

# SMEMAX 變換에 의한 渴水頻度分析에 관한 研究

## A Study on the Minimum Flow Frequency Analysis by SMEMAX Transformation

李 淳 赫\* · 朴 明 根\*\*  
Lee, Soon Hyuk · Park, Myeong Keun

### Summary

This study was conducted to pursue the normalization of frequency distribution by making approach the coefficient of skewness to nearly zero through SMEMAX transformation and to get probable minimum flows can be acquired by means of transformation equation which has been derivated by SMEMAX method to the annual minimum flow series of five watersheds along Geum river basin. The results obtained through SMEMAX method were compared with probable minimum flows according to return periods by Type III extremal distribution which has been determined as the best fitted one among probability distributions for the analysis of minimum flow. All the results obtained through this study are summarized as follows.

1. SMEMAX transformation based on median value was proved to be the best method when the coefficient of skewness has less reliability because of the short duration for the observation and were not affected by accidental outliers.
2. SMEMAX transformation has found to be the best one for the coefficient of skewness to be made nearly zero in comparison with log and cubic root transformation.
3. Probable minimum flows according to the return periods were derivated by transformation equations obtained through theoretical analysis of SMEMAX transformation.
4. In general, probable minimum flows by SMEMAX method were appeared as higher values in the range of five and twenty years and as lower ones in the range of below than five and more than fifty years in return periods respectively, in comparison with the results of type III extremal distribution.
5. Relative errors in the probable minimum flows of SMEMAX method to the results of type III extremal distribution were shown to be within ten percent except those of one hundred years in return periods.
6. SMEMAX method was also confirmed to be useful for the analysis of minimum flow frequency as well as flood frequency analysis.

---

\* 忠北大學校 農科大學

\*\* 忠北大學校 大學院

## I. 緒 論

河川의 流量記錄으로부터 利水를 위한 各種 水利構造物의 設計基準이 되는 設計渴水量을 計算하는 것은 매우 重要한 일이 아닐 수 없다. 만일 충분한 水文資料가 있어 設計再現期間에 해당하는 값을 직접 資料로부터 구할 수 있다면 큰 문제가 없겠으나 대부분의 경우 資料의 期間은 設計再現期間보다 훨씬 적은 것들이어서 資料로부터 직접 원하는 값을 구하기는 불가능한 경우가 많다. 따라서 過去 水文觀測值로부터 水文資料系列을 選定한 후 그 系列에 관한 流域別 適正確率分布型의 決定과 함께 該當確率分布에 의한 將次的 發生頻度別 渴水量을 豫測함은 무엇보다도 중요하다.<sup>8,9)</sup>

渴水量의 頻度解析은 國內外的으로 별로 많지 않은 편으로 Gumbel<sup>7,8)</sup>은 渴水頻度分析을 爲해서 TypeⅢ極值分布에 必要的 媒介變數를 구하는 方法에는 모멘트法, 特定旱魃에 對한 順序統計를 利用하는 法과 實測極小旱魃量을 使用하는 法이 있는데 이들중 어느 하나를 利用하여 誘導될 수 있다고 發表하였다. 또한 Velz와 Gannon<sup>20)</sup>은 Michigan의 몇 個의 河川을 相對로 圖式的 節次에 의해 確率渴水量을 對數極值確率紙上에 圖示하였으며 Matalas<sup>16)</sup>는 渴水量의 確率分布에 있어서 Gumbel分布과 Pearson TypeⅢ分布가 다른 確率分布에 비해 보다 適合한 分布型이라고 發表하였고, 王<sup>22)</sup>은 Gumbel의 極值分布의 理論에 依據 臺灣41個 流域을 對象으로 渴水確率分析의 結果를 發表하였다. 그리고 Prakash<sup>17)</sup>는 美國 66個 河川의 低水量을 對象으로 SMEMAX變換을 利用하여 分析한 結果 全體 河川의 水文資料를 正規化시켰으며, 再現期間 100年까지의 低水量의 推定值를 發表하였다.

