

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第24卷 第3號 1987年 9月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 24, No. 3, September 1987

## 유한차분법에 의한 2차원 탱크내의 유체유동해석

이 경 중\* · 이 기 표\*\*

### Analysis of Fluid Flow in Two-dimensional Tank by Finite Difference Method

by

G.J. Lee\* · K.P. Rhee\*\*

#### Abstract

In this paper, the fluid flow in the two-dimensional tank is analyzed by the Finite Difference Method. The Navier-Stokes equation is modified for the tank fixed coordinate system. For the treatment of the free surface, the Volume of Fluid Method by Hirt and Nichols is adopted. The continuity equation and the Poisson equation which is derived from the Navier-Stokes equation to find the pressure are solved by the Successive-Line-Overrelaxation Method.

The comparison of the calculated results with experimental data show a favorable agreement. The fluid flow in the two-dimensional tank can be predicted reasonably before the free surface reaches breaking by this numerical method.

#### 1. 서 언

선박이 액체화물을 싣고 항해할 때 선박은 일정속도의 직진운동외에 6자유도 운동을 하게 되고 이의 결과로 액체화물의 유동이 발생된다. 이 유동은 선박의 운동에 영향을 미치고 또 탱크 구조물에 하중을 가하게 된다. 따라서 액체화물을 취급하는 선박의 운동을 해석할 때나 탱크의 구조와 강도를 결정할 때 탱크내의 유체유동에 관한 특성을 알아야 할 필요가 있다.

본 연구에서는 문제를 간략화하여 2차원 탱크를 강제동요시켰을 때 그 안에 있는 유체의 유동을 해석하였다. 이 유동은 비선형성이 강하므로 선형 모형으로는 처리할 수가 없다. 따라서 기본 방정식으로 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다.

자유표면이 있는 유체유동에 유한차분법을 적용시킨 것은 Halow, Welch(1)에 의해서 시작되었다. 그들은 marker particles와 cell의 개념을 이용하여 유한차분법을 적용시켰기 때문에 그들의 방법은 MAC(Marker And Cell)방법이라고 불리우기도 한다. 이 방법에서는 cell을 이용하여 유체유동을 Eulerian 견해로 풀어나가며 어떤 유체입자의 위치를 Lagrangian 견해로 풀어나간다. 이 Marker Particles을 자유표면에 위치시키면 시간에 따른 자유표면의 변형을 알 수 있으므로 자유표면이 있는 유체유동의 문제에 적용이 가능하다. 그 후, 이 방법이 여러가지 문제에 적용되었고 또 여러 사람들에 의하여 이 방법이 발전, 개량되어 왔다. 특히 자유표면의 처리에 대해서 많은 발전이 이루어졌다. 요즘 가장 많이 사용되고 있는 방법은 Hirt, Nichols [2]의 VOF(Volume Of Fluid) 방법인데 이 방법은 용

接受日字: 1987年 7月 16日, 再接受日字: 1987年 8月 25日

\* 學生會員, 서울大學校 大學院

\*\* 正會員, 서울大學校 工科大學 造船工學科

적함수를 사용하여 자유표면도 Eulerian 견해를 사용하여 처리하고 또 3차원 문제로 확장이 용이하다.

본 연구에서는 2차원 탱크내의 유체유동을 유한차분법을 적용하여 해석하였으며 자유표면의 처리는 VOF 방법을 이용하였다. 계산한 결과는 Bridges[3]의 논문에 나와 있는 실험치와 비교하였다.

## 2. 기본방정식과 유한차분법

### 2.1. 기본방정식

유체를 비압축성 유체로 가정한다. 유체의 유동에 적용되는 물리법칙은 질량보존법칙과 모멘텀보존법칙이며 연속방정식이라 불리는 질량보존법칙은 다음과 같이 표현되고

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \tag{1}$$

또 Navier-Stokes 방정식인 모멘텀보존법칙은

$$\frac{Du'}{Dt'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x'} + X'_x + v' \nabla'^2 u' \tag{2}$$

$$\frac{Dv'}{Dt'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial y'} + X'_y + v' \nabla'^2 v'$$

와 같이 표현된다. 여기서  $\bar{v}$ 는 유체의 속도벡터이고  $u', v'$ 은 속도성분이고  $P'$ 은 압력,  $\bar{X}'$ 은 외력이고  $v'$ 은 동점성계수이다. 좌표계는 Fig. 1에서와 같이 택하였다.

