

大韓造船學會誌  
第24卷 第2號 1987年 6月  
Journal of the Society of  
Naval Architects of Korea  
Vol. 24, No. 3, June 1987

## 수중물체의 운동에 의한 장수파 생성

이 승 준\*

### Generation of Long Water Waves by Moving Submerged Bodies

by

Lee, Seung-Joon

#### Abstract

The wave system due to a moving submerged body is investigated both theoretically and numerically. Boussinesq equation, which is derived under the assumption that the effects of nonlinearity and wave dispersion are of the same order, is generalized to take the forcing agency into account. Furthermore, under the more restrictive assumption that the disturbance is of higher order, inhomogeneous Korteweg-de Vries equation is derived. These equations are solved numerically to obtain the generated wave system and the wave-making resistances. These results are compared with those given by the linear theory.

#### 1. 서 론

Russell(1838)의 고립파(solitary wave)에 대한 실험 이후, 많은 사람들이 선형파 이론의 한계성을 인식하고, 고립파 현상을 설명할 수 있는 물리적으로 좀 더 합당한 수학적 모형을 정립하고자 노력하였다. 이러한 노력은 Stokes(1847)의 고차 파이론, Rayleigh(1876)의 천수파에 대한 기본적 해석, Boussinesq(1872)의 비선형 분산성 파모형인 Boussinesq 방정식, Korteweg과 De Vries(1895)의 KdV 방정식으로 대표될 수 있겠다. 그러나 이들은 모두 고립파의 전파, 즉 상당한 크기의 파가 파형을 변하지 않으며 전파될 수 있다고 하는 현상을 서술할 수 있는 모형을 찾는 것이었으므로, 이들의 업적이 고립파의 '생성'현상과 연계되기에는 꽤 오랜 시간이 소요되었다.

Thews와 Landweber(1935) 및 Graff등(1964)은 천수 중에서의 선박 모형시험을 통해 이러한 물리현상에 접했으나, 그들이 관측한 사실을 이론적으로 규명하고자 하는 노력은 거의 기울이지 않았다. 천수에서의 교란체의 운동에 의한 파의 생성에 대한 Wu와 Wu(1983)의 수치 계산 결과가 Huang등(1982)의 천수에서의 선박 모형시험에 대한 실험 결과와 거의 동시에 발표된 것을 계기로 비선형 분산성 이론을 사용하여 운동 교란체에 의한 파계의 생성을 해석하고자 하는 노력이 본격화되었다고 볼 수 있다.

그 후 많은 이론(예를 들면 Akylas(1984)) 및 실험적 연구들이 있어 왔으며, 그 중 Lee(1985)는 선형 및 비선형 이론에 대해 고찰하고, 비선형 분산성 모형인 비제차 Boussinesq 방정식과 비제차 KdV 방정식을 수치적으로 해석하였으며, 이차원 저상용기(bottom bump)를 천수수조에서 예인, 생성된 파계의 파고를 계측하

여 시로 비교함으로써 비선형 분산성 모형들의 장단점에 대해서 논하였다. 그는 또한 수면상 압력분포와 수저 용기의 운동에 의해 생성되는 파제가 동일한 식, 즉 비제차 KdV방정식에 의해 설명될 수 있다는 것을 보인바 있다. 여기서 파생될 수 있는 의문 중의 하나는 만약 수면상과 수저에 위치한 교단체에 의한 파제가 동일한 식으로 설명될 수 있다면, 수중에서 운동하는 물체에 대해서는 어떤 것인가 하는 것이다.

본 논문에서는 상기의 질문에 대하여, 수중 운동물체에 의해 생성되는 파제도 수면상 압력분포 및 수저 용기와 더불어, 비제차 KdV방정식에 의해서 설명될 수 있다는 것을 보이고, 선형이론에 대한 약간의 고찰을 행하고자 한다.

2. 비선형 분산성 이론

유한 깊이의 유체 중에서 일정 속도 U로 운동하는 2차원 주상체에 의해 수면상에 생성되는 파제를 생각하자. 유체는 비점성, 비압축성(밀도 ρ는 일정)이라고 가정하고, 표면장력은 무시하며, 좌표계는 물체의 운동방향의 반대방향 및 수직 상방을 각각 양의 x-, y-축으로 하는 우수계를 취한다. 물체의 표면은 중간캠버곡선(mean camber line)  $y = -D(x, t)$ 와 그 두께  $d(x, t)$ 에 의해서 주어진다(Fig. 1).