한편, 우리나라에서는 金, 李<sup>12)</sup>는 洛東江流域을 對象으로 最小值流量의 頻度分析에서 TypeⅢ極值分布가 適合한 型이라고 發表하였으며 또한 李, 韓<sup>13)</sup>도 錦江流域을 對象으로 年渴水量值를 資料로 하여 渴水頻度分析結果 TypeⅢ極值分布가 適正分布型으로 判定되어 金, 李<sup>12)</sup>의 結果와 같은 樣相을 나타내고 있다.

그런데 年渴水量이나 年最大洪水量 등과 같은 水文現象의 觀測值들은 頻度分布樣相이 正規分布로 되지 않고 非對稱인 경우가 許多하다. 그러

나 때로는 이들 水文變量들에 대한 對數變換과 平方根變換 等의 方法으로 正規分布化가 가능하기도 하나 大部分의 경우에는 이들 變換에 의해서 正規分布로 되지 않는 경우가 많다.

이에 本 研究에서는 李, 朴<sup>14)</sup>의 年最高值인 洪水量系列을 對象으로 SMEMAX變換에 의한 頻度分析에 이어 錦江의 5個流域에 대한 年渴水量을 對象으로 SMEMAX變換에 의한 歪曲度係數를 零에 接近시킴으로써 正規分布化를 追求하고 他變換과의 比較와 함께 誘導되는 變換方程式에 依據한 頻度分析을 遂行함으로써 求해진 確率渴水量을 既히 適正確率分布型으로 判定된 TypeⅢ極值分布에 의한 發生頻度別 渴水量과의 比較分析을 遂行하고자 한다.

## II. 使用基本水文資料

本 分析에 使用된 資料는 錦江水系內의 5個 觀測地點인 窺岩, 公州, 松浦, 沃川, 龍潭地點의 流域을 對象으로 하여 每年 渴水量을 選定<sup>10,11,23)</sup> 하였으며, 流域面積은 最小인 龍潭의 937km<sup>2</sup>를 爲始해서 最大는 窺岩의 8,273km<sup>2</sup>이며, 또한 使用 資料期間은 最短 14年에서 最長27年의 범위를 나타내고 있으며 各 觀測所의 流域概要는 Table-1 및 Fig.1과 같다.

## III. SMEMAX變換의 理論的 分析

SMEMAX變換은 觀測資料의 歪曲度係數를 減少시킴으로써 一般的으로 資料分布型態을 正規化시킨다. SMEMAX는 資料의 最小值( $X_s$ ), 中央值( $X_m$ ) 및 最大値( $X_t$ )가 각각 꼭지점이 되는

Table-1. Gauging stations

Station	Area (km <sup>2</sup> )	Observed durations (yrs)	Location
Gyu Am	8,273	1950-1977(28)	Long: 126°03'36" Lat.: 36°16'17"
Gong Ju	7,126	1950-1977(28)	Long: 127°07'38" Lat.: 36°27'43"
Song Po	3,882	1963-1978(16)	Long: 127°34' Lat.: 36°24'
Og Cheon	2,943	1929-1970(42)	Long: 127°39'08" Lat.: 36°16'16"
Yong Dam	937	1963-1977(15)	Long: 127°32' Lat.: 35°58'

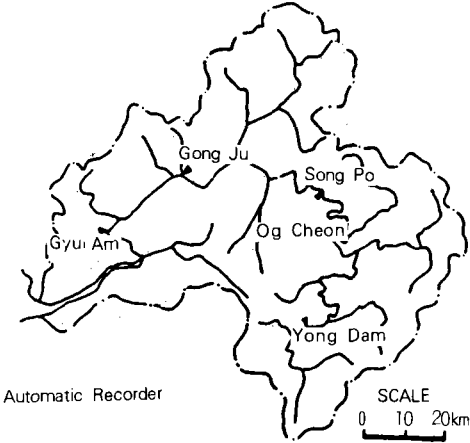


Fig. 1. Location of stream gauges in the Geum River basin

直角三角形에 근거를 두고 있다.<sup>1,2,3,17,18)</sup> 이 直角三角形의 밑변과 높이는 資料의 中央値보다 작거나 큰 部門으로 나누어 진다. 觀測資料値의 變換된 對應値는 直角三角形의 斜邊에 位置하게 되며 따라서 각 資料의 對應値에 관한 解는 正弦의 三角形法則에 따른다.

