

論 文

大韓造船學會誌
第24卷 第3號 1987年 9月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 24, No. 3, September 1987

Beam-Column의 動的 塑性 應答에 관한 離散化 解析

朴 成 桓* · 張 昌 斗**

A Discrete Analysis of Dynamic Plastic Response of Beam-Columns

by

Sung Hwan Park* · Chang Doo Jang**

Abstract

In this paper, dynamic elastic, plastic response of beam-columns is analysed using discrete models composed of rigid bars and springs. The equation of motion is formulated including the shear deformation effect, and the stress change of yielding points is calculated with various yielding criteria. The effect of initial axial force is considered by two ways: (1) including the effect in interaction curve only. (2) including the effect directly in the equation of motion in terms of initial stiffness matrix.

Equation of motion is solved by Newmark- β -method, and tangential stiffness method is also used in nonlinear iteration procedure. It is found that this model is very effective in analysing not only the plastic response but the elastic response, and present method is more efficient than Finite Element Method from the viewpoint of calculation time and accuracy.

1. 서 언

선박 및 해양구조물을 비롯한 각종 공학적 구조물의 설계에 있어서 충격하중에 대한 동적응답해석의 필요성은 증가되고 있다. 충격하중 중에서도 특히 해양구조물과 공급설과의 충돌, 선박 화물하역시 발생하는 충격, 지진에 의한 충격 등의 하중 조건하에서는 탄성해석은 물론, 탄소성 해석 및 붕괴 해석이 필요하다.

동적하중에 대한 구조물의 탄소성 응답해석방법으로는 Modal 소성응답 해석법[1] 및 유한요소법을 통한 수치해석법등[2], [3], [4]이 널리 사용되어 왔다. 그러나 유한요소법에 의한 소성해석은 그 기본적인 배경이 요소자체의 변형에 근거하고 있어, 금속의 진정적자의 상대변화현상(slip)이라고 볼 수 있는 소성변형이나 소성붕괴기구를 정확하게 표현하기 어렵다.

또한 소성변형이 진행함에 따라 오차가 커지며, 수렴성의 저하와 방대한 계산기 용량 및 계산시간이 소요되는 결점이 있다.

유한요소법이 지니는 이러한 결점을 보완하기 위하여, 최근 Kawai 등 [5]~[8]은 보의 탄소성변형 거동을 강체와 스프링으로 이산화한 등가의 물리모델을 이용하여 효율적으로 해석할 수 있음을 보였다.

본 논문에서는 Kawai 이산화 해석법을 이용하여 초기 축력 및 전단력을 고려한 beam-column의 동적 탄소성 해석을 수행하여 유한요소법에 의한 결과와 비교하였다. 전단 효과를 고려함에 있어서는 항복 조건식의 변화에 따른 효과도 함께 해석하였으며, 또한 초기 축력의 작용이 동적 붕괴에 나타나는 효과를 계산하였다. 여기서 충격 하중의 형태는 시간-하중 함수로 이상화하였으며, 도출된 비선형 운동방정식에 대하여는 점진강성법을 적용한 직접시간 적분법의 일종인

接受日字: 1985年 1月 27日, 再接受日字: 1987年 8月 31日

* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所

** 正會員, 서울大學校 工科大學

Newmark- β 방법을 이용하여 계산하였다.

2. 이산화 해석법

3.1. 이산화 보요소

외력을 받아 변형되는 고체 구조물은 소성변형이 증가하여 붕괴상태에 이르게 되면 탄성상태와는 달리 변형의 본질이 입자간 상대변위에 따른 slip이 크게 발생하게 되고, 붕괴기구를 형성한다(9).

이산화요소 이론 [5]~[8]은 이러한 소성붕괴기구를 고려하여 구조물을 여러개의 강체요소와 이들 강체요소를 결합하는 등가의 스프링요소로 이상화하여 해석하는 것이다. 이를 보에 적용하면 Fig. 1과 같이 모우먼트 및 전단력에 의한 역학적 거동은 각각 회전스프링 및 병진스프링으로 결합된 보요소로 이상화시킨 물리모델을 이용하여 나타낼 수 있다.

보의 소성붕괴는 최대굽힘모우먼트가 작용하는 점에서 소성관절을 형성하거나, 전단력에 의한 소성변형에 의해 발생하므로 이들 두스프링은 붕괴거동을 역학적으로 충실히 표현할 수 있을 뿐 아니라 탄성거동도 비교적 잘 나타낼 수 있다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 인접 두요소 간에 압축력 P 와 횡하중 X_i 에 대하여 각 요소 절점의 x 방향 변위를 u_0, u_{1L}, u_{1R}, u_2 라 하게 되면 다음과 같은 변형의 기하학적 관계식과 스프링변형과 변위관계식을 도출하게 된다(8).

