

電界解析을 위한 有限要素法の活用

정상진

한전기술연구원 계통연구실 선임연구원

차례

- I. 序言
- II. 電界解析의 活用分野
- III. 有限要素法の 適用
- IV. 問題點 및 向后展望
- V. 結言

I. 序言

最近 電子計算機의 大容量化 高速化에로의 急速한 發展은 多樣한 數值電界解析法의 廣範圍한 活用으로 종래의 번거롭던 방법 즉 抵抗回路網, 導電性 紙, 그리고 電解槽에 의한 解析法은 完全히 代替하게 되었다. 이 電界解析의 目的은 電壓이 높아짐에 따라 增加하는 絶緣費用의 減少를 위한 電力構造物 및 機器의 絶緣設計의 最適化 및 그性能評價에 活用이라 할 수 있겠다. 數值電界解析法의 種類는 크게 나누어 積分法(Integral Method), 差分法(Differential Method), 그리고 確率的方法(Probabilistic Method)로 나누어지며 各各의 解析法은 長短點을 지니고있어 解析하고자 하는 問題의 類型에 따라 選擇된다. 이들에 대한 基本理論과 適用例 및 特徵들은 電氣學會誌를¹⁾ 參考하기 바라며 本稿에서는 有限要素法(FEM; Finite Element Method)을 活用하여 이方法의 長點인 複素數, 時變電界 및 直流이온場의 解析技法을 紹介하고 그弱點인 開放된 領域의 電界解析을 위한 境界弛緩法の 說明과 計算例, 그리고 마지막으로 有限要素法에 의한 電界計算法의 問題點과 向后展望을 言及코자 한다.

II. 電界解析의 活用分野

數值電界解析의 主要한 活用分野는 우선 電力機資材의 最適設計를 통한 經濟性提高라 할 수 있겠다. 卽어떠한 電力구조물을 구성하는 電極 및 絶緣物의 形狀이 定해지면 電界解析을 통해 實際의 電界強度와 絶緣物의 絶緣耐력을 相互比較하여 취약한 部分을 發見하여 이部分에 대한 設計改善(形狀變更 혹은 特殊絶緣物 使用)이 可能하게 된다. 이러한 過程을 反復함으로서 結局 最適設計에 이르게 되며 電壓이 上昇함에 따라크게 增加하는 絶緣投資費를 抑制할 수 있게 된다. 單純한 構造의 電極形狀과 絶緣物의 境界面形狀을 주어진 制約條件下에 最適化하는 理論이 紹介되고 있지만^{2,3)} 아직까지 汎用化는 어려운 實情이고 經驗에 의해 주어진 設計를 修

正 補完하는 方法이 주로 使用되고 있는 實情이다. 이러한 解析法은 最近의 縮小化된 개스開閉裝置의 設計, 地中Cable의 接續部의 效果的施工, 汚損對策을 위한 Bus-hing 및 礫子類의 設計에 適用하여 設備의 信賴性確保와 아울러 經濟性提高에 寄與하고 있다.

다음으로 電界解析의 活用分野는 氣體絶緣內의 Corona 開始電壓 내지 絶緣破壞電壓의 豫測이라 할 수 있겠다. 氣體의 絶緣破壞Mechanism은 比較的 正確히 規明되어 있으며 電界分布의 不均衡이 甚하지 않으면 그 絶緣破壞電壓의 豫測은 可能하다. A. Pedersen은⁴⁾ 空氣中の 球Gap의 絶緣破壞電壓을 豫想經路의 電界分布로부터 正確히 豫測하는 技法을 提示하였다. 이는 Streamer理論에 根據하여 豫想 絶緣破壞經路를 따라 空氣의 離子化係數(α)를 積分한 값이 어느 臨界值(≈ 20)에 이르면 Streamer가 繼續 成長하여 絶緣破壞로 進展한다는 原理가 利用되었다. 後에 J. Blakett⁵⁾는 여러가지 電極構造에 대해 이를 適用하여 實驗値와 잘 符合되는 計算結果를 얻었다. 또한 SF₆개스에 대해서도⁶⁾ 本理論을 適用시켜 좋은 結果가 얻어졌으며 심지어 液體¹⁸⁾ 및 固體絶緣物⁷⁾에 대해서도 이 理論을 適用한 例가 있다. 그러나 이 모든 경우의 電界分布는 比較的 平等하다는 條件을 要求하며 그렇지 않은 경우 計算된 電壓은 絶緣破壞電壓이 아니라 Corona 開始電壓을 나타내게 될 것이다.

Ⅲ. 有限要素法의 適用

3.1 複素數 電界解析

絶緣物의 導電性이 큰 境遇 AC電壓에 대한 電界分布는 絶緣體의 誘電率(Permittivity)과 導電率(Conductivity)의 複合的인 常數에 의해 決定된다. 그러나 通常의 AC用 電力機器는 絶緣抵抗이 매우 크기 때문에 누설전류는 大部分 容量性이며 電界分布는 표유容量(Stray Capacitance)에 의해 決定된다.