SMEMAX에 의한 直角三角形  $X_s$ ,  $X_m$  및  $X_i$ 의 作圖는 Fig. 2에서 보는바와 같이 水平線위에  $X_s$ 를 基點으로 하여 모든 觀測値들을 프루트하

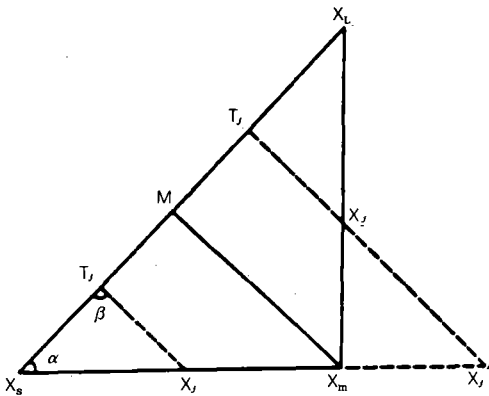


Fig. 2. SMEMAX Transformation

고 轉換點으로서 中央値,  $X_m$ 을 表示하고  $X_m$ 의 左便에 있는 線分,  $\overline{X_s X_m}$ 을 밑변으로 하고 나머지 線分,  $\overline{X_m X_i}$ 는  $X_m$ 을 基點으로 하여 反時計方向으로  $90^\circ$  角度 廻轉시킴으로써 直角三角形의 높이를 이룬 다음 다음 두 線分의 끝인  $X_s$ 와  $X_i$ 를 이음

으로서 直角三角形의 斜邊을 이룬다. 線分,  $\overline{MX_m}$ 은 中央値,  $X_m$ 을 斜邊의 中心點, M에 연결시킨 것이며 直角三角形의 밑변이나 높이에 있는 임의의 觀測値, X를 지나고 線分  $\overline{MX_m}$ 에 平行하게 그려진 線은 X의 變換値를 代表하는 斜邊의 2개로 兩分된 線을 따라서 同等하게 分布되게 된다. Fig. 2에서의  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 2 個角은 變換을 위해 매우 중요하다.

$$\text{即 } \alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{X_i - X_m}{X_m - X_s} \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha \dots\dots\dots (2)$$

觀測値,  $X_i$ 가  $X_m$ 보다 작거나 같으면 sine法則에 의해서 斜邊에 따른  $\overline{T_i X_s}$ 의 長이는

$$\overline{T_i X_s} = (X_i - X_s) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{(X_i - X_s)}{2 \cos \alpha} \dots\dots\dots (3)$$

한편 觀測値,  $X_i$ 가  $X_m$ 보다 크다면 直角三角形 밑변의 延長에 대한 線分  $\overline{X_j X_m}$ 의 投影은

$$\overline{X_j X_m} = (X_j - X_m) \cot \alpha \dots\dots\dots (4)$$

또한 sine法則에 의해서 斜邊에 연한 線分  $T_j X_s$ 의 長이는

$$T_j X_s = [(X_m - X_s) + (X_j - X_m) \cot \alpha] \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \dots (5)$$

혹은

$$\overline{T_j X_s} = \frac{(X_m - X_s) + (X_j - X_m) \cot \alpha}{2 \cos \alpha} \dots\dots\dots (6)$$

$X_i$ 와  $X_j$ 가  $X_m$ 과 같을때 線分  $\overline{T_i X_s}$ 와  $\overline{T_j X_s}$ 와의 長이는 같다.  $X_i = X_s$ 이면 式(3)에 의해서  $\overline{T_i X_s} = 0$ 이 되고 이로서  $T_i = 0$ 이 된다.  $\overline{T_i X_s}$ 와  $\overline{T_j X_s}$ 의 長이를 각각  $T_i$ 와  $T_j$ 로 나타낼 수 있고, 이들은 각각  $X_i$ 와  $X_j$ 의 變換된 對應値들이다. 式(3)과 (6)은  $X_i$ 와  $X_j$ 의 變換된 對應値들이 구해졌을 때  $X_i$ 와  $X_j$ 에 대해 冪사리 계산될 수 있다.