또 물체가 시간  $t=0$ 인 순간부터 운동을 시작하기 전에는 유체는 정지되어 있다고 가정한다. 그리면 와도에 관한 Helmholtz의 정리로부터 속도 벡터  $u = u(x, y, t) = (u, v)$ 는 속도 포텐셜  $\phi(x, y, t)$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(u, v) = (\phi_x, \phi_y) \tag{1}$$

여기서 하첨자로 사용된  $x, y, t$ 는 각각 그들에 대한 편미분을 뜻한다. 비압축성 유체에 대한 연속 방정식으로 부터  $\phi$ 는 유체 영역에서 Laplace방정식을 만족하고

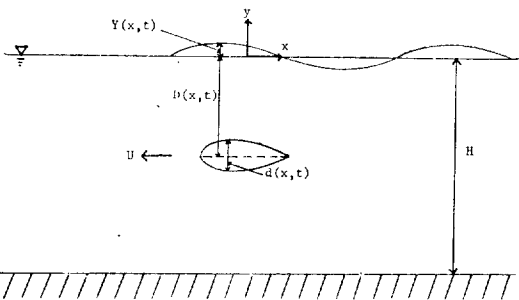


Fig. 1 Definition sketch and co-ordinate system

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0, \tag{2}$$

다음과 같은 경계조건과 초기조건들을 만족해야 한다.

자유표면  $y = Y(x, t)$ 에서의 동력학적 경계조건 ( $g$ 는 중력 가속도),

$$\phi_t + 1/2(\phi_x^2 + \phi_y^2) + gY = 0, \tag{3}$$

자유표면  $y = Y(x, t)$ 에서의 운동학적 경계조건,

$$Y_t + \phi_x Y_x - \phi_y = 0, \tag{4}$$

물체의 상부(-) 및 하부(+) 표면  $y = -(D(x, t) \mp d(x, t)/2)$ 에서의 경계조건,

$$(D \mp d/2)_t + \phi_x (D \mp d/2)_x + \phi_y = 0, \tag{5}$$

바닥표면  $y = -H =$ 상수 에서의 경계조건,

$$\phi_y = 0, \tag{6}$$

속도 포텐셜에 대한  $t=0$ 에서의 초기조건,

$$\phi = 0, \tag{7}$$

자유표면에 대한 초기조건,

$$Y = 0. \tag{8}$$

이들 방정식과 경계 및 초기조건을 다음과 같은 무차원 변수들을 사용하여 나타내기로 한다.

$$(x', y') = (x/L, y/H),$$

$$(Y', D', d') = (Y, D, d)/H, \quad t' = tC/L,$$

$$\phi' = \phi/CL, \quad (u', v', Fn) = (u, v, U)/C \tag{9}$$

여기서  $L$ 은 파제의 특성 파장이고,  $C = \sqrt{gH}$ 로서 유한 깊이에 있어서의 임계속도이다. 표현을 간략하게 하기 위하여 이하에서는 무차원 변수에 '을 붙이지 않기로 하면 다음과 같은 식들을 얻는다.

유체의 연속 방정식,

$$\beta \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0, \tag{10}$$

자유표면  $y = Y(x, t)$ 에서의 동력학적 경계조건,

$$\beta(\phi_t + Y + \phi_x^2/2) + \phi_y^2/2 = 0, \tag{11}$$

자유표면에서의 운동학적 경계조건,

$$\beta(Y_t + \phi_x Y_x) - \phi_y = 0, \tag{12}$$

물체의 상부(-) 및 하부(+) 표면  $y = -(D(x, t) \mp d(x, t)/2)$ 에서의 경계조건,

$$\beta\{D \mp d/2\}_t + \phi_x (D \mp d/2)_x + \phi_y = 0, \tag{13}$$

바닥표면  $y = -1$ 에서의 경계조건,

$$\phi_y = 0, \tag{14}$$

속도 포텐셜 및 자유표면에 대한  $t=0$ 에서의 초기조건,

$$\phi = 0, \quad Y = 0, \tag{15}$$

여기서  $\beta = (H/L)^2$ 으로 파제의 분산성을 나타내는 미소 매개변수이다. 또한 파제의 특성 파고를  $A$ 라고 하고 파제의 비선형성을 나타내는 미소 매개변수  $\alpha$ 를  $\alpha = A/H$ 로 정의하면 자유표면  $Y(x, t)$  및 속도 포텐셜  $\phi$

$(x, y, t)$ 는  $O(\alpha)$ 일 것이다. Ursell(1953)은 유한 깊이의 유체표면 상에 생성되는 파도에 대하여 두 개의 미소 매개변수  $\alpha, \beta$ 의 비로 정의되는  $Ur$ (Ursell number= $\alpha/\beta$ )의 크기에 따라서 적절한 파도 이론을 사용하여야 한다는 것을 보인 바 있다. 본 논문에서는  $Ur=O(1)$ 으로 가정하며, 따라서 우리가 생각하는 파고는 비선형성과 분산성이 비슷한 정도의 영향을 미치는 것으로 가정한다(weakly nonlinear and weakly dispersive).