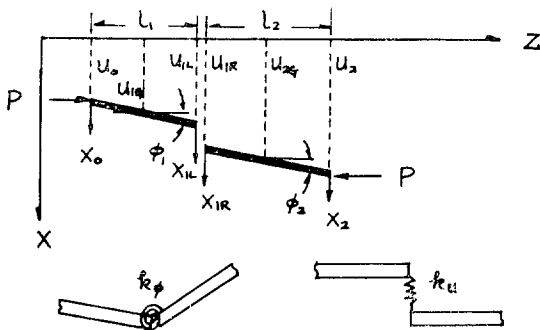


Fig 1 Discrete beam model

○ 기하학적 관계식

$$\begin{aligned}
 u_{1G} &= \frac{u_0 + u_{1L}}{2} \\
 u_{2G} &= \frac{u_{1R} + u_2}{2} \\
 \phi_1 &= \frac{u_{1L} - u_0}{l_1} \\
 \phi_2 &= \frac{u_2 - u_{1R}}{l_2}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

○ 스프링의 변형과 절점변위 관계식

$$\begin{aligned}
 \delta u &= u_{1R} - u_{1L} \\
 \delta \phi &= \phi_2 - \phi_1
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

또한 전단력과 굽힘모멘트에 대하여 각 스프링의 관계가 독립적이라 가정하고 그 스프링의 상수를 k_u, k_ϕ 라 하면, (3)식과 같은 스프링 변형과 응력관계식이 스프링요소에 대해 성립한다.

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_u & 0 \\ 0 & k_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta \phi \end{Bmatrix} \text{ or } \{F\}_c = [K_e] \{u\}_c \tag{3}$$

또한 (1)식과 (2)식으로 부터 변형과 절점변위간의 변환행렬 $[T]$ 를 도출하게 된다.

$$\begin{aligned}
 \{u\}_c &= [T] \{u\} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{l_1} & -\frac{1}{l_1} & -\frac{1}{l_2} & \frac{1}{l_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_{1L} \\ u_{1R} \\ u_2 \end{Bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

(3)식의 요소강성행렬 $[K_e]$ 를 절점변위 $\{u\}$ 에 대응하는 탄성강성행렬 $[\bar{K}]_e$ 로 전환시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [\bar{K}]_e &= [T]^T [K_e] [T] \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{k_\phi}{l_1^2} & -\frac{k_\phi}{l_1^2} & -\frac{k_\phi}{l_1 l_2} & \frac{k_\phi}{l_1 l_2} \\ k_u + \frac{k_\phi}{l_1^2} & -k_u + \frac{k_\phi}{l_1 l_2} & -\frac{k_\phi}{l_1 l_2} & \frac{k_\phi}{l_1 l_2} \\ \text{SYM.} & k_u + \frac{k_\phi}{l_2^2} & -\frac{k_\phi}{l_2^2} & \frac{k_\phi}{l_2^2} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

이때 스프링 상수 k_u 와 k_ϕ 는 응력, 변형 및 곡률관계로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 k_\phi &= \frac{2EI}{l_1 + l_2} \\
 k_u &= \frac{2kGA}{l_1 + l_2}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

단, E : Young 윌 I : moment of inertia
 G : 전단강성계수 A : section area
 k : shear factor

2-2. 항복조건식 및 소성강성 행렬

소성강성은 소성이론의 기본 조건인 증분형이론으로부터 출발하여 열응력, strain hardening, 점탄성등을 무시한 완전 탄소성체를 가정할 경우 수직성 조건 및 소성포텐셜의 원리로부터 (7)식과 같은 형태로 나타낼 수 있다(3), (4).

○ 소성 강성 행렬

$$[K_{ep}] = [K_e] - \frac{[K_e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [K_e]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [K_e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \tag{7}$$

단, σ : 응력성분
 f : 항복조건식

이때 항복조건식 f 는 재료의 성질 뿐만 아니라 단면 형상 및 하중조건에 따라 달리 나타나므로 경우에 따른 이론식 및 실험식이 많이 있으며, 해석방법에 따른 차이가 존재한다(4), [10].

본 논문에서는 Tresca의 이론식을 기본으로 하여 보에 전단력과 모멘트가 작용하는 경우와 축력과 모멘트가 동시에 작용하는 경우를 각각 해석하여, 두 식의 선형결합을 최종적인 항복조건식으로 하였다. 이때 단면형상에 대하여는 사각형단면과 얇은 두께를 가진 원통형단면을 대상으로 하였다.

먼저 전단력과 굽힘모멘트가 작용하는 경우 단면이 중립축에 대하여 대칭이며, 그 응력 분포가 Fig. 2에서와 같이 나타날 때 τ_{xy} 의 최대값이 항복응력 σ_0 일 때를 완전 소성상태라 추정하게 되면 (8), (9)식과 같은 항복 조건식이 유도된다.

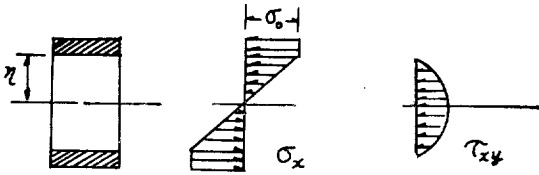


Fig. 2 Axial and shear stress distribution

○ 사각형 단면

$$\frac{M_{ps}}{M_p} + \frac{3}{4} \left(\frac{F}{F_p} \right)^2 = 1 \quad (8)$$

○ 원통형 단면

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \frac{Z}{Z_p} \quad (9)$$

단, $\frac{Z}{Z_p} = 1 - \cos \phi_0 - \frac{1}{\sin \phi_0} \int_0^{\phi_0} \sin^2 \phi \, d\phi$

$$\frac{F}{F_p} = \frac{2}{\pi} \phi_0 - \frac{2}{\pi \sin^2 \phi_0} \int_0^{\phi_0} \sin^2 \phi \, d\phi$$