$$X_i = T_i 2 \cos \alpha + X_s \dots\dots\dots (7)$$

$$X_j = (T_j 2 \cos \alpha + X_s - X_m) \tan \alpha + X_m \dots\dots\dots (8)$$

式(7)은 渴水量의 中央値인  $\frac{(X_m - X_s)}{2 \cos \alpha}$ 의 變換値보다  $T_i$ 의 값이 작게 될 때 사용되고, 其外의 경우에는 式(8)을 사용하게 된다.

#### IV. 分析結果 및 考察

##### 1. 歪曲度係數의 比較

無變換, 對數變換, 平方根變換 및 SMEMAX 變換에 의해 구해진 歪曲度係數,  $C_s$ 의 結果는 Table-2와 같다.

Table-2의 結果에서 보건데 歪曲度係數는 全

Table-2. Evaluation of Coefficients of Skewness by four Methods

Stations	Transformation			
	None	Ln	Square root	SMEMAX
Gyu Am	0.442	-0.319	0.271	-0.217
Gong Ju	1.235	0.223	0.732	0.157
Song Po	1.495	0.587	1.062	0.452
Og Cheon	-0.239	-1.251	-0.770	-0.488
Yong Dam	-0.362	-0.921	-0.634	-0.205

對象流域에 걸쳐 일반적으로 SMEMAX에 의한 變換이 對數 및 平方根變換에 비해 훨씬 零에 接近하는 낮은 歪曲度係數를 나타냄으로써 本 研究에서 主眼點을 두고 있는 正規分布化가 可能함이 立證되었고 따라서 水文資料值가 적으므로 해서 誘發될 수 있는 歪曲度係數의 信憑性이 低下될 때 이 方法이 有用하며 Median Value에 基本을 두게 됨으로써 우연한 Outlier에 의한 影響을 별로 받지 않는 비교적 安定된 資料值로 變換될 수 있다는 장점을 발견할 수 있었다.

2. SMEMAX變換에 의한 確率渴水量

가. 基本統計值

無變換 및 SMEMAX變換에 의한 平均値, 分散 및 標準偏差를 구한 結果는 Table-3과 같다. Table-3에서 보는 바와 같이 無變換 및 SMEMAX變換에 의한 平均値는 1.995~21,052 및 0.499~19.311의 범위를 각각 나타내고 標準偏差는 0.333~12.698 및 0.238~10.660의 범위를 각각 나타내고 있다.

나. 再現期間別 確率渴水量

再現期間別 渴水頻度係數, K의 값은 Table-4와 같으며, 이에 따른 再現期間別 確率渴水量의 結果值는 Table-5와 같다. 여기에서 보는바와 같이 全流域 共히 再現期間이 커짐에 따라서 確率渴水量值가 점점 減少됨을 읽을 수 있다. 이는

Table-4. Frequency factors according to return Periods

Return period	2	5	10	20	50	100
Frequency factor	0	-0.8416	-1.2816	-1.6449	-2.0538	-2.3264

Table-5. Probable minimum flow by SMEMAX Transformation method for each Watershed(CMS)

Stations	Return Periods, T(yrs)					
	2	5	10	20	50	100
Gyu Am	19.16	14.40	11.98	9.99	7.75	6.25
Gong Ju	10.09	6.97	5.34	4.00	2.48	1.47
Song Po	7.20	5.66	4.85	4.19	3.44	2.94
Og Cheon	10.04	8.13	7.13	6.30	5.37	4.75
Yong Dam	2.01	1.72	1.56	1.43	1.28	1.19

再現期間이 커짐에 따라서 確率洪水量值가 增加<sup>14)</sup>하는것에 反比例하는 現象을 나타내고 있다.