一部 特殊한 境遇 耐汚損設計 및 電界集中의 緩和를 爲해 導電性物質을 塗布하거나 體積導電率이 큰 物質을 使用하는 境遇가 있으며 또한 自然狀態에서 汚損物質의 附着으로 인한 表面導電性이 增加하게 되는 境遇에 漏泄電流는 抵抗分(Resistive)이 增加하게 되므로 電位分布는 印加電壓에 대해 크기(Magnitude)와 位相(Phase)

을 갖게 된다. 따라서 이 경우 絶緣體의 常數, 電位를 複素數로 表示함으로써 電位分布를 計算할 수 있는 바 다음에서 有限要素法과 RC回路의 類似性¹⁷⁾을 利用한 方法을 記述코자 한다.

3.1.1 有限要素法과 Capacitor 回路

空間電荷가 存在하지 않는 경우 電位分布는 Laplace式으로 表示되며 三角形要素를 使用, 線型近似函數(Linear Interpolation Function)로 節點의 電位를 表示한 後 有限要素法의 基本概念인 Energy汎函數를 最少化시키는 條件에서 아래의 式이 誘導된다.⁸⁾

$$[K]\{\phi\} = 0 \tag{1}$$

여기서 Matrix K는 Stiffness Matrix라 하며 要素의 機何學的 構造에 의해 決定된다. 計算領域 全體를 이루는 各各의 要素들에 대한 Matrix를 組合하면 總節點數와 同一한 數의 線型方程式이 얻어진다. 實際의 境遇 S. O.R.(Successive Over-Relaxation: 逐次弛緩)法이 計算機의 記憶容量, 誤差의 累積防止를 위해 效果的이다.

아래 그림1과 같이 節點0가 n個의 要素들로 둘러싸여 있는 경우 各各의 要素에 대해 有限要素法을 適用한후 組合하면,

$$K_0\phi_0 + K_1\phi_1 + \dots + K_n\phi_n = 0 \tag{2}$$

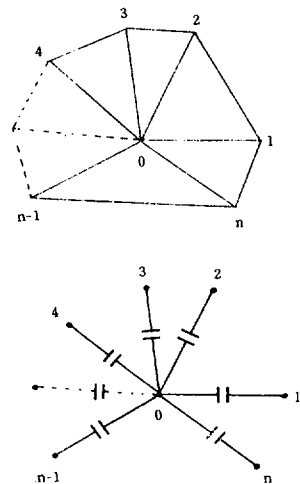


그림1. 三角形 要素들과 Capacitor 回路의 비교

만약 節點0 주위 모든 節點電位를 1[V]로 假定하면 各係數 사이에는

$$K_0 = - \sum_1^n K_i \quad (3)$$

가 成立한다. (3)式을 (2)式에 代入하면,

$$\sum_1^n (\phi_i - \phi_0) K_i = 0 \quad (4)$$

이式은 그림1의 右側 Capacitor 回路에서 節點0로 流入하는 電流의 合은 零이 되므로 結局 K_i 는 Susceptance B_i 와 同一하게 看做될 수 있다.

3.1.2 漏泄導電度에 대한 考慮

漏泄導電에 의한 抵抗分 電流增加에 따른 電位分布 計算은 Capacitor回路에 並列抵抗을 連結한 RC回路를 利用 計算할 수 있다.

各各의 並列抵抗值의 크기는 Capacitor 및 抵抗에 蓄積 및 消耗되는 에너지의 瞬時值를 比較함으로써 決定할 수 있다. 우선 三角形要素들의 靜電에너지는 다음과 같다.

$$W_{c1} = \frac{1}{2} \epsilon \sum_1^n (E^2 v)_i \quad (5)$$

- 여기서 ϵ : 誘電率
- E : 電界의 크기
- v : 各要素들의 體積

또한 그림1의 右側 Capacitor 回路의 에너지는 아래와 같다.

$$W_{c2} = \frac{1}{2} \sum_1^n C_i (\phi_i - \phi_0)^2 \quad (6)$$

여기서 C_i 는 各Capacitor의 Capacitance值이다.

印加電壓이 正弦波일때 ($E = E_0 e^{j\omega t}$)의 瞬間에너지는 (5)式을 時間에 대해 微分하여 얻어진다. 즉,

$$P_{c1} = j\omega \epsilon \sum_1^n (E^2 v)_i \quad (7)$$

같은 靜電에너지인(6)式으로 表示된 Capacitor 回路의 瞬間에너지는 다음과 같다.