탱크의 원점이 공간에 고정된 좌표계에 대하여  $X_0, Y_0$ 축으로  $X(t), Y(t)$ 의 선운동과  $\theta(t)$ 의 각운동을 하고 있다. 탱크내의 임의의 점에서의 가속도는 아래와 같이 표현된다.

$$\ddot{r} = \ddot{R} + \omega \times (\omega \times \rho) + \dot{\omega} \times \rho + \ddot{\rho} + 2\dot{\omega} \times \dot{\rho} \tag{3}$$

탱크에 고정된 좌표계에서의 가속도  $\rho$ 는

$$\ddot{\rho} = \ddot{r} - \ddot{R} - \omega \times (\omega \times \rho) - \dot{\omega} \times \rho - 2\dot{\omega} \times \dot{\rho} \tag{4}$$

으로 표현되며 이것은 탱크가 움직이기 때문에 발생하는 외력이 된다. 여기서  $r, R$ 는 공간에 고정된 좌표계

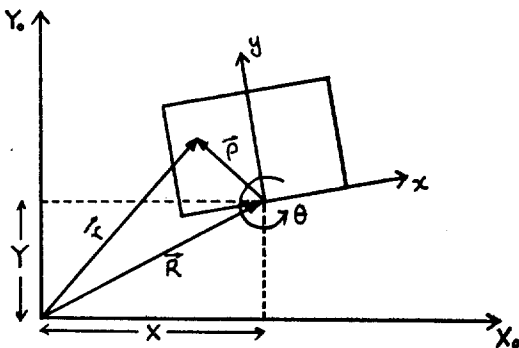


Fig. 1 Coordinate system

에서의 표현이므로 탱크에 고정된 좌표계로 좌표변환을 해주어야 한다. 또  $\gamma$ 는 공간에 고정된 좌표계에서의 외력인데 중력만을 생각한다. 식 (4)를 성분별로 표시하면 다음과 같다.

$$a_x = (g_x' - \ddot{X}') \cos \theta + (g_y' - \ddot{Y}') \sin \theta + \dot{\theta}^2 x' + \ddot{\theta} y' + 2\dot{\theta} v' \tag{5}$$

$$a_y = -(g_x' - \ddot{X}') \sin \theta + (g_y' - \ddot{Y}') \cos \theta + \dot{\theta}^2 y' - \ddot{\theta} x' - 2\dot{\theta} u'$$

식 (5)를 식 (2)의 외력항인  $X'_x, X'_y$ 에 대입하면 탱크에 고정된 좌표계에서의 Navier-Stokes 방정식을 얻을 수 있다.

자유표면의 변형은 주로 중력에 의해서 일어나므로 무차원화는 중력을 기초로 하였다.  $l$ 을 특성길이,  $g$ 를 중력상수,  $\rho$ 를 유체의 밀도라고 하고 물리량들을 다음과 같이 무차원화 하였다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ t \\ g_x \\ g_y \\ u \\ v \\ p \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'/l \\ y'/l \\ t'/\sqrt{l/g} \\ g_x'/g \\ g_y'/g \\ u'/\sqrt{gl} \\ v'/\sqrt{gl} \\ p'/\rho gl \\ v'/\sqrt{gl^3} \end{pmatrix} \tag{6}$$

위의 무차원 변수를 사용하여 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 표시하면 아래와 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 u + (g_x - \ddot{X}) \cos \theta + (g_y - \ddot{Y}) \sin \theta + \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta} y + 2\dot{\theta} v \tag{8}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \nabla^2 v - (g_x - \ddot{X}) \sin \theta + (g_y - \ddot{Y}) \cos \theta + \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta} x - 2\dot{\theta} u \tag{9}$$

### 2.2. 유한차분법

유한차분법을 도입하기 위하여 계산하려는 유체영역을 Fig. 2와 같은 staggered grid를 사용하여 나누었다.

빛금진 부분을  $i, j$ -th cell이라고 한다. cell의 구조가 위와 같으면 보존법칙에 대한 차분법의 적용이 간편하고 미분치들이 central differencing으로 표현되어서 절단오차가 줄어든다는 장점이 있다.

