

# 에너지 함수 방법을 이용한 전력계통 과도 안정도 해석

오 태 규

한국 전기연구소 선임연구원

## 1. 서 론

전력계통 과도 안정도는 계통에 큰 외란(A large disturbance)이 발생 하였을 경우 전력계통이 그 외란에 의해 동기상실이나 계통분리 현상이 없이 정상운전상태에 도달하게 하는 중요한 성질이다."

현대 산업사회에서 전기에너지의 수요는 날로 증가되고 있으며, 이에 따라 전력계통은 복잡 고도화 추세에 있다. 이렇듯 전기에너지에 대한 의존도가 높아 질수록 전기에너지 공급은 높은 신뢰도를 요구하고 있다. 전력계통 안정도는 정전이 없고 신뢰성이 높은 전기에너지 공급과 밀접한 관계가 있다.

안정도 문제는 전력계통에 외란이 발생할 때 야기되며 외란이 발생하는 장소와 그 크기 및 성질에 의해 지대한 영향을 받는다. 만일 외란이 크면, 전력계통은 본질적으로 동특성 계통이므로 과도응답은 진동(Oscillatory)이며 그 크기 또한 클 것이다. 이를 흔히 Swing 이라 부르며 과도 안정도는 이러한 과도 Swing 후 전력계통이 정상 운전상태에 도달하게 될 것인가 아니면 동기탈조나 보호계전기의 작동으로 인한 계통분리가 발생하게 될 것인가 하는 문제가 전력계통 과도 안정도 문제이다.

전력계통은 예기치 아니한 급작스런 부하 및 발전력

변화, 사고 혹은 보수계획에 의한 송전선로의 개폐와 같은 외란에 노출되어 있다. 따라서 과도 안정도는 계통의 정상 운전 확보를 위해 계통계획 및 운용계획 수립 시 검토되어야 할 중요한 사항이다.

전통적으로 전력계통 과도 안정도 해석은 Time simulation 방법에 의해 행하여 지고있다. 이 방법은 전력계통의 동특성을 나타내는 미분 방정식과 이 방정식과 결합하는 대수 방정식을 수치적으로 풀어 발전기 상태변수의 궤적을 구하여 안정도를 판정한다. 이 방법은 강하게 신뢰성이 있는 반면 계산시간이 많이 소요되고 복잡스럽다. 이 방법으로는 안정 불안정 여부만을 판정할 수 있으며 안정의 정도 즉 안정하면 얼마나 안정한지 불안정 하면 안정 한계로 부터 얼마나 벗어나 있는지에 대한 정보와 계통 Parameter 변화에 대한 Sensitivity 정보를 얻기가 어렵다. 또한 Time Simulation은 한번 한 Scenario(외란발생-외란제거-외란제거후의 운전상태)에 대한 解를 제공하므로 안정한계는 오직 반복 Simulation에 의해서만 얻을 수있다. 또한 전력계통은 서서시각각으로 변화하고 있으며 System operator는 안전을 위해 변화하고 있는 Scenario에 대한 解를 필요로 하고 Time simulation 방법만으로는 이에 대처할 수없다. 이러한 문제들을 해결하기 위해 새로운 해석적 방법 (Analytical method)이 요구되고 있으며 이를 위해

접방법에 의한 과도 안정도 해석에 관한 연구가 행하여지고 있다. 본 고에서는 직접방법 중 에너지 함수 방법에 의한 안정도 해석을 소개하고 개략적인 이론과 방법론에 대하여 서술하고자 한다.

## 2. 에너지 함수 방법의 개요

현재까지 발표된 문헌을 살펴보면 직접방법에 의한 전력계통 과도 안정도 해석은 에너지 방법과 Lyapunov second method로 大別될 수있으며 이론적으로는 두 방법 모두 Lyapunov안정도 이론에<sup>2)</sup> 기초를 둔다. 한편 에너지 방법은 어떻게 에너지 함수를 정식화 하느냐에 따라 조금씩 달라진다. 여기서 말하는 에너지 함수 방법의 정식화는 다음 절에서 다루기로 하고 본절에서는 이 방법의 개요에 대해 설명하기로 한다.