해법의 첫번째 단계는 속도 포텐셜  $\phi$ 를  $y=-1$ 을 중심으로 다음과 같이 급수 전개하여 연속방정식(10)과 바닥표면에서의 경계조건(14)를 만족시키는 Rayleigh(1876)의 방법을 사용하는 것이다. 즉

$$\phi(x, y, t) = \phi(x, t) - \beta(1+y)^2 \phi_{xx}/2! + \beta^2(1+y)^4 \phi_{xxxx}/4! + O(\alpha\beta^2), \quad (16)$$

여기서  $\phi(x, t) = \phi(x, -1, t) = O(\alpha)$ 이다. 다음에는 유한 깊이의 유체에 대한 다음과 같은 이송 정리(transport theorem, Wu(1979))를 도입한다.

$$h_t + (h\bar{u})_x = 0, \quad (17)$$

여기서

$$h = 1 + Y - d, \bar{u} = \left( \int_{-1}^{-(D+d/2)} u \, dy + \int_{-(D-d/2)}^Y u \, dy \right) / h \quad (18)$$

이며,  $\bar{u}(x, t)$ 는 층평균 수평속도(layer mean horizontal velocity)이다.

이 정리의 증명은 부록으로 미루기로 하고, 여기서는 단지 이 정리를 증명하기 위해서는 각 경계표면에서의 운동학적 조건식들, 특히 (12, 13)이 만족되어야 한다는 것만 지적하고자 한다. 속도 포텐셜  $\phi(x, y, t)$ 의 급수 전개 (16)을 (18)에 대입하고  $d(x, t) = O(\alpha)$ 를 가정하면,  $\bar{u}(x, t)$ 와  $\phi(x, t)$  사이의 관계식을 얻는다.

$$\bar{u} = \phi_x - \beta \phi_{xxx}/6 + O(\alpha\beta^2). \quad (19)$$

이송 정리 (17)에 (19)를 대입하여  $\phi(x, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에 관한 다음의 편미분 방정식을 얻는다.

$$Y_t + \{(1+Y)\phi_x\}_x - \beta \phi_{xxx}/6 + O(\alpha\beta^2) = d_t + (d\phi_x)_x. \quad (20)$$

아직까지 만족되지 않은 유일한 경계조건인 자유표면에서의 동력학적 경계조건에 급수전개(16)을 대입하고  $y=Y(x, t)$ 로 놓으면  $\phi(x, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에 관한 또 하나의 편미분 방정식을 얻는다.

$$\phi_t + Y - \beta \phi_{xxt}/2 + \phi_x^2/2 + O(\alpha\beta^2) = 0, \quad (21)$$

초기조건 (15)에 (16)을 대입하여  $\phi(x, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에 관한 초기조건을 얻는다.

$$\phi = 0, Y = 0, t = 0 \text{에서} \quad (22)$$

따라서 (10, 11, 12, 13, 14, 15)의  $\phi(x, y, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에

관한 초기치-경계치 문제가 (20, 21, 22)의  $\phi(x, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에 관한 초기치 문제로 변환되었으며, 독립변수  $y$ 는 Rayleigh의 급수전개(16)과 이송 정리(17, 18)의 도입에 의해 소거되었다. 또한 (20, 21)에 의하면  $O(\alpha\beta)$ 까지는 물체의 수직위치는 문제의 해답에 아무런 영향을 미치지 않고 단지 물체의 두께만이 관계됨을 알 수 있다.

(20·21)로부터 비제차 Boussinesq 방정식을 유도하기 위하여 층평균 속도 포텐셜(layer mean velocity potential)  $\bar{\phi}(x, t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{\phi} = \left( \int_{-1}^{-(D+d/2)} \phi \, dy + \int_{-(D-d/2)}^Y \phi \, dy \right) / h \quad (23)$$

(16)을 (23)에 대입하여  $\phi(x, t)$ 와  $\bar{\phi}(x, t)$  사이의 관계식을 구하고,

$$\phi = \bar{\phi} + \beta \bar{\phi}_{xx}/6 + O(\alpha\beta^2), \quad (24)$$

이 (24)를 이용하여 (20, 21, 22)를  $\bar{\phi}(x, t)$ 와  $Y(x, t)$ 에 관한 식들로 변환한다.