다. Type III極值分布에 의한 適正確率渴水量과의 比較

該當流域들의 適正確率分布型으로 이미 判定된 Type III極值分布型<sup>13)</sup>과 SMEMAX變換에 의해서 구해진 再現期間別 確率渴水量과를 比較한 結果 Table-6과 같고, 이들 流域들에 대해 對數極值確率紙上<sup>20)</sup>에 그린 結果는 Fig. 3~Fig. 7과 같다.

SMEMAX變換에 의한 確率渴水量은 Type III極值分布에 의한 것보다 全流域에 걸쳐 一般的으로 再現期間, 5年에서 20年사이는 다소 높게 나타난 반면 再現期間, 5年미만과 50年이상은 낮은 結果를 나타내고 있으며 또한 SMEMAX變換의 Type III極值分布에 대한 相對誤差는 再現期間 100年을 除外하고는 一般的으로 全流域에 걸쳐 10%内外의 許容誤差를 나타내고 있다. 이

Table-3. Basic Statistics

Stations	None			SMEMAX		
	X	S <sup>2</sup>	S	X	S <sup>2</sup>	S
Gyu Am	21.052	64.705	8.044	11.398	35.565	5.947
Gong Ju	16.705	161.246	12.698	19.311	113.636	10.660
Song Po	7.708	10.740	3.277	4.222	5.842	2.417
Og Cheon	10.146	5.808	2.410	4.100	3.046	1.745
Yong Dam	1.995	0.111	0.333	0.499	0.057	0.238

Table-6. Comparison of Probable minimum flows calculated by Type III extremal and SMEMAX transformation method

Stations	Distribution & Relative Error	Return Period, T(yrs)					
		2	5	10	20	50	100
Gyu Am	Type III Extremal	19.96	13.62	11.09	9.44	8.07	7.41
	SMEMAX	19.16	14.40	11.98	9.99	7.75	6.25
	R. E.	0.040	0.057	0.080	0.055	0.040	0.155
Gong Ju	Type III Extremal	13.67	6.62	4.69	3.72	3.10	2.87
	SMEMAX	10.09	6.97	5.34	4.00	2.48	1.47
	R. E.	0.262	0.053	0.139	0.075	0.200	0.488
Song Po	Type III Extremal	7.13	5.01	4.35	3.99	3.75	3.65
	SMEMAX	7.20	5.66	4.85	4.19	3.44	2.94
	R. E.	0.009	0.130	0.115	0.050	0.083	0.195
Og Cheon	Type III Extremal	10.26	8.11	6.95	5.99	4.95	4.29
	SMEMAX	10.04	8.13	7.13	6.30	5.37	4.75
	R. E.	0.021	0.002	0.026	0.052	0.085	0.107
Yong Dam	Type III Extremal	2.16	1.86	1.66	1.47	1.23	1.05
	SMEMAX	2.01	1.72	1.56	1.43	1.28	1.19
	R. E.	0.069	0.075	0.060	0.027	0.041	0.133

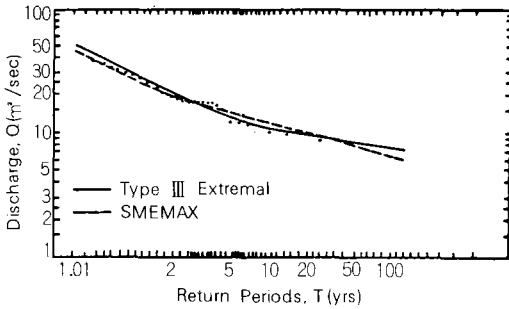


Fig. 3. Comparison of probable minimum flow by Type III Extremal and SMEMAX transformation method at Gyu Am

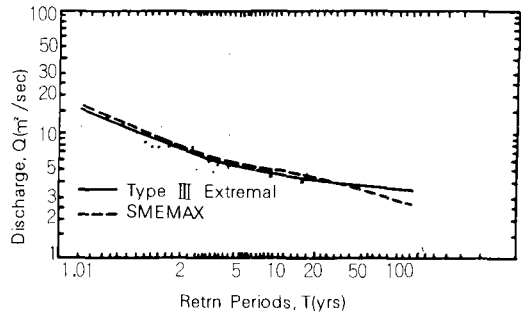


Fig. 5. Comparison of probable minimum flow by Type III Extremal and SMEMAX transformation method at Song Po