에너지 함수 방법을 이해 하는데는 전력계통의 동측성을 이론적 측면보다는 물리적 측면에서 접근하는 방법이 도움이 된다. 지금 전력계통이 정상상태에서 운전되고 있다고 가정하면 각 발전기의 기계적 입력과 전기적 출력은 평형을 이룬다. 만약 외란에 의해 이 평형상태가 무너지면 발전기의 기계적 입력과 전기적 출력간의 불균형이 야기되고 이 불균형은 발전기 회전자를 가속(혹은 감속)시킨다. 이는 발전기 회전자의 운동 에너지가 증가(혹은 감소)하는 것을 의미하며 이런 상태가 상당기간 지속되면 동기상실이 뒤따르게 될 것이다. 이 현상을 에너지의 관점에서 보면 외란은 계통에 Excess energy를 투입시키는 요인이 되며 회전자가 가속하는 것은 이 Excess energy가 회전자 운동 에너지로 변환하는 것을 의미한다. 외란이 제거된 후 발전기가 동기상태를 유지하려면 외란에 의해 계통에 투입된 Excess energy는 계통에 의해 흡수되어 다른 형태의 에너지로 변환되어야 한다. 만일 외란 기간 동안에 계통에 투입된 Excess energy를 알 수 있고 계통의 에너지 흡수능력을 알 수 있다면 이를 비교하여 계통의 안정도를 판정할 수있다. 이 계통의 에너지 흡수 능력을 임계에너지(Critical energy)라 부르고 계통의 안정영역은 이 임계에너지로 추정된다. 따라서 에너지 함수 방법은 발전기 회전자의 궤적을 구하지 아니하고 안정도를 정성적으로 다룬다 하여 직접방법이라 부른다. 에너지 함수 방법에 관한 연구는 과도에너지를 잘 나타내는 함수의 개발과 외란제거후 계통의 에너지 흡수능력을 추정하는 두 문

제로 요약할 수있다. 특히 정확한 임계에너지의 계산은 정확한 안정영역의 추정을 가능하게 하며 에너지 함수 방법의 실용화를 가능하게 한다. 이 들에 관한 참고문헌은 그 량의 방대함으로 일일이 열거할 수 없으며 관심 있는 독자는 초기 이론 전개과정의 Paper<sup>3)~13)</sup>와 그 후 이들을 종합 성리한 Survey paper<sup>14),15)</sup>를 참고하기 바란다.

## 3. 에너지 함수 방법의 정식화

### 3.1 전력계통의 표현

고전모델을<sup>16)</sup> 사용하면 전력계통 동측성은 다음과 같은 Swing 방정식으로 표현되어진다.

$$M\dot{\omega}_i = P_i - P_{ei}$$
$$\delta = \omega_i \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{1}$$

여기서

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n \left[ C_{ij} \sin(\delta_{ij}) + D_{ij} \cos(\delta_{ij}) \right]$$

$$P_i = P_{mi} - E_i^2 G_{ii}$$

$$C_{ij} = E_i B_{ij} E_j, \quad D_{ij} = E_i G_{ij} E_j$$

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$$

$P_{mi}$  : 기계적 입력(一定)

$E_i$  : 과도 리액턴스 배후전압(一定)

$G_{ii}$  : 구동점 콘다턴스

$M_i$  : 발전기 회전자 관성정수

$\omega_i, \delta_i$  : 발전기 회전자 각속도 및 위상각 편차(동기속도로 회전하고 있는 기준축에 대해)

$G_{ij} + jB_{ij}$  :  $i-j$ 발전기 내부 모선간의 전달 어드미턴스

$n$  : 발전기 수

다음 이 운동방정식을 관성중심(Center of inertia, COI) 좌표축으로 변환한다. 이 변환은 에너지 함수 방법의 정식화에 있어서 아주 중요한 역할을 한다. COI 변환은 발전기 탈락 Mechanism을 잘 나타내어 주고, 또한 계통 불안정화에 관련되지 아니한 에너지를 소거시킨다.<sup>9)</sup> 즉 제거된 만큼의 에너지는 관성중심축의 운동에 관련되어 있고 발전기 회전자들의 상호 운동에는 관련되지 아니하다.