$$Y_t + \{(1+Y)\bar{\phi}_x\}_x + O(\alpha\beta^2) = d_t + (d\bar{\phi}_x)_x, \quad (25)$$

$$\bar{\phi}_t + Y + \bar{\phi}_x^2/2 - \beta \bar{\phi}_{xxt}/3 + O(\alpha\beta^2) = 0, \quad (26)$$

$$\bar{\phi} = 0, Y = 0, t = 0 \text{에서.} \quad (27)$$

(25, 26, 27)이 비제차 Boussinesq 방정식이라고 불리우는 것이며, 이는 연립 2원 3계 편미분 방정식이다. 이를 수면상 압력분포  $p_0(x, t)$ 와 수저상 용기  $b(x, t)$ 에 대해 Lee(1985)가 구한 다음 식과 비교해 보자.

$$Y_t + \{(1+Y)\bar{\phi}_x\}_x + O(\alpha\beta^2) = b_t + (b\bar{\phi}_x)_x \quad (25a)$$

$$\bar{\phi}_t + Y + \bar{\phi}_x^2/2 - \beta \bar{\phi}_{xxt}/3 + O(\alpha\beta^2) = -p_0 - \beta b_{tt}/2 \quad (26a)$$

여기서  $p_0(x, t)$ 는  $\rho g H$ 로,  $b(x, t)$ 는  $H$ 로 각각 무차원화된 양이다.  $d$ 와  $b$ 가 (25, 25a)에서는 같은 형태로 나타나고, (26, 26a)에서는 그렇지 않으나, 그 차이인  $\beta b_{tt}/2$ 는 고차항  $O(\alpha\beta)$ 이므로, 수저상 용기와 수중물체의 운동에 의해 생성되는 파고는 그다지 틀리지 않을 것이라고 생각할 수 있다. 또한 (25, 26)으로부터  $Y(x, t)$ 를 소거하면  $\bar{\phi}(x, t)$ 에 관한 4계 비선형 편미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\phi}_{tt} - \bar{\phi}_{xx} + 2\bar{\phi}_x \bar{\phi}_{tx} + \bar{\phi}_t \bar{\phi}_{xx} - \beta \bar{\phi}_{xxt}/3 + O(\alpha\beta^2) = -\{d_t + (d\bar{\phi}_x)_x\}. \quad (28)$$

이 (28)과, 자유표면 상에서 움직이는 압력분포  $p_0(x, t)$ 에 관하여 Lee(1985)가 구한 결과에서  $p_0 = d$ 로 놓으면 두 결과는 완전히 동일하다.

따라서 그의 수면상 압력분포에 대한 연구결과는 수중 운동물체에 대해서도 거의 그대로 유효하다고 볼 수 있다. 즉 물체의 속도가 임계속도와 비슷하면, 물체의 앞쪽에 물체보다 빠른 속도로 전파되어 가는 양

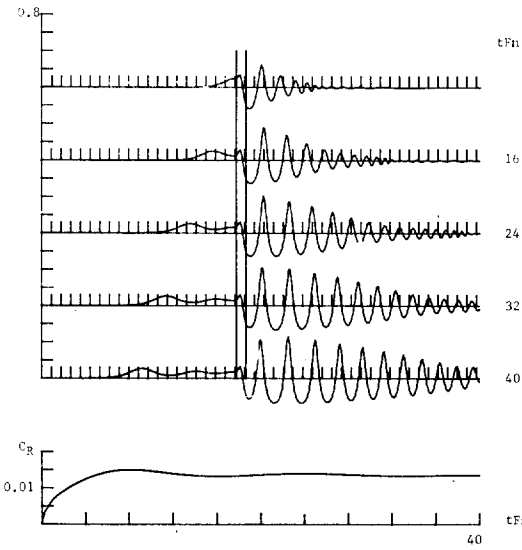


Fig. 2 The surface wave elevation and the wave resistance coefficient of the cosine submerged body given by the numerical Boussinesq model for  $d_m=0.1$ ,  $H/L=0.5$  and  $Fn=0.8$

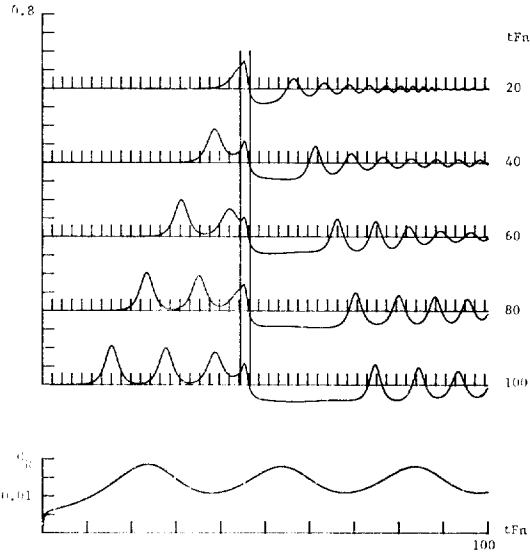


Fig. 3 The surface wave elevation and the wave resistance coefficient of the cosine submerged body given by the numerical Boussinesq model for  $d_m=0.1$ ,  $H/L=0.5$  and  $Fn=1.0$