FTCS (Forward-Time-Centered-Space) 형태로 식 (7), (8), (9)를 유한차분방정식으로 바꾸면 다음과

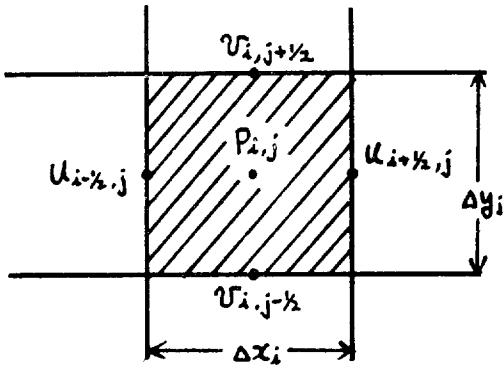


Fig. 2 Cell structure

같다.

$$D_{ij} = \frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{\Delta x_i} + \frac{v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}}{\Delta y_j} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{u_{i+1/2,j}^{n+1} - u_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} = \langle -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + \nu \nabla^2 u + (g_x - \ddot{X}) \cos \theta + (g_y - \ddot{Y}) \sin \theta + \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta}_y + 2\dot{\theta}v \rangle_{i+1/2,j} - \frac{2(P_{i+1,j} - P_{i,j})}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \quad (11)$$

$$\frac{v_{i,j+1/2}^{n+1} - v_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} = \langle -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \nabla^2 v - (g_x - \ddot{X}) \sin \theta + (g_y - \ddot{Y}) \cos \theta + \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta}_x - 2\dot{\theta}u \rangle_{i,j+1/2} - \frac{2(P_{i,j+1} - P_{i,j})}{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}} \quad (12)$$

윗 식들에서 우변의  $u, v$ 는  $n$ -시간 단계에서의 값을 사용하고  $\langle \dots \rangle_{i,j}$ 는  $(i, j)$  점에서의  $\langle \dots \rangle$ 내의 값을 의미하고 윗 첨자는 시간단계를 뜻한다. 정의가 안된 점에서의 물리량들은 주위의 점에서 정의된 값들로부터 bilinear interpolation하여 사용한다.

$u^*, v^*$ 를

$$u_{i+1/2,j}^* = u_{i+1/2,j}^n + \Delta t \langle -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + \nu \nabla^2 u - \ddot{X} \cos \theta - \ddot{Y} \sin \theta + \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta}_y + 2\dot{\theta}v \rangle_{i+1/2,j}$$

$$v_{i,j+1/2}^* = v_{i,j+1/2}^n + \Delta t \langle -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \nabla^2 v + \ddot{X} \sin \theta - \ddot{Y} \cos \theta + \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta}_x - 2\dot{\theta}u \rangle_{i,j+1/2} \quad (13)$$

과 같이 정의하면 식 (11)과 식 (12)는

$$u_{i+1/2,j}^{n+1} = u_{i+1/2,j}^* - \Delta t \cdot \frac{2(P_{i+1,j} - P_{i,j})}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} + \Delta t \cdot (g_x \cos \theta + g_y \sin \theta)$$

$$v_{i,j+1/2}^{n+1} = v_{i,j+1/2}^* - \Delta t \cdot \frac{2(P_{i,j+1} - P_{i,j})}{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}} + \Delta t \cdot (-g_x \sin \theta + g_y \cos \theta) \quad (14)$$

로 표시된다.

$n$ -시간단계에서의  $u, v$ 가 연속방정식을 만족하더라도 식 (13)으로 정의된  $u^*, v^*$ 는 압력의 변화율을 고려하지 못하였기 때문에 연속방정식을 만족하지 못한다. 따라서  $n+1$  시간단계에서 연속방정식을 만족시키기 위하여 압력을 계산하여야 한다. 식 (14)로부터 압력에 대한 방정식을 유도하면 다음과 같은 Poisson 방정식이 된다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{1}{\Delta t} (D^{n+1} - D^*) \quad (15)$$

$n+1$  시간단계에서의 속도장이 연속방정식을 만족시켜야 하므로 윗식에서  $D^{n+1}$ 은 0이 된다. 윗식을 유한차분방정식으로 바꾸면

$$\frac{2}{\Delta x_- (\Delta x_+ + \Delta x_-)} P_{i-1,j} - \frac{2}{\Delta x_- \Delta x_+} P_{i,j} + \frac{2}{\Delta x_+ (\Delta x_+ + \Delta x_-)} P_{i+1,j} + \frac{2}{\Delta y_- (\Delta y_+ + \Delta y_-)} P_{i,j-1} - \frac{2}{\Delta y_- \Delta y_+} P_{i,j} + \frac{2}{\Delta y_+ (\Delta y_+ + \Delta y_-)} P_{i,j+1} = \frac{1}{\Delta t} D_{i,j}^* \quad (16)$$