COI 변환을 위하여

$$M_T \triangleq \sum_{i=1}^n M_i$$

$$\delta_0 \triangleq \sum_{i=1}^n M_i \delta_i / M_T$$

라고 정의하면 식(1)로부터

$$M_T \dot{\omega}_0 \triangleq \sum_{i=1}^n (M_i \dot{\omega}_i) = \sum_{i=1}^n (P_i - P_{ei}) \triangleq P_{coi} \quad (2)$$

$$\dot{\delta}_0 = \omega_0$$

를 얻게된다. 다음 COI 상태변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\theta_i \triangleq \delta_i - \delta_0$$

$$\tilde{\omega}_i \triangleq \dot{\theta}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

그러면 식(1)과 식(2)로부터 다음과 같은 COI 운동방정식을 얻게된다.

$$M_i \ddot{\theta}_i = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{coi}$$

$$\dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

정의로부터 COI 상태 변수는 다음과 같은 제약 조건을 갖게된다.

$$\sum_{i=1}^n M_i \theta_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i = 0$$

즉 COI 상태변수는 一次 종속이다.

### 3. 2 평형점(Equilibrium point)

식(4)에서

$$0 = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{coi} \quad (5)$$

$$0 = \tilde{\omega}_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

를 만족시키는  $(\theta, \tilde{\omega})$ 를 평형점이라 부른다. 식(5)는 여러 개의 解를 갖게 되는데 직접방법을 이용한 안정도 해석에서는 이들 解 가운데 안정 평형점(The stable equilibrium point, SEP)과 제어 불안정 평형점(The controlling unstable equilibrium point, UEP)이 주 관심의 대상이다.

SEP는 외란 제거후의 전력계통의 평형점이고 일반적

으로 조류계산의 해가 된다. UEP는 많은 불안정 평형점 중의 하나로 물리적으로는 외란이 임계적으로 제거된다면, 발전기 회전차 위상각의 궤적은 이점 부근을 통과하게 된다. 발전기 회전차의 위상각 공간에서 안정 평형점은 불안정 평형점을 연결하여 얻은 폐곡선으로 둘러 쌓여있다.

식(5)로부터 평형점에서는

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{M_T} P_{coi}$$

$$\omega_i = \omega_0$$

이고, 이로부터 COI 좌표축에서 평형점은 동기속도 회전 좌표축 상에서는 평형점이 아닐 수있음을 알 수있다.  $\omega_0 = 0$ 인 경우 COI 평형점은 동기회전축 상에서도 평형점이 되는데 이점을 주파수 평형점(Frequency equilibrium point)라 부르고,  $\omega_0 \neq 0$ 인 경우는 이점을 동기 평형점(Synchronous equilibrium point)이라 부른다.<sup>9)</sup>

### 3. 3 에너지 함수

에너지 함수 V는 일차적분(혹은 에너지 적분이라 함)에 의하여 다음과 같이 얻어진다.

$$V = \int_{t_s}^t \sum_{i=1}^n \left[ M_i \dot{\omega}_i (-P_i + P_{ei} + \frac{M_i}{M_T} P_{coi}) \theta_i \right] dt$$

여기서

$$\theta(t_s) = \theta^s, \quad \tilde{\omega}(t) = \underline{0}$$

$\theta^s$  : 외란 제거후의 안정 평형점 즉 에너지 함수는 외란 제거후의 계통에 대하여 정의된다.