$$\cos \phi_0 = \frac{2\gamma}{D}$$

D : 직경

M_p : 완전소성 모멘트

F_p : 완전소성 전단력 $\frac{\sigma_0 A}{2}$

Z : 단성 단면계수

Z_p : 소성 단면계수

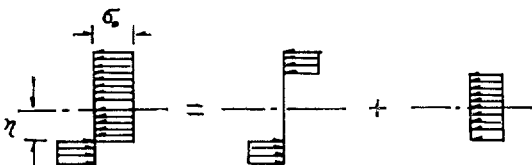


Fig. 3 Moment and axial force components in axial stress distribution

모멘트와 축력이 작용하는 경우에는 마찬가지로 Fig. 3과 같은 응력분포를 가정할 때 다음과 같은 항복조건식이 유도된다.

○ 사각형 단면

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 \quad (10)$$

○ 원통형 단면

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{P}{P_Y} \right)^2 \quad (11)$$

단 P : 축력

P_Y : 항복축력 $\sigma_0 A$

여기서 (8), (9)식 및 (10), (11)식을 감안하여 본 연구에서는 아래와 같은 항복조건식을 근사적으로 채택하였다.

$$\frac{M_{ps}}{M_p} + (F/F_p)^2 = 1 - (P/P_Y)^2 \quad (12)$$

또한 (12)식을 (7)식에 대입하여 소성 강성행렬 $[K_p]$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$[K_p] = \begin{bmatrix} k_u - \frac{4k_u^2 \left(\frac{F^2}{F_p^4} \right)}{4k_u \left(\frac{F^2}{F_p^4} \right) + \frac{k_\phi}{M_p^2}} & \frac{2k_u k_\phi \left(\frac{F}{F_p^2} \right) \left(\frac{1}{M_p} \right)}{4k_u \left(\frac{F^2}{F_p^4} \right) + \frac{k_\phi}{M_p^2}} \\ \text{SYM.} & k_\phi - \frac{k_\phi^2 \left(\frac{1}{M_p} \right)^2}{4k_u \left(\frac{F^2}{F_p^4} \right) + \left(\frac{k_\phi}{M_p^2} \right)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 식을 다시 절점변위의 식으로 변환하면 (14)식에서 최종적인 소성강성 행렬을 얻는다.

$$[\bar{K}_p] = [T]^T [K_p] [T] \quad (14)$$

2.3. 초기응력행렬 및 질량행렬

정적인 힘으로 축력이 작용할 때 그 효과는 항복조건식에서 나타나는 효과이외에도 안정성의 관점에서 초기 응력의 효과로 나타날 수 있다. 또한 동적해석의 경우는 일정한 크기 이상의 초기 압축력은 동적 붕괴에 큰 영향을 미칠 것으로 예상된다.

Fig. 1을 참고할 때 한쪽의 요소에 압축력 P가 작용하게 되면 이 초기축력에 의한 외력 포텐셜을 아래 (15)식과 같이 도출할 수 있다(8).

$$V = -P \left\{ \frac{(u_{1L} - u_0)^2}{4l_1} + \frac{(u_2 - u_{1R})^2}{4l_2} + \frac{(u_2 - u_0)(u_{1R} - u_{1L})}{l_1 + l_2} \right\} \quad (15)$$

여기서 첫째항과 둘째항은 bending 효과를 나타내며 셋째항은 전단변형 효과를 표현한다. 이 외력 포텐셜에 대해 Castigliano의 정리를 사용하게 되면 초기응력 강성행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[K]_G = -P \begin{pmatrix} \frac{1}{2l_1}, & \frac{l_1-l_2}{2l_1(l_1+l_2)}, & \frac{-1}{l_1+l_2}, & 0 \\ & \frac{1}{2l_1}, & 0, & \frac{-1}{l_1+l_2} \\ & \text{SYM.} & \frac{1}{2l_2}, & \frac{l_2-l_1}{2l_2(l_1+l_2)} \\ & & & \frac{1}{2l_2} \end{pmatrix} \quad (16)$$

또한 각 요소의 중심에 대한 병진운동 및 회전운동을 고려한 운동에너지를 구하고, 이 운동에너지를 Lagrange's equation에 적용하면 (17)식과 같은 질량행렬을 도출하게 된다.

$$[M] = \frac{\rho A}{12} \begin{pmatrix} 2l_1 & l_1 & 0 & 0 \\ & 2l_1 & 0 & 0 \\ & & \text{SYM.} & 2l_2 & l_2 \\ & & & & 2l_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

단, ρ : density
A: section area

3. 수치해석 과정

앞에서 구한 각 행렬들로부터 다음과 같은 기본운동방정식을 얻게 된다.

$$[M] \{\ddot{u}\} + ([K] + [K_G]) \{u\} = \{F(t)\} \quad (18)$$

본 논문에서는 이 기본 운동방정식을 Newmark- β 법에 의한 직접 시간적분법으로 해석하였다. Newmark- β 법은 implicit한 방법으로서 해의 안정성이 보장되므로 시간간격(Δt)를 크게 잡아도 정확도 및 수렴도에 좋은 장점이 있다[2], [11].