과 같게 되며,

$$\Delta x_- = \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2}, \quad \Delta x_+ = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2}$$

$$\Delta y_- = \frac{\Delta y_{j-1} + \Delta y_j}{2}, \quad \Delta y_+ = \frac{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}}{2}$$

이다. 이 식으로부터 구한 압력을 식 (14)에 대입하면  $n+1$  시간단계에서 연속방정식을 만족하는 속도장을 구할 수 있다.

### 2.3. 경계조건

Navier-Stokes 방정식에서 압력을 직접 사용하므로 자유표면에서의 경계조건은 압력이 대기압과 같다는 조건이 된다. 압력에 대한 Poisson 방정식을 풀 때 모든 경계가 Neumann 경계이면 해를 반복방법으로 구할 때 해가 표류할 수가 있다. 즉 구한 해와 경계와의 차이가 임의의 상수가 될 수 있다. 그러나 Dirichlet 경계가 있으면 반복방법으로 해를 구하여도 해가 표류하지 않는다.

탱크벽에서의 경계조건은 점성유동의 경우 경계면에서 모든 속도성분이 0이 된다. 그러나 비점성유동에서는 경계면에서 미끄러짐 조건이 적용된다. 탱크벽에서의 압력에 대한 경계조건은 속도에 대한 조건을 식 (8)과 식 (9)에 대입하여 얻을 수 있다.

점성유동의 경우에는

수직 경계

$$\begin{cases} u=0 \\ v=0 \\ \frac{\partial P}{\partial x} = (g_x - \ddot{X}) \cos \theta + (g_y - \ddot{Y}) \sin \theta \\ \quad + \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta} y + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \end{cases} \quad (17)$$

수평 경계

$$\begin{cases} u=0 \\ v=0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} = -(g_x - \ddot{X}) \sin \theta + (g_y - \ddot{Y}) \cos \theta \\ \quad + \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta} x + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{cases} \quad (18)$$

비점성유동의 경우에는

수직 경계

$$\begin{cases} u=0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial x} = (g_x - \ddot{X}) \cos \theta + (g_y - \ddot{Y}) \sin \theta + \dot{\theta}^2 x \\ \quad + \ddot{\theta} y + 2\dot{\theta} v \end{cases} \quad (19)$$

수평 경계

$$\begin{cases} v=0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} = -(g_x - \ddot{X}) \sin \theta + (g_y - \ddot{Y}) \cos \theta \\ \quad + \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta} x - 2\dot{\theta} u \end{cases} \quad (20)$$

로 경계조건이 표현된다.

2.4. 자유표면의 처리

자유표면이 있는 유체유동의 문제에 유한차분법을 적용시키면서 자유표면을 처리하는 몇 가지 방법이 사용되어 왔다. Lagrangian 견해를 이용한 Marker Particles에 의한 방법, 선 요소에 의한 방법, 또 Eulerian 견해를 이용한 자유표면 함수에 의한 방법, VOF 방법들이다.

본 논문에서는 VOF (Volume Of Fluid) 방법을 사용하였다. 이 방법은 F로 표시되는 용적함수를 사용하여 자유표면을 처리한다. 유체가 없는 빈 cell에서의 F는 0, 유체로 꽉 찬 cell에서의 F는 1로 정의한다. 이렇게 정의하면 자유표면은  $0 < F < 1$ 인 cell내에 위치하게 된다. F는 용적을 나타내므로 유체와 같이 움직이는 양이 되고 따라서 F에 대한 방정식은 Eulerian 견해로 기술되어져야 한다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

연속방정식을 이용하여 다시 쓰면

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F u}{\partial x} + \frac{\partial F v}{\partial y} = 0 \quad (21)$$

유한차분형태로 표시하면

$$\begin{aligned} F_{i,j}^{n+1} - F_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} (u_{i+1/2,j} F_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j} F_{i-1/2,j}) \\ - \frac{\Delta t}{\Delta y_j} (v_{i,j+1/2} F_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2} F_{i,j-1/2}) \end{aligned} \quad (22)$$