(+) 변위의 고립파들이 주기적으로 생성되며, 물체의 바로 후방에는 거의 일정한 값의 음(-) 변위의 파도가 시간이 지남에 따라 그 길이를 증가하고, 그 후방에는 변조된 cnoidal파들이 뒤따를 것이다. 또  $Fn$ 가

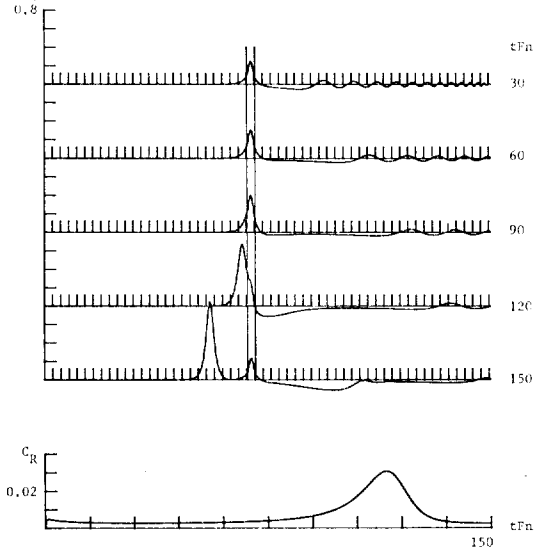


Fig. 4 The surface wave elevation and the wave resistance coefficient of the cosine submerged body given by the numerical Boussinesq model for  $d_m=0.1$ ,  $H/L=0.5$  and  $Fn=1.15$

1보다 작으면, 물체후방에 생성되는 파도의 크기가 전방에 생성되는 파도의 크기보다 크며,  $Fn$ 가 1보다 크면 그 반대현상이 일어날 것이다. 또한 파도 생성에 기인하는 조파저항도 따라서 시간의 함수일 것이다. (25,26,27)을 유한 차분법에 의해 풀 수 있으며, Fig. 2, 3, 4에 물체의 두께가 다음과 같이 주어졌을 때,  $Fn=0.8, 1.0, 1.15$ 에 대한 수치해석 결과를 보인다(Lee (1985)).

$$d(x,t) = \begin{cases} d_m[1 - \cos\{2\pi(x+tFn)\}]/2, & 0 < x+tFn < 1 \\ 0, & \text{그 외에서} \end{cases}$$

단  $d_m=0.1$ 이고,  $L$ 은 물체의 길이,  $H/L=0.5$ 이다. 각 그림의 위 부분은 운동좌표계에서 본 순간적인 파계를 보여주고 있고, 수평축은  $x+tFn$ , 수직축은  $y$ 이며 두 수직 평행선은 물체의 위치를 나타낸다(수평축은 물체의 길이  $L$ 로, 수직축은 수심  $H$ 로 부차원화 된 것임). 아랫 부분은 조파저항계수의 시간에 따른 변화이다.

물체의 운동속도와 임계속도의 차이는  $O(\alpha)$ 라 하면,  $d(x,t)=O(\alpha^2)$ 으로 가정해야 하며(Lee(1985)), 물체의 운동방향으로 움직이는 파계에 한하여 생각하기로 하면, (25,26)으로부터  $Y(x,t)$ 에 관한 소위 비제차 KdV 방정식과,  $\bar{u}(x,t)$ 와  $Y(x,t)$  사이의 관계식을 얻는다.

$$-Y_t + (1 + 3Y/2)Y_x + \beta Y_{xxx}/6 + O(\alpha\beta^2) = -d_x/2, \tag{29}$$

$$-\bar{u} = Y - Y^2/4 + \beta Y_{xx}/6 - d/2 + O(\alpha\beta^2). \quad (30)$$

(29)는 움직이는 수면상 압력분포  $p_0(x, t)$ 와 저상용기 (bottom bump)  $b(x, t)$ 에 대하여 Lee(1985)가 구한 결과와 동일하다. 따라서 비제차 KdV방정식으로 파계를 다룰 경우, 수면상 압력분포, 수중 물체 및 수저 용기 등의 3가지 교란체는 만약  $p_0(x, t) = d(x, t) = b(x, t)$ 이면, 동일한 결과를 줄 것이라고 말할 수 있다.