위식을 정리하면

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left[ C_{ij} (\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s) - \int_{\theta_i^s + \theta_j^s}^{\theta_i + \theta_j} D_{ij} \cos \theta_{ij} d(\theta_i + \theta_j) \right]$$

과 같이 된다.<sup>10), 11)</sup>

위식의 각항은 물리적인 의미를 갖는데 첫항은 운동 에너지, 둘째항은 회전차의 위치에너지, 셋째항은 계통 내에 저장된 자기에너지, 그리고 넷째항은 콘다턴스에 의한 Dissipated energy 이다. 일반적으로 마지막 세항을 합쳐서 위치에너지라 부르고 따라서 에너지 함수 V는 운동 에너지와 위치에너지로 구성되어 있다.

Dissipated energy는 Path-dependent 적분으로 표

현되어 있어 위상각의 궤적을 알아야 정확히 계산할 수 있으나 이는 직접방법의 의도에 어긋나고 선형화 계산치가 실제 값과 큰 차이가 없어 선형화에 의해 다음과 같이 계산한다.

$$\int_{\theta_i^s + \theta_i^c}^{\theta_i^u + \theta_i^c} D_{ij} \cos \theta_{ij} d(\theta_i + \theta_j) = D_{ij} \frac{\theta_i + \theta_j - \theta_i^s - \theta_j^s}{\theta_{ij} - \theta_{ij}^s} (\sin \theta_{ij} - \sin \theta_{ij}^s)$$

### 3.4 임계에너지와 에너지 마진

안정영역은 임계에너지로 추정되어진다. 따라서 부정확한 임계에너지 계산은 부정확한 안정도 해석을 초래한다. 직접방법의 획기적인 발전은 이 임계에너지 계산방법의 개선에 의하였다고 하여도 과언은 아닐 것이다. 임계에너지는 외란 제거후의 계통의 안정 평형점에 대하여 제어 불안정 평형점에서의 위치에너지로 주어진다.<sup>7)~10), 13), 17)</sup> 따라서 제어 불안정 평형점의 식별과 계산은 에너지 함수 방법에서 아주 중요하다. 즉 부정확한 제어 불안정 평형점의 계산은 부정확한 임계에너지 계산을 초래하고 부정확한 안정도 판정을 하게된다.

에너지 마진  $\Delta V$ 는 임계에너지( $V^u$ )와 외란 제거점( $\theta^c, \omega^c$ )에서 계통이 보유하고 있는 과도에너지  $V^c$ 와 그의 차이로 정의되며 다음 식으로 계산된다.<sup>17)</sup>

$$\begin{aligned} \Delta V &= V^u - V^c \\ &= -\sum_{i=1}^{n-1} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \omega_i^{c^2} - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i^u - \theta_i^{c^2}) \\ &\quad - \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} (\cos \theta_{ij}^u - \cos \theta_{ij}^{c^2}) - I_{ij}] \end{aligned}$$

여기서

$$I_{ij} = D_{ij} \frac{\theta_i^u + \theta_j^u - \theta_i^c - \theta_j^c}{\theta_{ij}^u - \theta_{ij}^c} (\sin \theta_{ij}^u - \sin \theta_{ij}^c)$$

$\theta^u$ : 제어 불안정 평형점

만일 외란 제거점에서  $\Delta V > 0$ 이면 계통은 안전하고  $\Delta V < 0$ 이면 불안정하다.

이 에너지 마진 정보는 안정의 정도를 측정하는 척도로 사용되어지며 외란 제거점에서 운동에너지에 대해 정규화하여 Contingency의 강도를 측정하는 Index로도 사용되어진다.<sup>17)</sup>

### 3.5 운동에너지의 수정

큰 외란은 전체 계통을 두 그룹으로 분리시키려 하는데 한 그룹은 외란의 영향을 크게 받은 발전기들로 구성되고 다른 한 그룹은 계통내의 나머지 발전기들로 구성된다. 외란의 영향을 크게 받은 발전기 그룹은 Critical machine이라 부르는데 이 발전기들은 제어 불안정 평형점에서 회전자 위상각의 절대치가  $90^\circ$ 보다 큰 값을 갖게 된다. 이 Critical machine들을 나머지 계통으로부터 분리시키려는 운동 에너지는 두 그룹간의 Gross motion과 관련되어 있으며 나머지 운동 에너지는 각 그룹내의 발전기간의 상호작용과 관련되어 있다. 따라서 후자에 해당하는 운동 에너지는 안정도를 유지하기 위하여 계통이 흡수하여야 할 에너지로부터 제외되어야 한다. 이를 운동 에너지 수정이라 부른다.<sup>17)</sup>