윗 식의 우변은 cell의 경계를 통하여 흘러들어가는 유체의 양에 관련된 것이라는 것을 알 수 있다. 즉

$$F^{n+1} = F^n + \Delta F_R + \Delta F_L + \Delta F_U + \Delta F_D$$

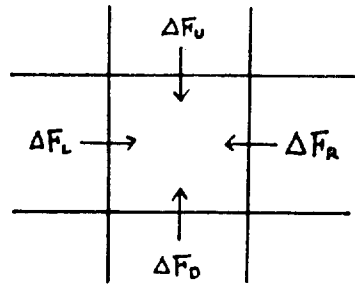


Fig. 3 Flow rate in a cell

흘러들어가는 유체의 양을 donor-acceptor 방법으로 계산하기 위하여 자유표면의 기울기와 주위의 F값들을 사용한다.

여기서는 Hirt, Nichols[2]의 제안에 따라

$$\begin{aligned} \Delta F = \text{MIN}\{F_{AD} | V | - CF, F_D \Delta x_D\} \\ CF = \text{MAX}\{(1 - F_{AD}) | V | - (1 - F_D) \Delta x_D, 0\} \end{aligned} \quad (23)$$

의 계산식을 사용하였다. 여기서 밀첨자 A는 acceptor를, D는 donor를 뜻하고 AD는 유체유동과 자유표면에 의하여 결정된다. 또  $V = u \cdot \Delta t$ 이다. MIN함수는 donor cell이 가진 유체의 양 이상이 acceptor cell로 흘러들어가는 것을 방지해 주고, MAX 함수는  $F_{AD} = F_A$  일 때 acceptor cell로 들어와야 하는 빈 공간의 양이 donor cell이 가진 빈 공간의 양보다 클 때 그 차이 만큼의 유체가 흘러들어가게 하여 준다. 윗 식으로 ΔF를 결정하면 새로운 F는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_D = F_D^* - \frac{\Delta F}{\Delta x_D} \\ F_A = F_A^* + \frac{\Delta F}{\Delta x_A} \end{aligned} \quad (24)$$

∂F의 방향이 자유표면의 법선방향과 같으므로  $0 < F < 1$ 인 cell내에 위치한 자유표면의 기울기는

$$-\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial y}$$

로 표시된다. 자유표면은  $0 < F < 1$ 인 cell내에 위치하고

그런 cell을 잇 식으로 구한 기울기를 가지는 직선으로 나누었을 때 나뉜 부분의 용적이 그 cell의  $F$ 값과 같을 때 그 직선을 자유표면으로 정의한다.

### 3. 계산 결과 및 고찰

모든 계산은 IBM PC/AT를 사용하여 수행하였다. 계산과정은 먼저 초기조건으로 속도장, 압력장을 주고 식 (13)을 사용하여  $u^*, v^*$ 를 구한 후 그 값을 식 (10)에 대입하여  $D^*_{i,j}$ 를 계산한다. 그 다음 식 (16)으로 압력장을 구하여 식 (14)에 대입하여 연속방정식을 만족하는 새로운 속도장을 구한다. 이 새로운 속도장과 압력장을 초기조건으로 하고 위의 절차를 원하는 만큼 반복해 나아간다. 식 (13)의 우변중  $\langle \rangle$ 의 값을 계산할 때는 비점성유동의 경우에도 안정성을 갖게하기 위하여 upstream differencing과 downstream differencing에 적당한 비중을 두어 조합한 방법인 donor-acceptor 방법이 사용되었다. 식 (16)의 Poisson 방정식을 푸는 데는 반복방법이 사용되었다. 만일 직접 풀다면 엄청난 양의 기억용량을 가지는 계산기가 있어야 하므로 여기서는 line Gauss-Seidel 방법에 가속을 덧붙여 준 SLOR(Successive-Line-Overrelaxation) 방법이 사용되었다.