Newmark- β 법중 $\beta=1/4$, $\delta=1/2$ 인 평균 일정가속도법을 이용한 변위, 속도, 가속도간의 관계식은 다음과 같다.

$$v_{n+1} = \frac{2}{\Delta t} (d_{n+1} - d_n) - v_n \quad (19)$$

$$a_{n+1} = \frac{4}{\Delta t^2} (d_{n+1} - d_n) - \frac{4}{\Delta t} v_n - a_n \quad (20)$$

(19), (20)식을 기본 운동방정식 (18)식에 대입하면 (21)식과 같은 유효 정적방정식이 도출된다.

$$[K]^* \{\Delta u\} = \{\Delta F\} + \frac{4}{\Delta t} [M] \{v_n\} + 2[M] \{a_n\} \quad (21)$$

이때 유효강성행렬 $[K]^*$ 는 다음과 같다.

$$[K]^* = \frac{4}{\Delta t^2} [M] + ([K] + [K_G]) \quad (22)$$

(21)식의 유효 정적방정식은 소성해석시 강성행렬 $[K]$ 가 변위 $\{u\}$ 의 함수로 나타나는 비선형 방정식이므로 반복 수해를 통한 해의 도출과정이 필요하다. 본

논문에서는 바로 전 단계에서의 강성값을 이용하는 접선강성법 (Newton-Raphson Method) [3]을 사용하였는나, 이 유효 정적방정식의 반복수행과정을 단계별로 나타내면 다음 구성도와 같다.

반복계산구성도 (i : iteration no.)
(n : time step)

-
- step 1 $i=0$ 출발
 - step 2 f_{n+1} , a_n , d_n , v_n , Δt 의 값을 전 time step 및 data로 부더 읽음
 $d_{n+1}^0 = d_n$
 $v_{n+1}^0 = v_n$
 $a_{n+1}^0 = -\frac{4}{\Delta t} v_n - a_n$
 $K_{n+1}^0 = K_n$
 - step 3 residual force의 계산
... $\phi_{n+1}^0 = f_{n+1} - M a_{n+1}^0 - P_{n+1}^0$
 - step 4 유효강성행렬 계산
 $K^* = \frac{4}{\Delta t^2} M + K_{n+1}^0$
 - step 5 증분변위 계산
 $\Delta d^i = (K^*)^{-1} \cdot \phi_{n+1}^i$
 - step 6 $d_{n+1}^{i+1} = d_{n+1}^i + \Delta d^i$ 를 최종 변위로 가산하여 각 단면에 대한 응력을 계산. 소성판정 혹은 unloading 상태판정에 따라 새로운 강성행렬 구성
 - step 7 $v_{n+1}^{i+1} = \frac{2}{\Delta t} (d_{n+1}^{i+1} - d_n) - v_n$
 $a_{n+1}^{i+1} = \frac{4}{\Delta t^2} (d_{n+1}^{i+1} - d_n) - \frac{4}{\Delta t} v_n - a_n$
을 계산하여 새로운 residual force
 $\phi_{n+1}^{i+1} = f_{n+1} - M a_{n+1}^{i+1} - P_{n+1}^{i+1}$ 을 계산
 - step 8 ϕ_{n+1}^{i+1} 에 대한 수렴성 검토, 비수렴시 step 4로 간다. 수렴시 time step을 증가시킨 후 step 2로 간다.
-

4. 계산결과 및 고찰

계산에 고려된 model의 형상과 특성치는 Table 1에 나타난 바와 같고 또한, model의 경계조건, 충격하중

Table 1 Scantlings and properties of models

	Model 1	Model 2	Model 3
	Rectangular Bar	Tubular Member	Tubular Member
L (Length)	1.0	0.2	1.0
B (Breadth)	0.1	—	—
D (Diameter)	—	0.1	←
H (Height)	0.1	—	←
T (Thickness)	—	0.01	←
A (Area)	0.01	0.314×10^{-2}	←
I (Mt. of Inertia)	0.83×10^{-5}	0.393×10^{-5}	←
Z_p (Plastic Section Mo.)	0.25×10^{-3}	0.1×10^{-3}	←
E (Young Mo.)	0.211×10^8	0.211×10^8	←
kG (Shear Coeff)	0.81×10^7	0.48×10^7	←
σ_0 (Yield Stress)	0.245×10^8	0.245×10^8	←
ν (Poisson's Ratio)	0.3	0.3	←
γ (Density)	7.8	7.8	←

Unit: Length (m)
Force (ton)

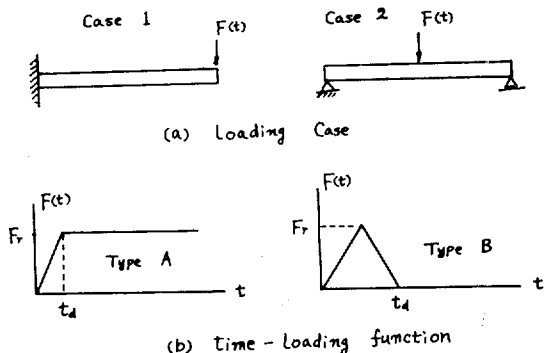


Fig. 4 Loading cases and time loading types

의 위치 및 충격하중형상은 Fig. 4에 나타난 바와 같은 각각 두가지 형태를 선정하였다.