### 3. 선형이론에 대한 고찰

전 장에서는 비선형 분산성 이론을 이용하여 교란체의 운동속도가 유한길이의 유체에 대한 임계속도와 비슷할 때, 즉 수면상에 생성되는 파도의 길이가 수심보다 상당히 커질 때에 대한 문제를 생각해 보았다. 그 결과 수면상 압력 분포, 수중물체, 수저 용기 등의 운동에 의한 수면파 생성은 동일한 편미분 방정식 즉 비제차 KdV방정식에 의해서 설명될 수 있다는 것을 알았다. 이러한 사실은 선형 이론에 의한 결과와는 일견 매우 틀린 것으로 보인다. 이 장에서는 상기한 3가지 교란체에 의한 조파현상을 선형이론에 따라 정리하고, 그 결과들에 대해서 장파 혹은 천수의 극한을 취하여, 선형이론이 3종류의 교란체에 대해 어떠한 결과를 주는가를 알아보고자 한다. 편의상 지금부터는 다시 차원량을 쓰기로 한다.

선형 이론에서는 중첩이 가능하며, 따라서 Fourier 방법을 쓸 수 있다. Fourier방법을 쓸 경우, 일반적인 형태의 교란체에 의해서 생성되는 파계는  $\delta$ -함수의 교란체에 의한 파계를 알면 구할 수 있고, 이에 대해서는 이론유체역학의 각종 교과서(대표적으로 Lamb (1932))에 자세히 언급되어 있으므로, 여기서는 그 결과를 인용하기로 한다.

이하에서는 교란체는 정지되어 있고, 유체가 균일한 속도  $U$ 로 양의  $x$ -축 방향으로 입사한다고 생각하고,  $U$ 가 임계속도  $C$ 보다 작을 때,  $x \rightarrow \infty$ , 즉 무한하방에서의 수면이 어떠한 식으로 주어지는가를 보기로 한다.

먼저 수면상 압력분포가  $\delta$ -함수, 즉  $p_0(x) = P\delta(x)$ 인 경우에는

$$Y(x)/H = -(2P/\rho U^2) Y_0 \sin kx, \quad (31)$$

이며, 여기서  $\rho$ 는 유체의 밀도이고,

$$Y_0 = (\cosh kH \sinh kH) / (\cosh^2 kH - KH), \quad (32)$$

$$k = K \tanh kH, \quad K = g/U^2.$$

다음으로 저상용기가  $\delta$ -함수, 즉  $b(x) = B\delta(x)$ 일 때는

$$Y(x)/H = -(2B/H) Y_0 (kH/\sinh kH) \sin kx. \quad (33)$$

수중 물체에 대해서는 상기 두 경우의  $\delta$ -함수에 대응되는 것이 doublet이라고 볼 수 있다. 왜냐하면 source는 양의  $x$ -축 방향으로 무한히 긴 물체 (half body)와 상응하므로, 유한길이의 물체를 생각하는 경우에는 source-sink조합을 사용해야 하는데, 이 조합은 물체로부터 상당히 떨어진 곳에서는 doublet으로 대치될 수 있기 때문이다.  $(x, y) = (0, -D)$ 에 놓인 세기  $M$ 의 doublet에 의해서 생성되는 파계의 무한하방에서의 수면은 다음과 같다(Haskind(1945)).

$$Y(x)/H = -(2M/UH^2) Y_0 \{kH \cosh k(H-D) / \sinh kH\} \sin kx. \quad (34)$$

$U$ 가  $C$ 에 가까와 지게 되면,  $kH$ 가 영에 접근하게 되므로  $(kH/\sinh kH)$ 와  $\{kH \cosh k(H-D)/\sinh kH\}$ 는 각각 1에, 또  $Y$ 는  $3/(2kH)$ 에 수렴하게 된다. 따라서 (31, 33, 34)는 장파의 극한에 대해서 ( $kH \rightarrow 0$ ) 다음과 같은 하나의 식으로 나타낼 수 있다.

$$Y(x)/H = -(3Q/kH) \sin kx, \quad (35)$$

여기서  $Q$ 는 교란체의 세기를 나타내는 무차원량이며, 각각의 교란체에 대해서 다음과 같이 정의된 양이다.

$$Q = P/\rho U^2, \text{ 수면상 압력,} \\ = B/H, \text{ 수저면 용기,} \\ = M/UH^2, \text{ 수중 물체.} \quad (36)$$

그러므로 선형이론에 의하면, 장파의 극한에 대해서 상기 3종류의 교란체에 의해 생성되는 파계의 무한하방에서의 수면은 동일한 표현식을 가진다고 말할 수 있다(단 (36)의 무차원량을 쓰는 것을 전제로) 이러한 결론은 우리가 전장에서 비선형 분산성 이론을 사용하여 얻은 결과와 유사하다.