$$P_{c2} = j\omega \sum_1^n C_i (\phi_i - \phi_0)^2 \quad (8)$$

한편 印加電壓과 同一한 位相을 갖는 抵抗分 電流에 의해 消耗되는 에너지도 同一하게 구할 수 있다. 즉 導電性誘電體에서 消耗되는 에너지는 :

$$P_{R1} = \sum_1^n (kE^2 v)_i \quad (9)$$

여기서 k 는 導電率(Conductivity) 이다. 또한 抵抗으로 구성된 導電度 G_i 의 回路에서 消耗에너지는(그림2 참조)

$$P_{R2} = \sum_1^n G_i (\phi_i - \phi_0)^2 \quad (10)$$

以上에서 有限要素法과 RC回路의 各各에 대한 全體 에너지는 (7)+(9) 및 (8)+(10)으로 比較될 수 있다. 즉,

$$P_1 = \sum_1^n [(k + j\omega \epsilon) E^2 v]_i \quad (11)$$

또한

$$P_2 = \sum_1^n (G_i + j\omega C_i) (\phi_i - \phi_0)^2 \quad (12)$$

結論의으로 有限要素法에서 ϵ 代身 ($k + j\omega \epsilon$), RC回路에서 B 代身 ($G + j\omega B$)를 使用하므로써 複素數 電位分布를 計算할 수 있으며 一般的으로 低周波數 領域에서는 導電率 k 의 影響이 크고 周波數가 增加할 수록 Capacitance의 影響이 높아짐을 알 수 있다.

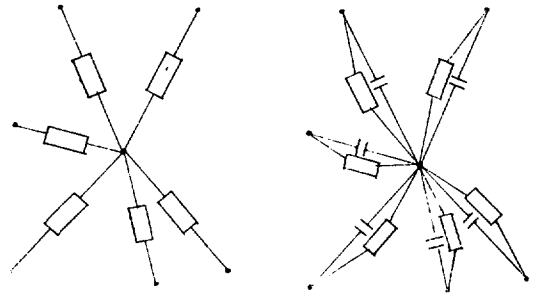


그림 2. 複素數 Admittance 回路

3.1.3 複素數 加速係數의 適用

앞에서 言及한 바 있는 S.O.R. 法을 本複素數 電位分布 計算에 適用할 때 加速係數(Acceleration factor : α)는 關聯變數들(電位, 電壓係數)이 複素數임으로써 複素數를 使用하는 것이 効果的이다.⁹⁾ 通常의 境遇 漏洩電導度는 작은 값이므로 初期 數十回의 計算에는 純

粹한 容量性 電位分布라 假定 計算하고 그후 最終의 精密한 電位值를 爲해서는 原來的 電壓係數(複素數)와 아울러 複素數 加速係數($0.8 < |a| < 1.5$)를 使用하게 되면 쉽게 收斂에 到達하게 된다.

3.1.4 實計算例

磁器Bushing의 表面漏泄電導도가 $10[\text{nano-Siemens}]$ 인 경우의 等電位面이 그림3에 圖示되었다. 右側이 電導도가 存在하는 경우로서 없는 경우(左側)과 比較해 볼 때 Bushing의 Flange 部分에 集中하는 電界를 效果의 으로 緩和시켜 그 閃絡電壓을 向上시키거나 放電開始 電壓을 增加시킬 수 있음을 보여주고 있다.

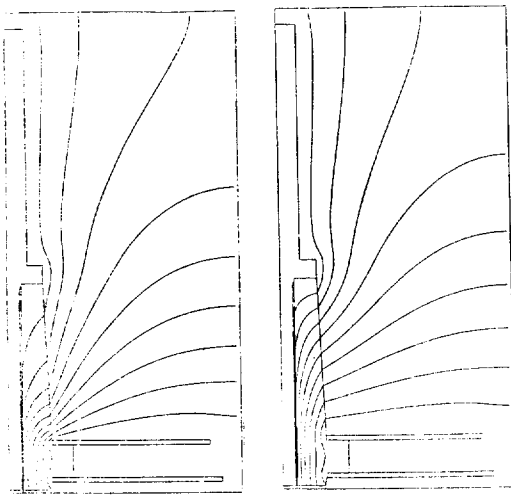


그림 3. 磁器 Bushing의 等電位面 比較($\epsilon_s=6.0$)

3.2 時變電界 解析

3.2.1 空間-時間 有限要素

電界問題가 時間을 獨立變數로 가질 때는 波動 또는 過渡, 動的, 時變問題로 歸着된다. 이러한 時變電界는 時間에 대한 微分項을 갖는 準調和(Quasi-harmonic) 方程式이 된다. 이경우도 勿論 有限要素法에서 四次元 要素를 使用 解析可能하다.

$$\phi(x, y, z, t) = [N(x, y, z, t)] \phi^e \quad (13)$$

즉 近似函數 $N(x, y, z, t)$ 는 3個의 空間性分 그리고 時間性分의 變數를 갖게된다. 實際의 경우 計算機의 記憶 容量으로 因해 使用에 制約받게 된다.