수정된 운동 에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$V_{KEI\text{corr}} = \frac{1}{2} M_{eq} \omega_{eq}^2$$

여기서

$$M_{eq} = \frac{M_{cr} \cdot M_{sys}}{M_{cr} + M_{sys}}$$

$$\omega_{eq} = \omega_{cr} - \omega_{sys}$$

$M_{cr}$ : critical machine들의 관성정수의 합

$M_{sys}$ : 나머지 발전기들의 관성정수의 합

$\omega_{cr}$ : Critical machine들의 관성중심의 각속도

$\omega_{sys}$ : 나머지 발전기들의 관성중심의 각속도

앞절에서 설명한 에너지 마진은 위와 같이 수정된 운동 에너지로부터 계산되어야한다.

### 3.6 에너지 함수 방법에 의한 안정도 판정

지금까지 설명한 에너지 함수 방법에 의한 전력계통 과도안정도 판정은 다음과 같이한다.

1. 안정도 해석을 하고자하는 전력계통의 조류계산과 발전기 정수로 부터 외란이 발생하기전의 초기조건  $E, \delta, M, P_n$  을 계산한다.
2. 외란이 발생한 조건에서와 외란이 제거된 후의 상태에서의 발전기 내부모션간의 단락 어드미턴스 Matrix 를 계산한다. 이때 외란이 제거되는 시점에서의 상태변수( $\theta^c, \omega^c$ )를 계산해야 하는데 일반적으로 외란이 지속되는 시간은 비교적 짧으므로 Fast integral 방법을 사용한다.
3. 외란이 제거된 후의 계통의 안정 평형점과 제어 불

안정 평형점을 계산한다.

- 4. 제어 불안정 평형점에서 위치 에너지를 계산하여 임계 에너지를 계산한다.
- 5. 외란이 제거되는 시점에서 계통이 보유하고 있는 Excess energy 즉 과도 에너지를 계산하는데 이때 운동 에너지는 앞절에서 설명한 수정된 운동 에너지를 사용하여야한다.
- 6. 에너지 마진을 계산한다. 만일 에너지 마진의 부호가 양이면 계통은 안정하고 음이면 불안정하다.

### 4. 실계통 문제에 응용

최근 전력계통이 대형화 되면서 계통 계획을 수립할 경우나 계통 운용 면에서 직면하게 되는 문제들에 대해 Time simulation 방법만으로는 충분한 해답을 얻기가 어렵거나, 보다 빠른 계산시간을 요하는 문제에 대하여 직접방법을 이용한 접근 방법이 모색되어지고 있다. 실제로 에너지 함수 방법은 실제적인 전력계통 문제 해결에 성공적으로 응용되었으며 다음은 그러한 응용사례가운데 몇가지이다.