한편 조파저항,  $R$ 은 Lamb(1932)에 의하면 다음과 같다.

$$R = (1 - C_g/U) E, \quad (37)$$

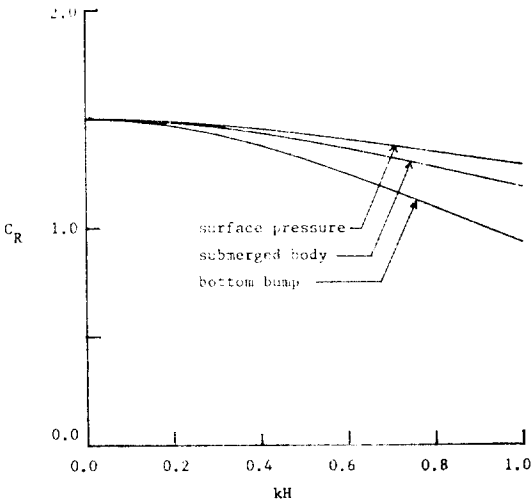
여기서  $C_g$ 는 파의 군속도,  $E$ 는 단위길이당 파의 평균 에너지 밀도로서,  $A_\infty$ 를 무한하방에 생성되는 규칙파의 진폭이라고 하면

$$(1 - C_g/U) = (1 - 2kH/\sin 2kH)/2, \\ E = \rho g A_\infty^2/2, \quad (38)$$

로 각각 주어진다. 위에서와 같이 장파의 극한에 대해서 생각하면 ( $kH \rightarrow 0$ ),  $(1 - 2kH/\sin 2kH)/2$ 는  $(kH)2/3$ 에 접근하므로, (35, 38)을 (37)에 대입하면

$$R/(gH^2Q^2) = C_R = 3/2 \quad (39)$$

를 얻는다. 즉  $U$ 가  $C$ 에 접근함에 따라, 무한하방에 생성되는 규칙파의 진폭은 발산하지만((35) 참조), 단위시간당 단위속도당 교란체의 후방에 연장되는 파계의 길이,  $(1 - C_g/U)$ 는 진폭의 역제곱에 비례하여 영



**Fig. 5** Wave resistance coefficient as a function of  $kh$  for a surface pressure, a submerged body and a bottom bump by linear theory

에 접근하므로, 이들의 곱으로 주어지는 조파저항 계수  $C_R$ 은 유한한 값  $3/2$ 에 수렴하게 되는 것을 알 수 있다. 물론 실제적으로는  $U$ 가  $C$ 에 접근함에 따라 선형이론의 기본가정들이 맞지 않게 되므로, 선형이론에 의한 계산값들이 실질적인 의미를 갖는다고 보기는 어렵다. 그러나 Lee(1985)에 의해서 밝혀진 바와 같이, 비선형 분산성 이론에 의해 계산된 조파저항이,  $Fn=1$ 에서, 위에서와 같은 방법으로 구한 선형이론에 의한 계산값과 비슷한 정도의 크기를 가지므로 전연 의미가 없다고 볼 수는 없을 것이다. Fig. 5에 (31, 33, 34)의 결과를 (37)에 대입하여 구한  $C_R$ 을 보인다. 물리적으로 예측할 수 있는 바와 같이 수면상 압력, 수중 물체, 저장 용기 등의 순으로 저항계수의 값이 주어지는 것을 확인할 수 있다.

**4. 결 론**

이상의 연구에서 다음과 같은 결론을 얻는다.

1. 수면상 압력분포, 수중 운동물체, 저장상 용기등이 천수중에서 일체속도에 가까운 일정 속도로 운동할 때 생성되는 파고는 비제차 KdV방정식에 의해 나타낼 수 있으며 만약 상기 세 가지 교란체가, 적절히 무차원화 된 형태에서, 동일한 함수분포를 갖는다면, 그들에 의한 파고는 동일하다고 할 수 있다.
2. 선형 분산성 이론에 의하면, 교란체의 운동속도가 임계속도에 밀어서 접근하면, 무한하방에 생

성되는 정현파의 파고는 무한히 증가하나, 이로 인한 조파저항은 에너지의 전파속도가 물체 운동속도에 가까와 지기 때문에 결국 유한한 값을 가지게 되고, 조파저항 계수는 상기 세 종류의 교란체에 대해 동일하며, 또한 비선형 분산성 이론에 의해 구해진 조파저항 계수의 시간 평균치와 비슷한 정도의 크기를 갖는다.