3.2.2 RC回路의 周波數 應答特性 利用

複素數 電界解析에서 보여준 바와 같이 어느 特定周波數에 대한 電位分布는 쉽게 얻어진다. 한편 印加電壓은 Fourier 級數로서 여러 周波數性分으로 分解할 수 있으므로 各各의 高調波에 대한 電位分布를 구한 후 總 合함으로써 任意波形的 印加電壓에 대해서도 電位分布를 計算할 수 있다.

3.2.3 衝擊電壓에 대한 電界解析

雷衝擊電壓에 대한 電位分布의 計算을 爲해 우선 雷 衝擊電壓을 二重指數函數로 나타내면:

$$u(t) = u_0 \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \quad (14)$$

標準波形 1.2/50 μsec 인 경우 $T_1=73, T_2=0.34 \mu\text{sec}$ 가 된다.

이것을 Fourier 級數로 表示하면:

$$u(t) = \sum_1^{\infty} [a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)] \quad (15)$$

考慮周波數 數字를 줄여 計算量을 줄이기 爲해 對稱되는 正極性電壓과 負極性電壓을 가진 波形으로 假定하여 直流分 및 遇數波性分을 省略토록 하며 이를 爲해 周期T는 充分히 크게하여 正極性電壓이 거의 零으로 減 殺된 후 負極性이 始作되도록하여 700 μsec 로 定했다.

各 高調波性分의 크기를 決定하는 a_k, b_k 는,

$$a_k = \frac{4u_0}{T} \left[\frac{\frac{1}{T_1} (1 + e^{-\frac{T}{2T_1}})}{\frac{1}{T_1^2} + k^2 \omega^2} - \frac{\frac{1}{T_2} (1 + e^{-\frac{T}{2T_2}})}{\frac{1}{T_2^2} + k^2 \omega^2} \right] \quad (16)$$

$$b_k = \frac{4u_0}{T} \left[\frac{k\omega (1 + e^{-\frac{T}{2T_1}})}{\frac{1}{T_1^2} + k^2 \omega^2} - \frac{k\omega (1 + e^{-\frac{T}{2T_2}})}{\frac{1}{T_2^2} + k^2 \omega^2} \right] \quad (17)$$

로 주어진다.

一般的으로 좁은 周波數 領域에서 純粹한 容量性分布

로 변화하므로 이領域 밖에서는 近似値를 使用한다. 따라서 全體 考慮周波數는 總 21個($k=1, 3, 5, \dots, 19$ 그리고 $21, 31, \dots, 211$, 마지막으로 999)가 選定되었다.

또한 隣接한 次數의 高調波에 대한 電位分布는 크게 變化하지 않으므로 일단 計算된 電位值들을 初期值로 取하므로 다음 次數의 周波數에 대해서는 쉽게 收斂한다.

問題의 類型에 따라 即 電位分布가 Capacitance에 의해 支配되느냐, 혹은 Conductance에 의해 決定되느냐에 따라 最初 計算周波數를 決定한다. 即 容量性電界의 경우 $k=999$ 부터 始作함으로써 더욱 Capacitance가 支配的이 되므로 電壓係數의 虛數分이 감소하게 되어 收斂이 쉽게 된다. 反對로 抵抗性電流가 支配的인 경우 $k=1$ 부터 計算을 始作하는 것이 有利하다.

複素數加速係數 α 를 $1.5 \sim 0.8(1+j 0.2)$ 정도로 選定했을 때 通常의 AC電界에 비해 約3倍의 計算時間이 所要되었으며 이는 21回의 計算을 要하는 本計算에는 不可避한 水準이라 할 것이다.

이와같이 하여 單純磁器Bushing이 表面電導度($G_s=20$

nano-Siemens)를 가진 경우 表面漏泄距離에 따른 電位 및 電界分布가 그림4에 三次元(時間軸 包含)으로 圖示되었다. 豫想되는 臨界閃絡電壓 70 K ν 가 印加되었을 때 Bushing의 Flange部分에서 最大電界值 約 3.25 K ν /mm가 發生하는것을 보여주고 있다. 그림5에서는 表面電導度를 變化시켰을 때($G_s=0, 20, 200$ nano-Siemens) 電界分布의 變化를 圖示하였다. 豫想되는 바와 같이 導電率이 增加함에 따라 最大電界值는 減少하지만(4.9 \rightarrow 2.0 K ν /mm) 그에 이르는 時間은 짧아지는 것($t=1.7 \rightarrow 1.0$ μ sec)을 나타내고 있다.