- 1. 여러가지 상정사고와 운전조건에서 에너지 마진의 감도 해석을 이용한 주요 송전선로의 안정한계 송전능력 계산<sup>18)</sup>
- 2. 일련의 외란(사고발생 - 사고가 발생한 송전선로 개방 - Dynamic breaking resistor 삽입 - 개방된 송전선로 Reclosing - dynamic breaking resistor 제거)에 대한 해석. 이 해석 결과를 이용하여 계통의 안정 유지를 위한 감발량(Generation to be tripped)을 계산하였다.<sup>19)</sup> 비슷한 응용사례로서 계통이 불안정하게 되는 것을 방지하고 비상제어로서 감발량을 결정하는 연구결과가 발표되었다.<sup>20)</sup>
- 3. 발전기 탈락 사고시의 계통 안정도 해석. 일반적으로 주요 송전선로상의 동기 탈조 보호계전기는 전력 동요의 과급효과를 제한하여 한 지역에서의 사고가 전 계통으로 과급되는 것을 방지하기 위하여 조금 여유있게 Setting된다. 계통내의 대형 발전기 탈락 사고의 경우에는 전력동요에 의한 보호 계전기의 작동으로 계통분리 현상이 발생한다. 따라서 에너지 마진을 동기 탈조 보호계전기의 Setting과 관련시키는 알고리즘이 제안되었다.<sup>21), 22)</sup>
- 4. 각각의 발전기의 에너지 함수를 이용하여 Time

simulation 결과를 해석. 이 해석을 Time simulation에 의해 얻은 안정 불안정에관한 정보뿐만아니라 각 발전기의 안정의정도를 정성적으로 분석할 수 있는 자료(Index)를 제공하고, 이 자료는 다음 Case study를 선택하는데 이용되어진다.<sup>23)</sup>

일반적으로 계통분석가가 전력계통의 안정도를 해석하는 것은 안정도 자체 뿐만 아니라 전력계통의 동특성의 특성(The quality of power system dynamic behaviors)에 관한 정보를 얻는데있다. 에너지 함수 방법은 계통 분석가에게 전력계통의 동특성을 이해하는데 '특별한 통찰력'(Special insight)를 제공한다. 즉 동기상실이나 계통 분리현상이 발생할 경우 그 요인이나 Mechanism을 보다 분명히 설명할 수 있는 정보를 제공하는데 이 정보는 Transient stability aids 즉 Dynamic breaking resistor의 운영, Fast valving 혹은 Generation tripping 등과 같은 계획을 수립하는데 효과적으로 이용될 수있다.

### 5. 결 론

최근 IEEE 주관으로 직접방법에 의한 전력계통 과도안정도 해석이론및 응용사례와 앞으로의 연구방향에 관한 토의가 있었다.<sup>24), 25)</sup> 이 토의에서 직접방법은 전력계통 해석에 요구되는 새로운 해석적 방법(New analytical method)으로써 그 유용성이 인정되었고, 현재 이 분야에서 활발한 연구가 진행되고있다. 우리나라에서도 신기술 개발과 전력계통 계획과 운용면에서 새로이 대두되는 문제들을 효과적으로 해결하기 위하여 이 분야에서 학술적및 응용기술개발 연구가 바람직하다고 여겨진다.

### 참 고 문 헌

- 1) IEEE Committee Report, "Proposed Terme and Definitions For Power System Stability." IEEE Trans., PAS-101(1982): 1894-1898.
- 2) Pai, M Power System Stability by the Direct method of Lyapunov. North-Holland and Control Series Vol. III. New York: North-Holland Publishing Company, 1981.
- 3) Criteria of Stability of Electric Power Systems. A Report. Union Institute of Scientific and Technolo-