**부 록**

Wu(1979)는 더욱 일반적인 이송 정리를 증명하였으나, 여기서는 단지 각 경계표면에서의 운동학적 경계조건을 이용하여 (17)의 좌변과 우변이 같은 것을 증명하는 데 그치고자 한다. 또한 (17)은, 물리적으로는 깊이 방향으로 평균화된 질량 보존 법칙임을 지적하고자 한다. 우선

$$(1 + Y - d)_t = Y_t + (D - d/2)_t - (D + d/2)_t \tag{A1}$$

으로 쓸 수 있으며, 또 (18)의 정의와 Leibnitz 규칙에 의해서

$$\begin{aligned} (h\bar{u})_x &= \left( \int_{-1}^{-(D+d/2)} u dy + \int_{-(D-d/2)}^Y u dy \right)_x \\ &= -(D+d/2)_x u(x, -(D+d/2), t) \\ &\quad + (D-d/2)_x u(x, -(D-d/2), t) \\ &\quad + Y_x u(x, Y, t) + \int_{-1}^{-(D+d/2)} u_x dy \\ &\quad + \int_{-(D-d/2)}^Y u_x dy \end{aligned} \tag{A2}$$

를 얻는다. (10)에 의해

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^{-(D+d/2)} u_x dy + \int_{-(D-d/2)}^Y u_x dy \\ &= - \left\{ \int_{-1}^{-(D+d/2)} \Phi_{yy} dy + \int_{-(D-d/2)}^Y \Phi_{yy} dy \right\} / \beta \\ &= \{ -\Phi_y(x, -(D+d/2), t) - \Phi_y(x, Y, t) \\ &\quad + \Phi_y(x, -(D-d/2), t) \} / \beta \end{aligned} \tag{A3}$$

가 되며, 마지막 등식에는 바닥에서의 경계조건(14)가 사용되었다. (A3)를 (A2)에 대입한 후, (A1)과 (A2)를 더하고 양변에  $\beta$ 를 곱하면,

$$\begin{aligned} &\beta \{ h_t + (h\bar{u})_x \} \\ &= \beta \{ Y_t + Y_x u(x, Y, t) \} - \Phi_y(x, Y, t) \\ &\quad + \beta \{ (D-d/2)_t + (D-d/2)_x u(x, -(D-d/2), t) \} \\ &\quad + \Phi_y(x, -(D-d/2), t) \\ &\quad - \beta \{ (D+d/2)_t + (D+d/2)_x u(x, -(D+d/2), t) \} \\ &\quad - \Phi_y(x, -(D+d/2), t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

을 구한다. 마지막 등식에서는 자유표면과 물체표면에서의 운동학적 경계조건(12, 13)이 사용되었다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 1986년도 연구비 지원에 의하여 이루어졌으며, 동 재단에 대해 심심한 사의를 표한다.

## 참 고 문 헌

- [1] Akylas, T.R., "On the excitation of long nonlinear water waves by a moving pressure distribution", *J. Fluid Mech.* vol. 141, 1984.
- [2] Boussinesq, J., "Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond", *J. Math. Pures Appl.* Vol. 17, 1872.
- [3] Graff, W., Kracht, A. and Weinblum, G., "Some extension of D.W. Taylor's Standard Series", *Trans. SNAME* Vol. 72, 1964.
- [4] Haskind, M.D., "Translation of bodies under the free surface of heavy fluid of finite depth", Translated in NACA Tech. Memo. 1345(1952), 1945.
- [5] Huang, De-Bo, Sibul, O.J. and Wehausen, J.V., "Ships in very shallow water", Festkolloquium-Dedication to Professor Karl Wieghardt, Institute fur Schiffbau der Universitat Hamburg, 1982.
- [6] Korteweg, D.J. and de Vries, G., "On the change of form of long waves advancing in a rectangular channel, and on a new type of long stationary waves", *Phil. Mag.* Vol. 39, 1985.
- [7] Lamb, H. *Hydrodynamics*, 6th ed., Cambridge Univ. Press, 1932.
- [8] Lee, S.J., "Generation of long water waves by moving disturbances", Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1985.
- [9] Rayleigh, Lord, "On waves", *Phil. Mag.* Vol. 1, 1976.
- [10] Russell, J.S., "Report of the Committee on Waves", Rep. Meet. Brit. Assoc. Adv. Sci., 7th, Liverpool, 1837.
- [11] Stokes, G.G., "On the theory of oscillatory waves", *Camb. Trans.* 8, 1847.
- [12] Thews, J.G. and Landweber, L., "The influence of shallow water on the resistance of a cruiser model", U.S. Experimental Model Basin, Navy Yard, Washington, D.C. Report No. 408, 1935.
- [13] Ursell, F., "The long-wave paradox in the theory of gravity waves", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, Vol. 49, 1953.
- [14] Wu, T.Y., "On tsunamis propagation- of existing models", *Tsunamis-Proc. of the National Science Foundation Workshop*, organized and edited by Hwang, L.S. and Lee, Y.K. Tetra Tech Inc., Pasadena, CA, 1979.
- [15] Wu, D-M, and Wu, T.Y., "Three-dimensional nonlinear long waves due to moving surface pressure", *Proc. 14th Sym. Naval Hydro.*, 1983.