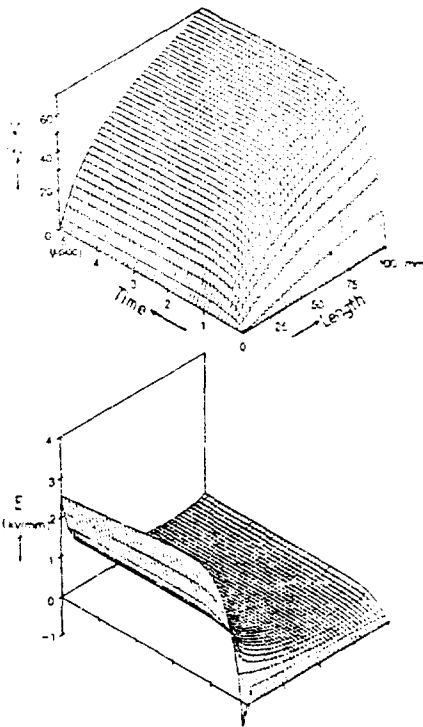


그림 4. Bushing 表面의 電位 및 電界 分布

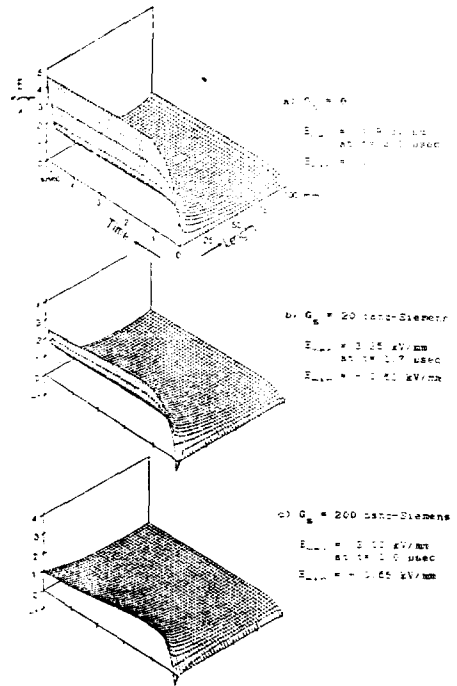


그림5. 表面電導度에 따른 電界分布 變化

3.3 直流이온場 解析

印加電壓이 直流인 경우 電界分布는 漏泄電流에 의해 決定되는 바 이의 解析은 交流場에서의 誘電率 ϵ 代身 導電率 k 를 使用한 Laplace式에 의해 可能하다. 그러나 印加된 直流電壓이 높아 空間電荷의 蓄積 浮動이 深化되면 電界分布도 變形되며 이경우의 解析은 아래 3가지 方法이 使用된다.

3.3.1 Laplace 方程式의 이용

이온의 密度가 比較的 적은 경우에 適用되며 이온電流은 靜電界의 電氣力線과 一致해서 흐르는 것으로 假定하고 計算한다.

3.3.2 Deutsch의 假定을 이용

1933년에 Deutsch에 의해 發表된 Corona가 進行中인 導體에 대한 電位分布를 計算하는데 使用된 假定으로서¹¹⁾

- (가) 空間電荷의 存在은 電界의 크기만을 變化시키며 方向은 變化시키지 않는다.
- (나) 電荷密度는 各電力線을 따라 均等하게 分布된다.
- (다) Corona發生에 의해 地面上의 電界는 變化하지 않는다.

3.3.3 Popkove의 方法

Popkove는 Deutsch의 假定中에 (가)項만 이용하고 (나), (다)代身 아래의 假定을 提案하였다.¹²⁾

- (가) Corona가 進行中인 導體表面의 電界는 Corona 開始 臨界値와 同一하다(더以上 增加하지 않는다).
- (나) 이온의 移動度는 一定하다.
- (다) 이온의 擴散은 無視한다.
- (라) Corona가 進行中인 導體周圍의 이온化帶域의 두께는 無視한다.

이상과 같은 前提하에 最近 주로 使用되고 있는 方法은 Poission 方程式과 電流連續方程式의 相互 反復使用을 통해 最終 電荷分布를 發見하여 電位分布를 求하는 方法으로 다음에 그 基本式 및 計算節次에 대해 言及코자 한다.

3.3.4 計算節次

우선 어느 空間에서의 電荷分布가 決定되었을 때 電界는 Poission 方程式에 의해 求해진다.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (18)$$

또한 Corona가 進行中인 導體를 除外하고는 局部的인

電荷源은 存在하지 않는다. 즉 電流連續을 表示하는 式은:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (19)$$

한편 이온의 移動에 의한 電流의 흐름은 電界強度에 比例하며 다음과 같다.

$$\mathbf{J} = k\rho \mathbf{E} \quad (20)$$

여기서 k는 이온의 移動度(一定)이다. 電界와 電位의 關係式은

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (21)$$

이 된다. 이것을 (18)式에 代入하면

$$-\nabla \cdot \nabla\phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (22)$$

이 되며, 또한 (20), (21)式을 (19)式에 代入하면

$$-\nabla \cdot (\rho\nabla\phi) = 0 \quad (23)$$

가 얻어진다. 따라서 上記 두式 (22), (23)을 동시에 만족하는 電荷分布를 求해 電界를 計算할 수 있다.