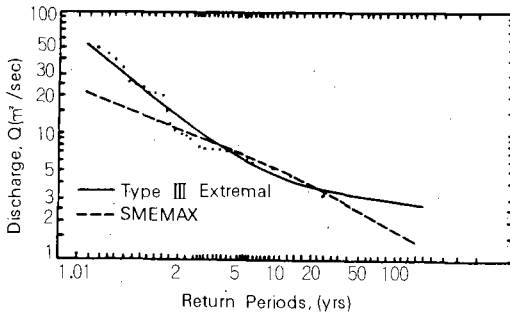


Fig. 4. Comparison of probable minimum flow by Type III Extremal and SMEMAX transformation method at Gong Ju

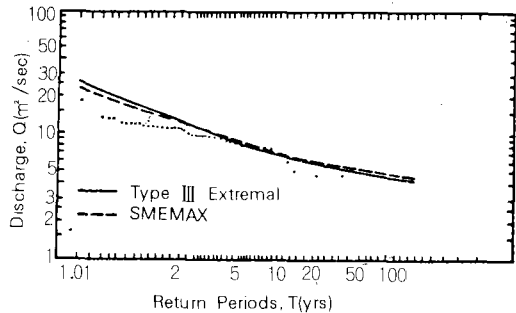


Fig. 6. Comparison of probable minimum flow by Type III Extremal and SMEMAX transformation method Og Cheon

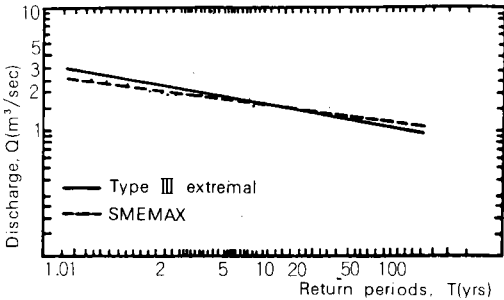


Fig. 7. Comparison of probable minimum flow by Type III Extremal and SMEMAX transformation method at Yong Dam

는 SMEMAX變換에 의한 洪水頻度分析의 結果와 유사한 傾向을 나타내고 있다.<sup>14)</sup>

## V. 結 論

錦江水系内の 5 個 流域에 대한 年渴水量을 對象으로 하여 SMEMAX變換에 의한 歪曲度係數를 零에 接近시키고 正規分布化를 追求함으로써 誘導된 變換方程式에 依據하여 渴水頻度分析을 遂行함으로써 確率渴水量을 求하였다. 따라서 SMEMAX法에 의해 求해진 確率渴水量을 適正渴水確率分布型으로 既히 檢定된 Type III 極值分布에 의한 再現期間別 渴水量과 比較分析을 試圖하였으며 여기에서 얻어진 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. SMEMAX變換은 Median值에 基本을 두게 되어 우연한 Outlier에 의한 影響을 받지 않으며 資料年數가 적어서 歪曲度係數의 失真도가 低下될때 매우 有用함이 立證되었다.
2. 各 流域別 年渴水量系列의 SMEMAX變換은 對數 및 平方根變換에 비해 零에 더욱 近接하는 歪曲度係數를 나타내었다.
3. SMEMAX의 變換式에 의한 再現期間別 渴水量을 流域別로 誘導하였다.
4. SMEMAX에 依한 確率渴水量은 Type III 極值分布에 의한 것보다 一般적으로 再現期間, 5年에서 20年사이는 다소 높게 나타난 반면 再現期間, 5年미만과 50年이상에서는 낮은 結果를 가져왔다.
5. Type III 極值分布에 의한 確率渴水量에 대한 SMEMAX變換에 의한 結果值들과의 相對誤差는 再現期間, 100年을 除外하고는 一般적으로

全流域에 걸쳐 10%内外의 許容誤差를 나타내고 있다.