일반적으로 비압축성 유체의 유동을 계산하는 FTCS 형태의 유한차분법은 Roache[5]에 의하면 다음의 안정성에 대한 조건을 만족시켜야 한다는 것이 알려져 있다.

$$|u|\Delta x + |v|\Delta y \leq 4\nu \tag{25}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\nu} \frac{(\Delta x)^2 \cdot (\Delta y)^2}{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \tag{26}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{|u|/\Delta x + |v|/\Delta y} \tag{27}$$

점성의 효과를 제대로 고려하려면 식 (25)로부터  $\Delta x, \Delta y$ 를 구해야 한다. 점성이 아주 작을 때는 고체경계 근처에서  $\Delta x, \Delta y$ 를 아주 작게하지 않으면 점성의 영향을 제대로 고려하지 못하고 만일 식 (25)를 만족하게  $\Delta x, \Delta y$ 를 아주 작게 택하였다면  $\Delta t$ 도 아주 작게 택하여야 하므로 엄청난 양의 계산을 수행해야 된다. 따라서 본 논문에서는 탱크내의 유체유동 문제에 대해서는 점성을 무시하고 계산하였다. 식 (25)에서 보면 비점성유동의 경우 안정성 조건을 만족시키려면  $\Delta x = \Delta y = 0$ 가 되어야 하나 본 논문에서는 전통적인 FTCS방법을 사용하지 않았으므로 안정성 조건이 달라진다. 본 논문에서 사용된 유한차분법에 von Neumann 해석을 하

여 비점성유동의 경우 안정성 조건을 찾아내면 다음과 같다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{(u/\Delta x)^2 + (v/\Delta y)^2}} \tag{28}$$

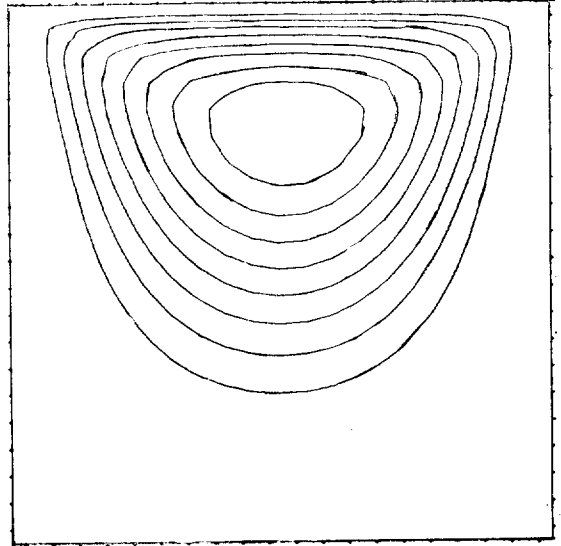


Fig. 4 Driven cavity (Re=10)

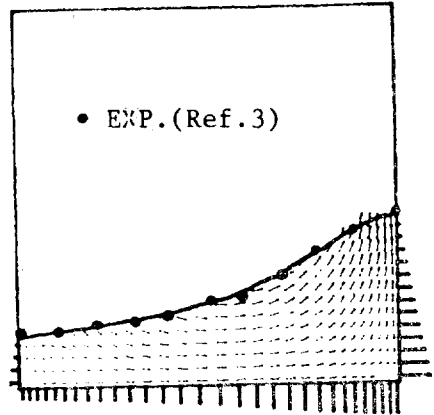


Fig. 5.1 Flow pattern (t=3.903)

점성을 고려하였을 때의 계산결과를 확인하기 위해 driven cavity에 대한 계산을 수행하였으며 그 결과를 Fig. 4에 도시하였다. 계산에서  $\Delta x, \Delta y$ 는 등간격으로 0.05로 택하였고  $\Delta t$ 는 0.02로 하였고 윗 단에서의 속도는  $u=0.1$ 로 또 동점성계수는  $\nu=0.01$ 로 하였다. 이때의 Reynolds수는 10으로 대단히 낮은 Reynolds수에 해당된다. 이런 경우의 유동특성은 좌우가 거의 대칭형이 된다는 것을 잘 알려져 있다. Fig. 4는 정상유동

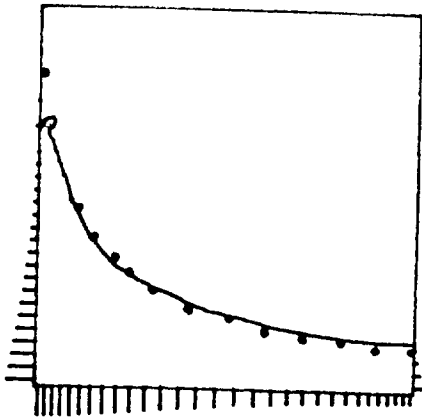


Fig. 5.2 Flow pattern ( $t=6.244$ )