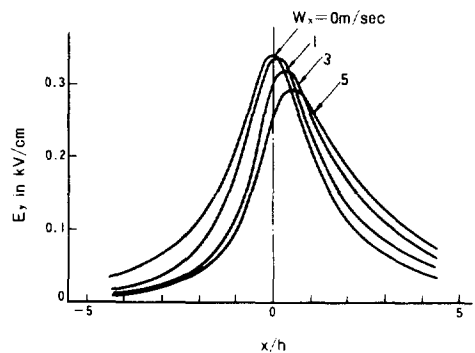
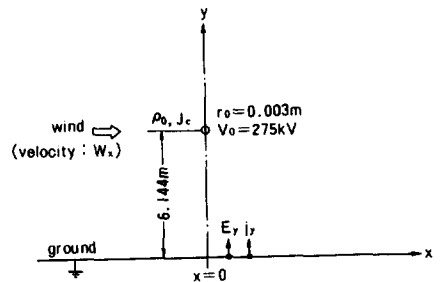


그림 6. 單極性 配列과 地表面 電界¹²⁾

처음에 ρ 의 값으로 適節한 값 ρ_0 에서 出發하여 (22) 식을 이용, 計算領域內的 電位分布 ϕ_A 를 구한다. (23) 식에서도 ρ_0 를 사용 ϕ_B 를 구한다. 그러면 이 두값의 差 $\Delta\phi = \phi_A - \phi_B$ 는 最初 假定한 ρ_0 가 定常狀態에서의 電荷分布와 相異한 때문이다. 따라서 이의 矯正을 위해 矯正量 $\Delta\rho = f(\Delta\phi)$ 를 推定한다. 이때 誤差函數 f 는 劃一的으로 規定할 수 없으며 問題에 따라 다르게 되나 一般的으로 線型이며 $\Delta\phi$ 의 數%를 취해 ρ_0 를 矯正한 후 計算을 反復하면 最終的인 ρ 값에 收斂하게 된다. 이 方法은 電流密度 및 電荷密度의 값이 특히 큰 境遇에 解가 不安定하므로 (23)式의 積分型等을 使用하는 方法等이 使用되고 있다.

그림6에 單極性 直流送電線下 地表面電界強度를 圖示하였다. 이온의 移動度는 $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{V} \cdot \text{sec}$ 로 假定하였으며 水平風速에 따라 最大値는 減少하며 바람의 方向으로 偏重되는 것을 보여주고 있다.

3.4 開放된 領域의 電界解析

差分法の 弱點은 計算領域을 有限個의 要素로 分割하여 計算함에 따라 만약 計算領域이 無限遠으로 되어있는 경우는 假定된 境界條件(定電壓境界: Dirichlet Boundary 혹은 定電界境界: Cauchy Boundary)下에서만 解析할 수 있다. 따라서 이 境界를 充分히 크게 取하지 않으면 關心部分의 電界分布에 影響을 미치므로 誤差를 초래하는 原因이 된다. 또한 이렇게 不必要하게 擴張된 計算領域은 計算機의 記憶容量 및 計算量 面에서 不利하게 되므로 몇가지 解析技法이¹³⁾⁻¹⁵⁾ 試圖되었으며 本稿에서 紹介코저하는 것은 最初 B.H. McDonald에 의해 提議된 境界弛緩法에 의한 解析法으로서 후에 I.A. Cermak 가 이를 有限差分法에 適用하여 三次元軸對稱 問題를 效果的으로 解析하였다.

有限要素法에서 誘導되는 逐次公式은 一定條件下에서는(均一한 格子網, 線型近似函數 使用) 有限差分法の 것과 同一하며¹⁶⁾ 따라서 이의 直接適用이 可能하다.

概略的인 說明을 한다면 그림 7과 같이 假想境界面 S_1 을 導入하여 우선 이 面上的의 電位를 假定한 후 이 境界條件을 利用, 內部的 問題를 逐次公式에 의해 計算한다. 또한 第2의 境界面 S_2 를 最初境界面 內부에 假定하며 이는 關心對象인 領域을 全部包含해야하며 S_1 과 S_2 사이 는 媒質의 不均一, 眞電荷의 存在가 없어야 한다.

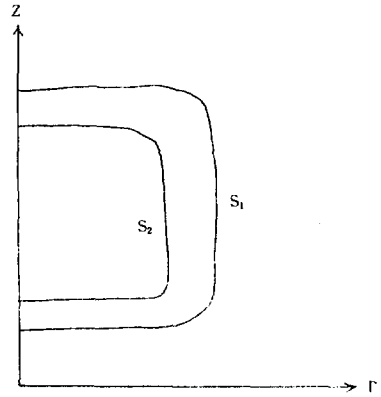


그림7. 假想 境界面 S_1 과 S_2

앞에서와 같이하여 S_1 內부에 위치하는 S_2 의 電位가 구해 지므로 이번에는 이 값들로 부터 Green의 等價帶電面에 의한 表面電荷群을 구한다. 그러면 이 電荷群에 의해 S_1 上에 誘起되는 電位를 구해 이를 最初 假定한 S_1 電位와 比較한다. 이 差異는 結局 最初假定值의 잘못 選定에 起因하므로 새로운 S_1 電位를 修正해 갈 수 있다. 이러한 過程을 되풀이 하면 結局 正確한 境界面의 電位分布가 되며 따라서 이때의 S_2 內部 關心部分의 電位分布가 正確解가 된다.