6. SMEMAX는 洪水量의 頻度分析은 물론 渴水量의 頻度分析에도 有用함이 또한 確認되었다.

## 參 考 文 獻

1. Ang, Alfredo H.S. and Tang, W.H.(1975) : Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. 1, John Wiley & Sons, Inc. pp. 261~318.
2. Benjamin, J.R. and Cornell, C.A.(1970) : Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York, pp. 370~500.
3. Bethalahmy, N. (1977) : Flood analysis by SMEMAX transformation, J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng., 103(HYI), pp. 69~78.
4. Box, G.E.P. and Cox, D.R.(1964) : An analysis of transformation, Journal of the Royal Statistical Society, Vol. B 26, pp. 211~252.
5. Chow, V.T. (1966) : Statistical and Probability Analysis of Hydrological Data, Handbook of Applied Hyrdlogy, McGraw Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., part 1, Frequency Analysis, Section 8-8, 8-9.
6. Emir Zelenhastic (1970) : Theoretical probability distributions for flood peaks, Hyd. papers, No. 42, C.S.V., pp. 1~21.
7. Gumbel, E. J. (1958) : Statistics of Extremes, Columbia Univ. Press, New York.
8. \_\_\_\_\_ (1963) : Statistical Forecast of Droughts, Bull. Int. Ass. Sci. Hydro., 8(1).
9. Haan, C.T. (1977) : Statistical Methods in Hydrology, I.S.U. Press, Ames., pp. 97~158.
10. 建設部(1972) : 錦江流域調査事業報告書
11. \_\_\_\_\_, 産業基地開發公社(1974) : 韓國河川調査書, pp. 97~126, 424, 432, 467~495.
12. 金知學, 李舜鐸(1974) : 極值流量의 頻度分析에 관한 研究, 嶺南大學校大學院.
13. 李淳赫, 韓重錫(1979) : 極值流量의 最適分布型과 極值確率流量에 관한 研究, 韓國農工學會誌, 第21卷, 第4號, pp. 108~116.
14. \_\_\_\_\_, 朴明根(1985. 12) : SMEMAX變換에

- 의한 洪水頻度分析에 관한 研究, 忠北大學  
校論文集, 第30輯, pp. 165~175.
15. Linseley, R.K., Kohler, M.A. and Paulhus,  
J. L. H. : Hydrology for Engineers, Third  
edition, McGraw Hill Book Co. Inc., N. Y.,  
pp. 357~374.
16. Matalas, N.C.(1963) : Probability distribution  
of low flows, Statistical studies in Hyd., U.  
S. Geol. surv. Prof. paper 434-A.
17. Prakash, A. (1981) : Statistical determination  
of design low flows. Journal of Hydrlogy,  
51, pp. 119~130.
18. Rasheed, H.R., Ramamoorthy, M.V. and  
Aldabbagh, A.S.(1982) : Modified SMEMAX  
transformation for Frequency analysis, W.  
R.B., Vol. 18, No. 3, pp. 509~511.
19. Thomas, H. E. (1962) : The Meteorological  
Drought, No. 44, U.S. Weather Bureau,  
Maryland.
20. Velz, C.J. and Gannon, J. J. (1-960) : Dr-  
ought flow Characteristics of Michigan stream-  
s, Michigan Water Res. Commission Lan-  
sing, Michigan.
21. Wadsworth, P. G., and Bryan, G. F. (1960)  
: Introduction to probability theory and ran-  
dom variables, McGraw-Hill, N. Y.
22. 王如意(1973) : 應用統計之極端值理論分析,  
臺灣集水區 水文頻率之研究, 臺灣水利, Vol  
2, No. 3, pp. 16~40.
23. Water Resources Development, R.O.K. (1972)  
: Report on the Geum River basin overall  
development project, pp. I-22~I-85.
24. Yevjevich, V.(1972) : Probability and Statis-  
tics in Hydrology, W.R.P. Colorado, pp. 118  
~167.