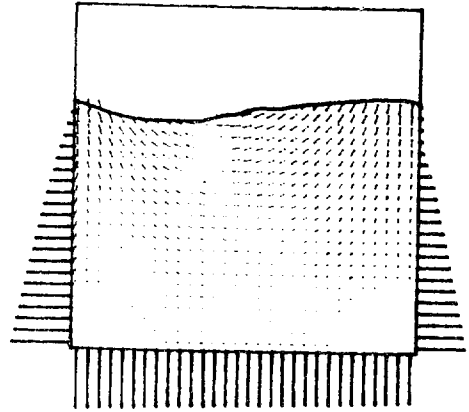


Fig. 8.1 Flow pattern ( $t=3.000$ )

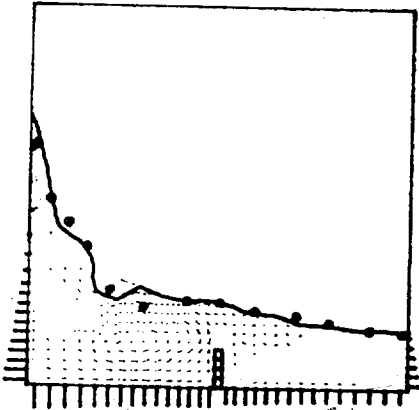


Fig. 6 Flow pattern ( $t=6.570$ )

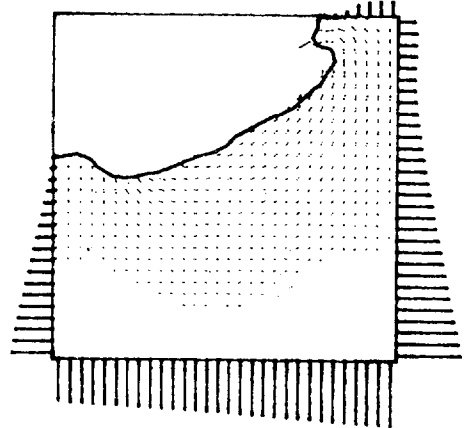


Fig. 8.2 Flow pattern ( $t=6.000$ )

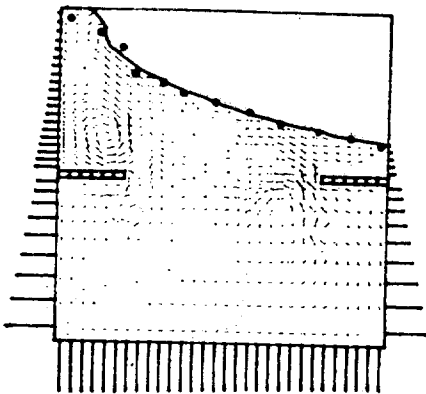


Fig. 7 Flow pattern ( $t=6.399$ )

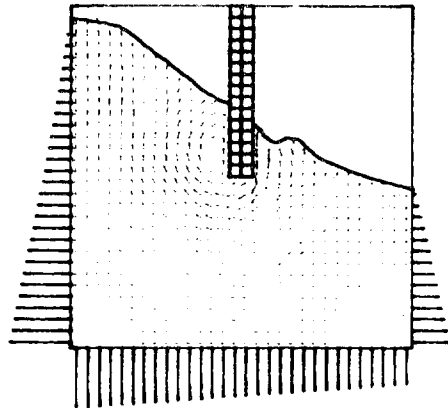


Fig. 9.1 Flow pattern ( $t=4.000$ )

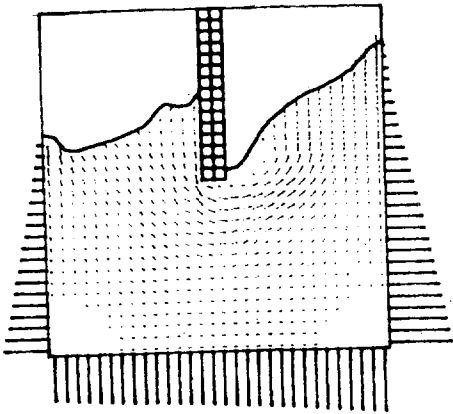


Fig. 9.2 Flow pattern (t=6.000)