關聯式的 誘導를 위해 그림7 과 같이 S_1 및 S_2 를 取하면 S_2 面上的의 電荷分布는 電位의 法線方向의 微分으로 주어지므로

$$\sigma(r, z) = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial V}{\partial n} \Big|_{S_2} \quad (24)$$

가 된다. 여기서 ϵ 는 S_2 外部의 媒質의 誘電率이 된다. S_2 를 分割하여 Matrix로 表示하면:

$$V_{S_2} = [S] \frac{\partial V}{\partial n} \Big|_{S_2} \quad (25)$$

Matrix $[S]$ 는 S_2 上的의 各節點에 單位環狀電荷를 둔 경우 이에 의해 S_2 上에 誘起되는 電壓을 決定해주는 常數로서 그값은 第1種隣圓積分值의 倍數로 주어진다.

한편 同一한 環狀電荷群에 의해 S_1 上的의 電位도 비슷하게 表示될 수 있으며

$$V_{S_1} = [P] \frac{\partial V}{\partial n} \Big|_{S_2} \quad (26)$$

로 된다. V_{s1} , V_{s2} 는 Column Matrices 이고 $[S]$ 는 正方形 Matrix이다. V_{s1} 과 V_{s2} 의 關係式은:

$$V_{s1} = [P][S]^{-1}V_{s2} = [Q]V_{s2} \tag{27}$$

Matrix $[Q]$ 는 한번 計算하면 内部領域의 變化에도 불구하고 同一한 格子(m × n)에는 繼續使用이 可能하다. 前述한 바와 같이 V_{s1} 을 最初 假定한 후 逐次法을 使用 V_{s2} 을 구한 후 (27)식을 이용 V_{s1}^* 을 구한다. 이렇게 하여 計算된 V_{s1}^* 이 當初 假定한 값과 差異가 있으면 새로운 V_{s1} 은 다음과 같이 矯正한다.

$$V_{s1}^{(k+1)} = V_{s1}^{(k)} + \alpha (V_{s1}^* - V_{s1}^{(k)}) \tag{28}$$

收斂은 매우 緩慢하며 통상 數十回의 反復計算이 所要된다.

위와같이 하여 計算된 懸垂碍子問題가 그림8에 圖示되었다. 節點의 數는 13,200個(100×132)이며 99回의 Block Iterations(各25回의 個別反復計算)과 CPU 時間約180sec 가 所要되었다. 豫想된 바와 같이 境界面에서 等電位面은 境界面과 直交하지 않고(強制境界條件: $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$)自然스럽게 發散함을 보여주고 있다.

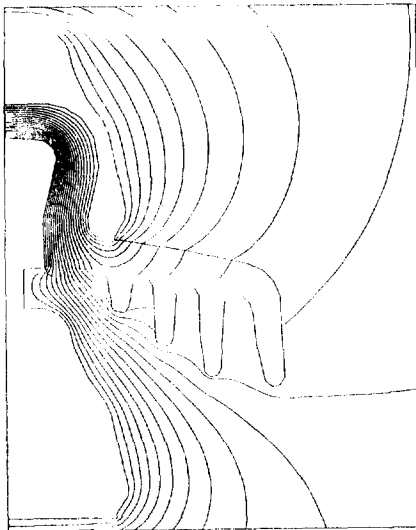


그림 8. 開放境界面을 지닌 等電位面(5%間隔)

IV. 問題點 및 向后展望

4.1 有限要素法の 計算精度 向上

電界計算에 有限要素法은 그 誤差의 評價가 容易하지 않으며 또한 積分法 特別히 電荷重疊法¹⁾에 比해 相對적으로 誤差가 크나 實使用上(工學的 側面) 問題가 될 程度는 아니다. 將次 最適要素分割 및 高次近似函數의 使用을 통해 改善될 展望이나 問題는 計算機의 記憶容量 및 Data의 入力等의 自動化Program이 複雜性을 띄게 될 것이다.

4.2 CAD(Computer Aided Design)의 活用

入力Data의 自動化和 이를 위한 要素의 自動分割, 그리고 計算結果의 視覺化를 위한 Graphics等에 관한 Software 開發이 實際的인 CAD를 達成하는데 急先務라 할 것이다. 最近 急速한 PC의 Hardware 機能擴張은 이에 크게 寄與할 수 있을 것으로 期待된다.

4.3 計算機의 記憶容量

有限要素法은 電荷重疊法에 比해 誘導되는 Matrix의 차원(Dimension)이 한次元 높음으로써 所要記憶容量이 크다. 特別히 三次元 非對稱問題, 時變電界 解析時에는 制約이 따른다. 따라서 앞으로 電界解析問題는 電荷重疊法の 弱點(多媒質場, 境界面 複雜)이 繼續 補完되는 過程에 있어 이를 使用한 CAD에 適用方案의 研究가 바람직하다.