- gical Information and the Academy of Sciences of the U.S.S.R Electric Power Series, Moscow, 1971.
- 4) Magnuson, P. C. "Transient Energy Method of Calculating Stability." AIEE Trans., PAS-66(1947): 745-755.
  - 5) Aylett, P. D. "The Energy Integral Criterion of Transient Stability Limits of Power Systems." Proceedings of IEE 105(C) (1958): 527-536.
  - 6) Gless, G. E. "Direct Method of Lyapunov Applied to Transient Power Stability." IEEE Trans., PAS-85 (Feb. 1966): 158-168.
  - 7) El-Abiad, A. H. and Nagappan, K. "Transient Stability Regions of Multimachine Power Systems." IEEE Trans., PAS-85(Feb. 1966): 169-179.
  - 8) Gupta, C. L. and El-Abiad, A. H. "Determination of the Closest Unstable Equilibrium State for Lyapunov's Methods in Transient Stability Studies." IEEE Trans., PAS-95(September / October 1976): 1699-1712.
  - 9) Tavora, C. J. and Smith, O. J. M. "Characterization of Equilibrium and Stability in Power Systems." IEEE Trans., PAS-91(May / June 1972): 1127-1145.
  - 10) Athay, T., Podmore, R. and Virmani, S. "A Practical Method for Direct Analysis of Transient Stability." IEEE Trans., PAS-98 No. 2(1979): 573-584.
  - 11) N. Kakimoto, Y. Ohsawa, and M. Hayashi. "Transient Stability Analysis of Multimachine Power Systems with Field Flux Decays via Lyapunov's Direct Method." IEEE Trans., Vpl. PAS-99(5). 1980, pp. 1819-1827.
  - 12) Prabhakara, F. S. and El-Abiad, A. H. "A Simplified Determination of Transient Stability Regions for Lyapunov's Methods." IEEE Trans., PAS-94 (March / April 1975): 672-689.
  - 13) Fouad, A. A., Vittal, V., and Taekyoo Oh. "Critical Energy for Direct Transient Stability Assessment of a Multimachine Power System." IEEE Trans., PAS-103 (Aug 1984) : 2199-2206.
  - 14) Fouad, A. A. "Stability Theory: Criteria for Transient Stability." Proceedings of Conference on Systems Engineering for Power: Status and Prospects. Huniker, N.H., 1975.
  - 15) Ribbens-Pavella, M. "Critical Survey of Transient Stability Studies Proceedings of 9th Annual Allerton Conference on Circuits and Systems Theory. Oct., 1971.
  - 16) Anderson, P. M. and Fouad, A. A. Power System Control and Stability. Ames, Iowa State University Press, 1977.
  - 17) Fouad, A. A., Kruempel, K. C., Mamandur, K. R. C., Stanton, S. E, Pai, M. A., and Vittal, V. "Transient Stability Margin as a Tool for Dynamic Security Assessment." EPRI Report EL-1755, March 1981.
  - 18) El-Kady, M. A., Tang, C. K., Carvalho, V. F., Fouad, A. A., and Vittal, V. "Dynamic Security Assessment Utilizing the Transient Energy Function Method." Proceedings of 1985 PICA Conference, San Francisco, CA, May 1985: 132-139.
  - 19) Fouad, A. A., Ghafurian, A., Nodehi, K., and Mansour, Y. "Calculation of Generation-Shedding Requirement of B.C. Hydro System Using Transient Energy function." IEEE Trans., PWRS-1, No. 2 (1986): 17-24.
  - 20) Ohura, Y., Matsuzawa, K., Ohtsuka, H., Nagai, N., Gouda, T., Oshida, H., Takeda, S., and Nishida, S. "Development of a Generator Tripping System for Transient Stability Augmentation Based on the Energy Function Method." IEEE Trans., PWRD-1 (July 1986): 68-77.
  - 21) Fouad, A. A., Vittal, V., Oh, T., and Raine, J. G. "Investigation of Loss of Generation Disturbances in Florida Power & Light Co. Network by the Transient Energy Function Method." IEEE Trans., PWRS-1, No. 3(1986): 60-66.
  - 22) Roemish, W. R. and Wall, E. T. "A New Synchronous Generator Out-of-Step Relay Scheme PARTS I and II." IEEE Trans., PAS-104(March 1985): 563-582.
  - 23) Fouad, A. A., Kruempel, K. C., Vittal, V., Ghafurian, A., Nodehi, K., and Mitche, J. V. "Transient Stability Program Output Analysis." IEEE Trans., PWRS-1, No.1 (1986): 2-9.
  - 24) IEEE Committee Report. "Application of Direct Method to Transient Stability Analysis of Power Systems." A Paper by The Working Group PAS-103 (1984): 1628-1636.
  - 25) Fouad, A. A. "Applications of Transient Energy Function Methods to Practical Power System Problems." Presented at the Symposium on Rapid Analysis of Transient Stability, IEEE Winter Meeting, February 1986.