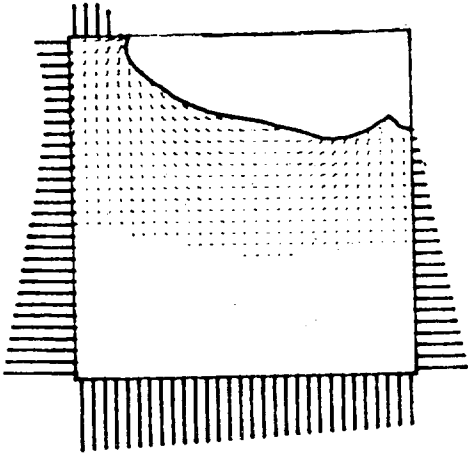


Fig. 10.1 Flow pattern (t=3.500)

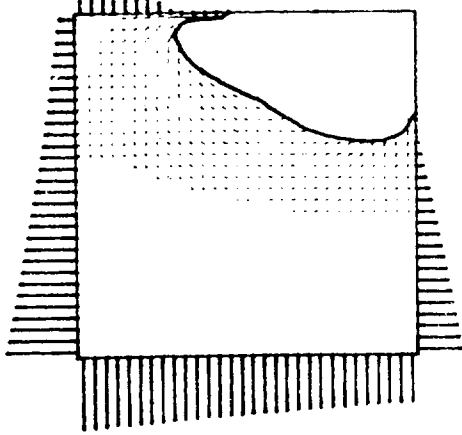


Fig. 10.2 Flow pattern (t=3.750)

이 이루어졌다고 생각된 때의 그림이다.

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7은 탱크가 회전운동을 할

때의 자유표면, 속도 벡터, 압력에 대한 그림이다. 각 변위는  $\theta_0 \sin(2\pi\omega t)$ 로 하였고 Fig. 5에서는  $\theta_0=8^\circ$ ,  $\omega=0.2162$ , Fig. 6에서는  $\theta_0=8^\circ$ ,  $\omega=0.2285$ , Fig. 7에서는  $\theta_0=4^\circ$ ,  $\omega=0.211$ 인 경우이며  $\Delta t$ 는 주기를 200으로 나누어서 사용하였다. 초기상태에서의 무차원화된 수면의 높이는 각각 0.25, 0.25, 그리고 0.75이다. 또 점으로 표시된 것은 Bridges[3]의 논문에 인용되어 있는 실험치를 나타낸다.

Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10은 탱크가  $x$ 방향으로  $-X_0(2\pi\omega)^2 \sin(2\pi\omega t)$ 의 가속도를 받았을 때의 해석결과로써  $X_0=0.2$ ,  $\omega=0.2$ 이고  $\Delta t$ 는 주기를 200으로 나누어서 사용하였다. 초기상태에서의 수면의 높이는 각각 0.7, 0.7, 0.8이었다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 유한차분법을 사용하여 강제동요시 2차원 탱크내 유체의 유동을 수치해석하였으며, 본 방법을 사용하여 비선형 영향이 심하게 나타나는 공진 주파수 근처에서의 유체유동도 실험결과와 비슷한 정도로 유추할 수 있다. 또한 탱크내에 방벽이 설치되어 있는 경우에도 유체유동을 해석할 수 있다.

그러나 본 계산에서 사용된 cell과 크기가 비슷하거나 작은 유체 방울의 처리는 계속 문제로 남아 있다.

앞으로 본 방법은 임의의 형상을 갖는 탱크에 적용될 수 있도록 확장되어야 하며, 특히 3차원 문제를 해석할 수 있도록 확장된 후 선박의 운동과의 연계가 필요할 것이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Harlow, F.H., Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, 1965.
- [2] Hirt, C.W., Nichols, B.D., "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, No. 1, 1981.
- [3] Bridges, T.J., "A Numerical Simulation of Large Amplitude Sloshing", *Proc. of the Third International Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics*, Paris, 1981.
- [4] Chan, R.K.C., Street, R.L., "SUMMAC-A Nume-

- rical Model For Water Waves”, Stanford Univ. Technical Report No. 135, 1970.
- [5] Roache, P.J., “Computational Fluid Dynamics”, Hermosa Publishers, 1976.
- [6] Richtmyer, R.D., Morton, K.W., “Difference Methods for Initial-Value Problems”, Interscience Publishers, 1967.
- [7] Anderson, D.A., et al, “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, Hemisphere Publishing Corp., 1984.
- [8] Ferziger, J.H., “Numerical Methods For Engineering Application”, John Wiley & Sons, 1981.