4.1. 보의 탄소성 동적응답

Model 1에 대하여 먼저 loading case 1을 생각하고, 시간-하중 함수를 Type A로 하였을 때 Fig. 5와 Fig. 6은 탄성영역내 자유단의 변위와 고정단의 모멘트를 나타내고, Fig. 7과 Fig. 8은 소성발생에 따른 변위와 모멘트를 나타낸다. 모든 경우에서 t_d 는 0.0015sec이며, F_r 는 탄성시 20ton, 소성발생시에는 35ton일때의 결과이다.

그림에서 나타난 바와 같이 그 결과는 F.E.M.의 결과와도 잘 일치하고 있으며 고유주기와 최대변위의 값

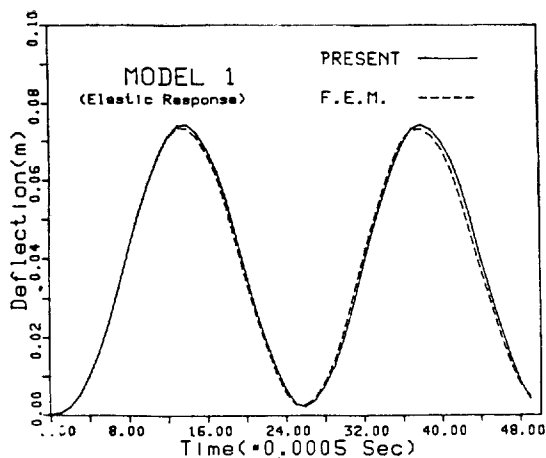


Fig. 5 Deflection at the top(A type loading)

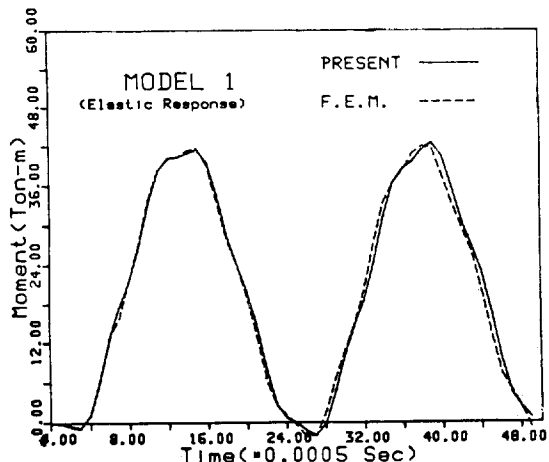


Fig. 6 Moment at the fixed point(A type loading)

은 탄성내 해석시 Euler보 이론값과도 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. F.E.M.에 의한 계산결과에서 소성발생시 모멘트 값이 완전 소성모멘트(M_p)에 이르지 못하는 것은 경계요소 분할시에 충분한 정도로 나누어 주지 못한 수치적인 결함에 있다. 비교자료로 쓰인 F.E.M.의 결과는 서울공대 전자계산소에 있는 ADINA program을 이용하여 직접 계산한 것으로서, 항복조건식은 Von Mises의 2차원 평면응력으로 계산하고 있으며, 보를 두께방향으로 요소분할하여 소성역을 추적한 것이다. 위 결과들은 요소수를 똑같이 10개로 한 경우이나 계산시간 면에서는 FEM의 결과가 소성해석시에는 약 20배 정도 더 많이 소요되었다.

Fig. 9와 Fig. 10은 외팔보의 자유단에 Fig. 4(b)의

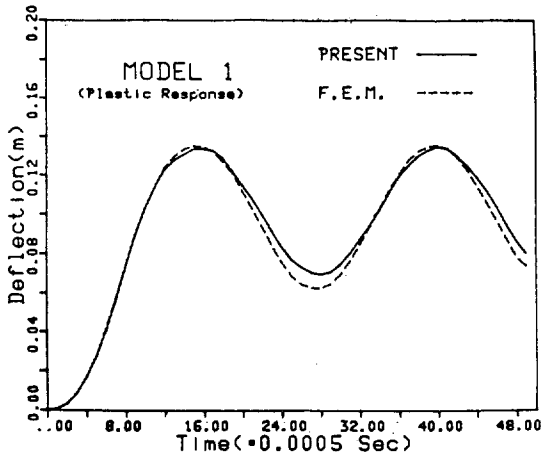


Fig. 7 Deflection at the top(A type loading)

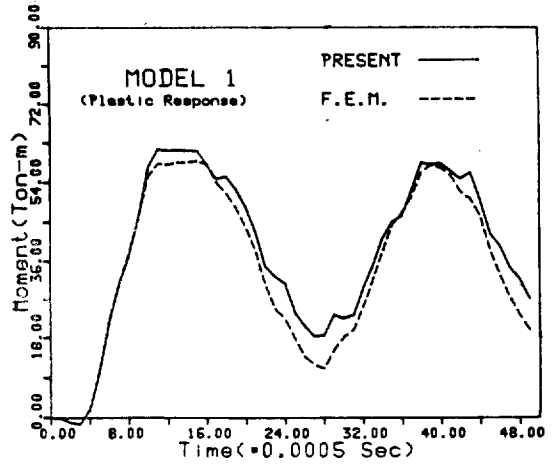


Fig. 8 Moment at the fixed point(A type loading)