4.4 絶緣物의 特性

本橋에서 紹介한 複素數 및 時變電界計算時 그 絶緣物의 特性(ϵ , $\tan\delta$)은 溫度, 印加電壓의 크기 및 周波數에 대해 不變인 것으로 假定하였으나 實際는 顯著하게 變할 수 있으므로 正確한 計算을 위해선 이에 대한 考慮가 必要하다. 더구나 最近 많이 使用되고 있는 合成樹脂 絶緣物의 경우 特別히 諸特性 變化가 甚하므로 그 적용에 주의가 必要하다.

V. 結 言

有限요소법을 사용한電界解析의特殊問題들이 그計算例와 함께紹介되었다. 現在까지有限요소법은 Data入力, 計算結果의視覺化의優秀性으로 인해 CAD分野에 가장有利한 것으로認定되고 있으며 計算精度의向上을 위한要素의最適分割 高次近似函數의採擇 등에隨伴되는所要記憶容量 및 計算量 增加가 초래되고 있으나 現在의 추세로 보아 計算機의 記憶容量 및 演算速度向上에 따른費用은 계속減少될 展望이므로 쉽게 해석될 것으로 생각된다.

한편으로 이러한 보다 正確한 電界解析技法의活用으로 各種 電力機資材의 設計最適化가 可能하여 信賴度向上은 물론 經濟性 提高에도 寄與하게 될 것이다. 또 다른活用分野인 絶緣體의 絶緣破壞電壓의 豫測에도 參考的으로 使用될 수 있으나 아직도 正確히 規明되지 않은 不平等 電界에서의 絶緣破壞現象의 複雜한 過程과 또한 關聯된 여러가지 物理常數들이 알려져 있지 않는 現時點에서 絶緣破壞電壓의 豫測에의 活用은 어려우며 단지 Corona 開始電壓의 豫測에 效果的으로 使用될 수 있다 하겠다.

참 고 문 헌

- 1) 電氣學會誌 1985年 5月~1986年 2月(朴鍾根, 韓松曄)
- 2) J.D. Jelly, "Optimization of Electrode Contours in High Voltage Equipment Using Circular Contour Elements," 5th ISH, No. 31-03, Braunschweig, 1987.
- 3) H. Däumling, "Optimization of Insulators", 5th ISH, No. 31-05, Braunschweig, 1987.
- 4) A. Pedersen, "Calculation of Spark Breakdown or Corona Starting Voltages in Nonuniform Fields", IEEE Vol. PAS-86, 1967, pp. 200-205.
- 5) J. Blackett et al, "Breakdown Voltage Estimation in Gases Using A Semi-Empirical Concept", IEE

- 1st Gas Discharge Conf., 1977, pp. 293-297.
- 6) A. Pedersen, "Criteria for Spark Breakdown in Sulfur Hexafluoride", IEEE 70 PWR, pp. 115.
- 7) L. Thione et al, "An approach to the Evaluation of the Dielectric Strength of Extruded Solid Insulation", 3rd ISH, No. 21. 18, Milan, Aug 1979.
- 8) K.H. Huebner, "The Finite Element Method for Engineers, New York, Wiley, 1975.
- 9) S.J. Chung, "A study of Design and Performances of 15 Kv Porcelain Bushings with Electric Field Calculation", PhD Thesis, U.M.I.S.T. 1986.
- 10) 宅間 薫, "電力機器의 電磁界 數值解析法 講習會 「電界解析」關聯資料, 1986.
- 11) V.I. Popkov, Elektrichestvo, Part 1, 1949, pp. 33-48.
- 12) T. Takuma et al, "Calculation of Ion flow Fields of HVDC Transmission Lines by the Finite Element Method", IEEE Vol. PAS-100, 1981, pp. 4802-4810.
- 13) Peter Bettess, "Infinite Elements", Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 11, 1977, pp. 53-64.
- 14) B.H. McDonald and M.S Hsieh, "Finite Element Solution of Unbounded Field Problems", IEEE Vol. MTT-20, 1972, pp. 841-847.
- 15) I.A. Cermak and P. Silvester, "Boundary Relaxation of Rotationally Symmetric Electric Field Problems", IEEE Vol. PAS-89, 1970, pp. 925-932.
- 16) E.F. Fuchs and G.A. Mcnaughton, "Comparison of First-order Finite Difference and Finite Element Algorithms for the Analysis of Magnetic Fields, Part 1, IEEE Vol. PAS-101, 1982, pp. 1170-1202.
- 17) O.W. Andersen, "Finite Element Solution of Complex Potential Electric Fields", IEEE Vol. PAS-96, 1977, pp. 1156-1161.
- 18) S. Yanabu et al, "Calculation of ac corona inception voltage in air and oil gaps under non uniform field", IEEE 70 pp.122.