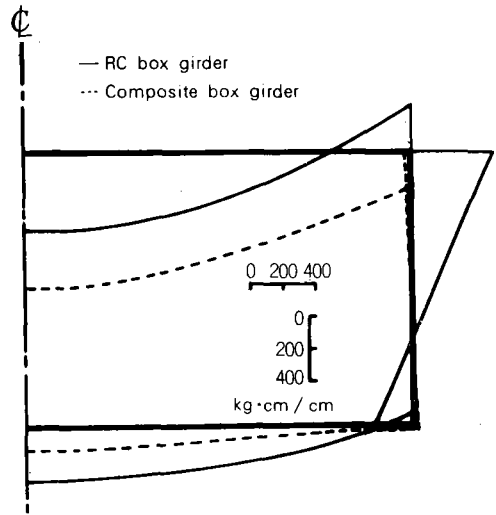


Fig. 3-13. Longitudinal moment at midspan, MODEL 3

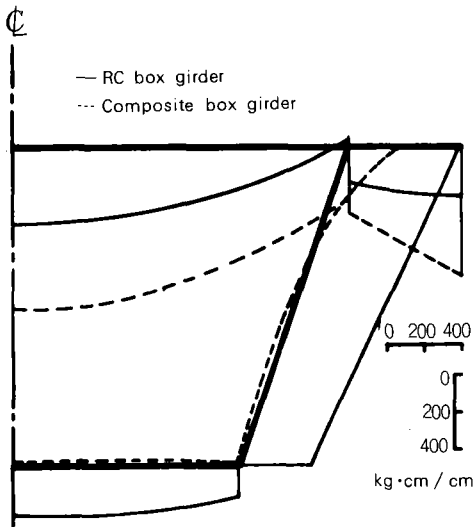


Fig. 3-12. Longitudinal moment at midspan, MODEL 2

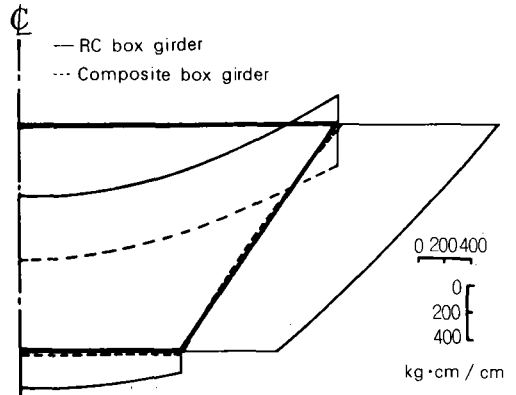


Fig. 3-14. Longitudinal moment at midspan, MODEL 4

모델의 경우가 작게 나타났다.

2. 最大 橫方向모멘트와 最大 軸方向모멘트는 RC箱桁의 경우에 비해 合成箱桁의 경우에 큰 값으로 算出되었다.

3. 上部플랜지에서의 橫方向모멘트와 軸方向모멘트는 RC箱桁의 경우가 合成箱桁의 경우에 비해 작게 나타났다.

4. 腹部와 下部플랜지에서의 橫方向모멘트와 軸方向모멘트는 合成箱桁의 경우가 RC箱桁의 경우에 비해 극히 작게 나타났다.

參 考 文 獻

1. Abdel-samad, S.R., Wright, R.N. and Robinson, A.R., "Analysis of box girders with

- diaphragms", Proc. of ASCE, Vol. 94, No. ST10, 1968, pp. 2231-2256
2. Bazant, Z.P., and El Nimeiri, M., "Stiffness method for curved box girders at initial stress", Journal of the structural div., ASCE, Vol. 100, No. ST10, Oct., 1974, pp. 2071-2089
 3. Maisel, B. I., Rowe, R.E. and Swann, R.A., "Concrete box girder bridges", The structural engineer, Vol. 51, No. 10, Oct., 1973, pp. 363-376
 4. Martti J. Mikkola and Juha Paavola, "Finite element analysis of box girders", Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 106, No. ST6, June, 1980, pp. 1343-1346
 5. Scordelis, A. C., Bouwkamp, J. G. and Wasiti, S. T., "Structural response of a concrete box girder bridge", Journal of the structural div., ASCE, Vol. 99, No. ST10, Oct., 1973, pp.2031-2048
 6. Böge, G. and Roik, K., "Finite verfahren zur berechnung prismatischer flachentragwerke unter berücksichtigung von schubverformungen und änderungen der querschnittsgestalt", Die Bautechnik, Vol. 50, No. 7, July, 1973, pp. 227-235
 7. De Boer, R., "Die näherungsweise ermittlung der mittragenden breite bei geraden prismatischen stäben mit geschlossenen dunnwandigen profilen", Der Stahlbau, Vol. 39, No. 1, Jan., 1970, pp. 16-20
 8. De Fries-Skene, A. and Scordelis, A. C., "Direct stiffness solution for folded plates", Proc. of ASCE. No. ST4, 1964, pp. 15-47
 9. Ebner, H., "Die beanspruchung dunnwandiger kastenträger auf drillung bei behinderter querschnittswölbung, Zeitschrift für flugtechnik and motorluftschiffahrt", Nr. 23, 1933, pp.645-655, pp. 684-692
 10. Lacher, G. "Zur berechnung des einflusses der querschnittsverformung auf die spannungsverteilung bei durch elastische oder starre querschotte versteiftem querschnitt unter querlast", Der stahlbau, Vol. 31, Nr. 10, 1962, pp.299-308
 11. Wlassow, W. S., "Allgemeine schalentheorie und ihre anwendung in der technik". Akademie Verlag, 1958
 12. 能町純雄, "剛なダイヤフラムで等区畫に分けられる 簿肉長方形箱けたの曲げねじりについて 日本 土木學會 論文報告集. No. 146 1967, pp. 13-21
 13. 建設部, "道路橋 標準示方書", 1979
 14. 曹鎮久, "有限要素法에 의한 箱桁의 解析", 全南大學校 農漁村開發研究. 第16卷2號, 1981, pp. 33-38
 15. 曹鎮久, 趙顯榮, "地盤과 構造物 사이의 相互作用을 考慮한 農業用 사이로의 解析에 관한 研究 (I)." 韓國 農工學會誌, 第27卷2號 1985. 2, pp. 38-46
 16. 曹鎮久, 趙顯榮, "地盤과 構造物 사이의 相互作用을 考慮한 農業用 사이로의 解析에 관한 研究 (II)" 韓國 農工學會誌, 第27卷 3 號 1985. 10, pp. 97-108
 17. 陳致燮, "有限要素法에 의한 曲線箱桁橋의 解析", 釜山大 博士學位論文, 1983
 18. 李定紀, "箱桁의 有限要素 解析", 全南大 碩士學位論文, 1987