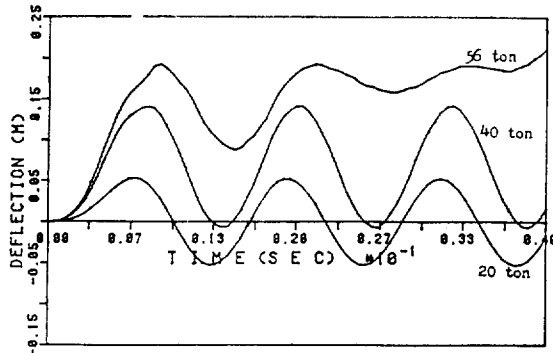


Fig. 9 Deflection at the top(B type loading)

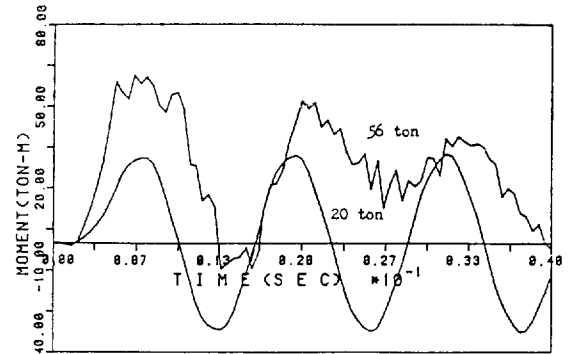


Fig. 10 Moment at the fixed point(B type loading)

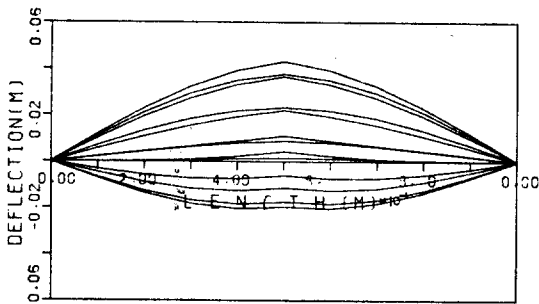


Fig. 11 Elastic beam vibration mode($F_r=160\text{ton}$)

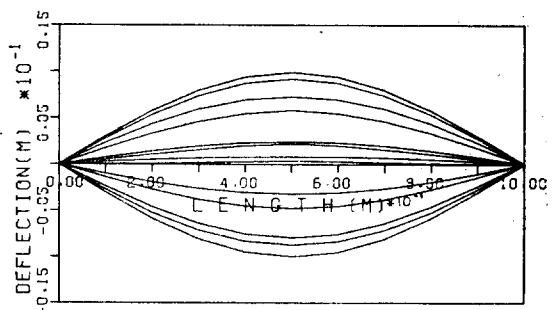


Fig. 12 Plastic beam vibration mode($F_r=240\text{ton}$)

B type과 같은 blast load가 작용할 경우 ($t_d=0.008\text{sec}$) 에 각각 자유단의 변위와 고정단의 발생모멘트를 나타낸 것으로써 그림에서 $F_r=20\text{ton}$ 은 완전 탄성상태이고, $F_r=40\text{ton}$ 은 소성이 시작되는 상태이며, $F_r=56\text{ton}$ 은 완전 붕괴가 일어나는 하중상태이다. 하중이 완전 붕괴하중 ($F_r=56\text{ton}$)에 이르기 전까지는 평균 변위의

절대값증가만 있을 뿐 고유진동형을 유지하지만, 완전 붕괴상태에 도달하면 변위의 단조증가 이후 진동현상이 사라지며 모멘트의 변화 또한 완전소성모멘트에 도달한 이후 전단력에 의한 모멘트로 점차 이동하는 현상을 나타낸다.

또한 Fig. 11~Fig. 13은 loading case 2를 취하여,

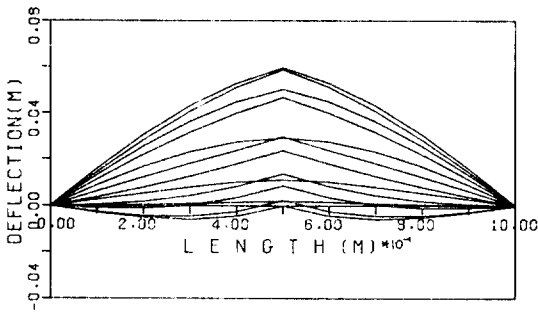


Fig. 13 Plastic beam vibration mode($F_r=320\text{ton}$)

B-type loading function ($t_d=0.0004\text{sec}$)을 적용했을시 전체 보의 변형을 나타낸 것으로 약 한 주기의 진동형을 13구간으로 하여 그려보았다. Fig. 12와 Fig. 13에서 보의 mid-span에 plastic hinge를 형성하고 있으며, 탄성변형과는 달리 hinge점의 치질이 시간의 경과에도 불구하고 변화되지 않는 경우를 분명히 나타내고 있다. 이는 운동에너지의 증분이 plastic hinge에서의 소성변형증가에 대부분 흡수되고 있음을 의미한다.

4.2. 전단변형 및 전단력의 효과

전단력의 효과를 보다 분명히 알아보기 위하여 장경비(L/D)가 2인 원통형 model 2에 대하여 아래와 같은 예제 계산을 수행하였다. 이때 모든 계산에서 loading case 1과 $t_d=0.00009\text{sec}$ 인 A-type loading function을 적용하여 계산하였다.

먼저 Fig. 14는 $F_r=25\text{ton}$ 인 탄성영역내 결과로써 shear 변형의 효과로 인해 최대 변위는 25%증가 하고 있으며 고유주기도 18% 정도 증가하고 있다. 또한 Fig. 15는 소성해석 ($F_r=60\text{ton}$) 결과로써 최대 변위의

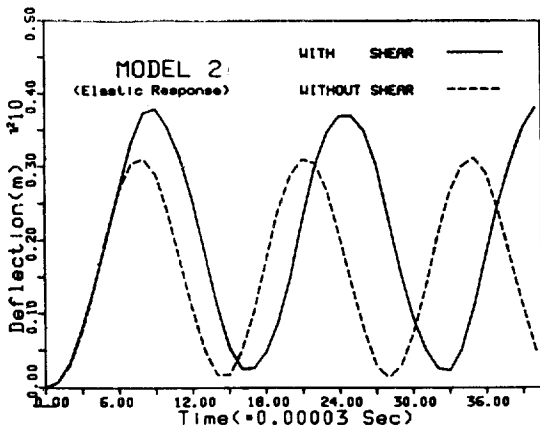


Fig. 14 Deflection with shear effect(elastic response)

차이가 탄성시보다 더 크게 나타나고 있다.

Fig. 16~Fig. 18은 같은 하중크기에 대하여 CHEN [8]이 적용한 (23)식의 항복조건식을 사용하였을 때의 결과와 비교한 것으로 그 영향이 크지 않음을 알 수 있다.

$$\frac{M}{M_p} + \frac{F}{F_y} = 1.0 \quad (23)$$

전단력의 영향으로 인하여 항복발생이후 다음주기에서 변위의 최대값은 변화하지 않으나 최소값은 증가하는 경향을 보이고 있다. 이것은 항복시 응력분포가 절점 전단력에 의한 부분으로 이동함에 따른 영향이라 생각된다. 항복시 전단력의 비중이 점차 증가하고 굽힘모멘트의 비중이 감소하는 것은 Fig. 17, 18에서도 잘 알 수 있다.

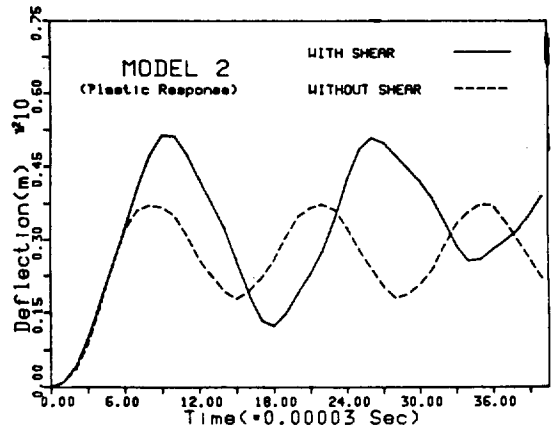


Fig. 15 Deflection with shear effect(plastic response)

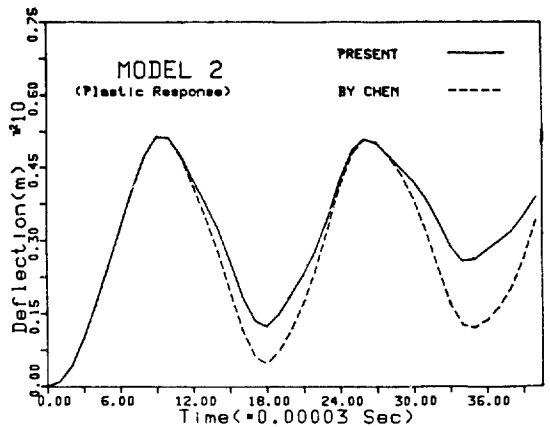


Fig. 16 Comparison of effect of yield criteria on deflection history

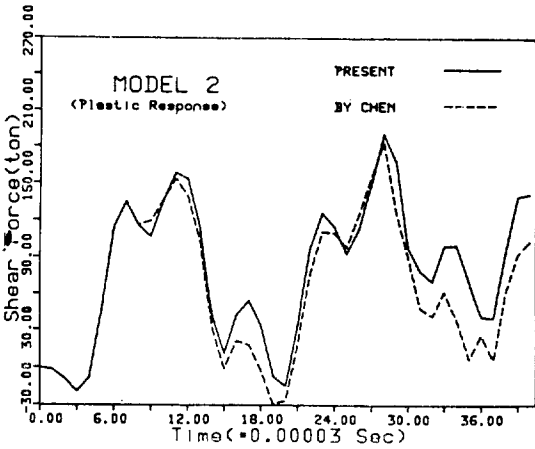


Fig. 17 Comparison of two yielding criteria in shear force history

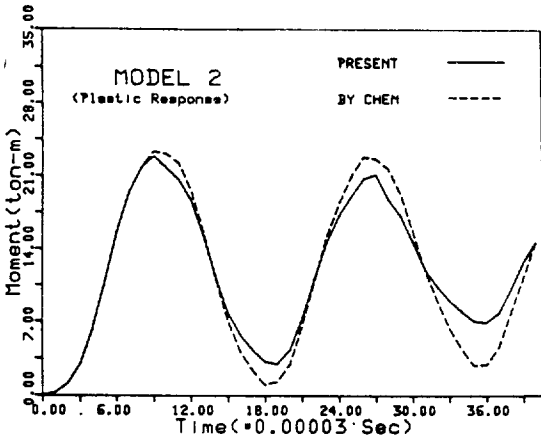


Fig. 18 Comparison of two yielding criteria in moment history

4. 3. 압축력의 효과

Model 3에 대하여 전항의 계산과 같은 경계 조건과 하중식을 사용하여 초기축력의 변화에 따른 소성발생 하중을 찾아보았다. 초기 축력의 효과를 (12)식으로 하고 운동방정식에서 외력포텐셜로 부터 얻어지는 초기응력행렬 $[K_G]$ 를 직접고려하였다. 압축력이 작용할 때는 처음 plastic 발생 이후 unloading 현상이 없이 바로 붕괴되어 가는 동적 buckling 현상을 나타내었다. Table 2는 압축력 P 가 Euler buckling 하중 P_{cr} 의 비로써 변화될 때 붕괴를 나타내는 하중값 F_r 을 정리한 것이다. 이 결과로 부터 P/P_{cr} 과 M/M_p 와의 관계식 즉 beam-column의 interaction curve를 구해보면 근사적으로 (24)식으로 추정할 수 있다.

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_p} = 1.0 \tag{24}$$

여기서 전단력의 효과와 초기압축응력의 영향은 무시하였다. (24)식은 일반적인 beam-column interaction curve[12]인 (25)식 보다는 축력의 효과가 작은 것으로 나타나는데, (25)식의 도출과정과는 달리 강성행렬 도출시 응력과 곡률 및 스프링 변형의 관계에서 탄성 내응력만을 고려한 결과로 생각된다.

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_p(1-P/P_{cr})} = 1.0 \tag{25}$$

Table 2의 두번째 항은 초기응력행렬을 사용하지 않고 (25)식의 interaction curve만을 항복조건식으로 하여 직접계산한 결과이다.

Table 2 Comparison of initial collapse loads under various axial forces

P/P_{cr}	Initial Collapse Loads F_r (ton/sec)	
	With $[K_G]$ effect	Interaction Eq. (25)
0.0	12.4	12.4
0.1	11.0	9.2
0.2	9.8	7.5
0.3	8.5	5.9
0.4	7.2	4.3
0.6	5.1	2.0
0.8	2.3	0.6

$P_{cr}=201$ ton

5. 결 론

Beam-column의 동적탄소성 거동에 대하여 이산화해석법을 적용, 수치계산을 수행한 결과 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

1) 이산화해석법은 탄성역내 계산에 대하여도 좋은 수렴도를 나타내고 있으며, 보의 전체적인 붕괴거동을 고찰하는데에는 FEM보다 계산의 효율면에서 보다 유리하다.

2) 전단변형 및 전단력의 효과는 고유진동 주기와 진폭을 증가시키고 있으며, 소성 발생후 거동에도 영향을 준다. 붕괴 거동시 항복에 차지하는 전단력의 영향은 적용하는 항복조건식에 따라 변화를 나타내고 있다. 따라서 붕괴현상에 대한 상세한 고찰이 필요할 경우에는 적절한 항복조건식을 선택하는 것이 중요한 문제일 것으로 생각된다.

3) 초기축력의 효과는 초기응력으로써 항복조건에

적집 영향을 미치는 것 이외에도, 강성을 약화(buckling 관점)시키는 효과가 크게 작용함으로써 소성발생을 촉진하며, 붕괴기동에 있어서도 소성발생 이후 unloading 현상없이 바로 붕괴되는 결과를 초래한다.

끝으로 본 연구는 현대연구기금 지원에 의한 연구의 일환으로 수행되었으며, 금후 개단면 박판보의 굽힘 비틀(flexural-torsional) 해석 등에 관한 연구, 강제변위, 속도 등 하중형태의 일반화 등에 관한 연구가 요청된다.

참 고 문 헌

- [1] N. Jones and T. Wierzbick, "A Study of the Higher Modal Dynamic Plastic Response of Beams", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 18, 1976.
- [2] K.J. Bathe, "Finite Elements Procedures In Engineering Analysis", Prentice-Hall, New York, 1982.
- [3] D.R.J. Owen and E. Hinton, "Finite Element in Plasticity", Pineridge Press, Swansea U.K. 1980.
- [4] 山田壽昭, "소성, 점탄성", 培風館, 동경, 1985.
- [5] T. Kawai, "New Beam Models in Discrete Structural Analysis", 일본 조선학회 논문집 제 141호, 1977.
- [6] T. Kawai, "Studies on the Ultimate Strength Analysis of Ship Structure by Means of a New Discrete Thin-Walled Beam Element", 일본조선학회 논문집 제 145호, 1981.
- [7] Y. Toi and T. Kawai, "A New discrete Analysis on Dynamic Collapse of Structure", 일본조선학회 논문집 제 143호, 1979.
- [8] T. Kawai and C.N. Chen, "A Discrete Element Analysis of Beam Bending Problems Including the Effects of Shear Deformation", 동경대 생산연구 30권 5호, 1978.
- [9] M.A. Save and C.E. Massonet, "Plastic Analysis and Design of Plates Shell and Disks", North-Holland, London, 1972.
- [10] 寺澤一雄, "선체구조역학", 해문당, 동경, 1974.
- [11] J. M. Giggis, "Introduction to Structural Dynamics", McGraw-Hill Book Company, 1964.
- [12] A. Chajes, "Principles of Structural Stability Theory", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1974.