論 文
36~11~8

적응관측자를 사용한 ALE

Adaptive line Enhancement by Using Adaptive Observer

崔 悰 鎬*· 李 河 政**· 李 商 郁***
(Chong-Ho Choi · Ha Jeong Lee·Sang Uk Lee)

ABSTRACT

The ALE problem, which tries to recover a sinusoidal signal corrupted by noise, has been solved using FIR filters. Recently several methods have been proposed using a notch filter of IIR type. In this study, the notch filter was represented with a parameter and auxiliary signals were generated by using an adaptive observer. A simple method is proposed to estimate the parameter. This method is tested under various circumstances by changing the input frequency, S/N ratio, and the type of the noise. The simulation shows that this method gives much better results than the other known methods with respect to the input S/N ratio and converging times. This method is simple and does not require much computation, so it can be easily implemented in real time applications.

1. 서 론

넓은 주파수 대역을 갖는 잡음이 섞인 정현파 신호의 복원 및 검출을 목적으로 한 ALE(adaptive line enhancement)문제는 Widrow[1]가 LMS(least mean square) 알고리즘을 제안한 이후, 그 형태나 적응 알고리즘에 따라 다양하게 발전되어 왔다.[2)-5)] 그러나 Widrow의 FIR(finite impulse response) 필터를 이용한 LMS 알고리즘은 수렴속도가 늦고 또한 필터 특성을 좋게 하기 위해서는 필터의 차수가 상당히 커야 한다는 단점때문에 최근 IIR(infinite impulse response)필터를 이용한 ALE 구현에 관심이 높아지고 있다.[6)-8)] IIR필터는 FIR 필터와는 달리 극점(pole)을 가지고 있어 적응과정 중 pole이 단위원 밖으로 나가게 되면 불안정하게 되며 또한 적응 알고리즘이 FIR필터에 비해 비교적 복잡하다.[6)-7)] IIR필터중 노치(notch)필터는 그 주파수 특성 때문에 ALE문제에 적합하다고 평가를 받았으며[1] Rao와 Kung[7] 및 Kumar등[8]은 이러한 형태를 사용한 ALE방법을 제시하였다. Rao와 Kung의 방법은 노치필터를 2개의 매개변수를 사용하여 표현하였으며 2개의 매개변수가 서로 어떤 제약조건식을 만족시키도록 하였는데 Kumar의 방법은 1개의 매개변수를 사용하여 표현하였다. 매개변수 추정방법은 매순간 마다의 오차를 줄이도록하는 Newton의 경사법의 변형을 사용하였다. Kumar의 방법은 매개변수를 1개만 찾기 때문에 매개변수 2개를 찾는 Rao와 Kung의 방법에 비하여 계산량이 적은 잇점이 있다. Rao와 Kung이나 Kumar의 방법들은 매순간 마다의 오차를 줄이도록 매개변수를 변화시키는 데 반하여 어떤 구간동안의 오차를 줄이도록 하는 최소자승법의 형태가 잡음의 영향을 덜 받으리라고 생각된다. 본 논문에서는 이러한 입장에서 IIR노치필터를 하나의 매개변수로 나타낸 후 Kreisselmeier[9]가 제시한 적응관측자를 사

*正 會 員 : 서울大 工大 制御計測工學科 副教授 · 工博
**正 會 員 : 서울大 大學院 制御計測工學科 博士課程
***正 會 員 : 서울大 工大 制御計測工學科 助教授 · 工博
接受日字 : 1987年 4月 4日
1次修正 : 1987年 8月10日
2次修正 : 1987年 9月27日

용하여 매개변수를 찾는 적응방법을 제시한다. 그리고 여기서 제시한 방법을 Rao와 Kung의 방법과 입력의 주파수 성분, S/N비 및 잡음의 형태를 바꾸어가며 여러가지 상황에서 비교 검출하였다.

2. 적응 관측자를 사용한 ALE알고리즘

Rao와 Kung은 다음과 같은 노치(notch) 필터형 ALE를 제안하였다.[7]

$$H_1(z) = -\frac{(z-z_0)(z-z_0^*)}{(z-\alpha z_0)(z-\alpha z_0^*)} \qquad (1)$$
$$z_0 = r_0 e^{j\omega_0},\quad 0<r_0<1$$
$$0<\alpha<1$$

이 필터는 그 주파수 특성이 $e^{\pm j\omega_0}$에서는 크기가 거의 0에 가까우며 그 이외의 영역에서는 거의 1이 되고 위상도 거의 0에 가깝다. 위의 필터에서 $r_0=1$로 하면 이 노치(notch)필터는 $e^{\pm j\omega_0}$에서는 크기가 정확히 0이 된다. 이러한 노치(notch)필터로부터 $r_0=1$인 경우에 다음과 같은 동조(tuning) 필터 H(z)를 얻을 수 있는데 이는 ALE문제에 적합한 주파수 특성을 가지고 있다.

$$H(z) = 1 - H_1(z)$$
$$= \frac{(z_0+z_0^*)(1-\alpha)z+(\alpha^2-1)}{z^2-\alpha(z_0+z_0^*)z+\alpha^2}$$
$$= \frac{2a_0(1-\alpha)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha a_0 z+\alpha^2},\quad a_0=\mathrm{Re}(z_0),$$
$$(0<\alpha<1) \qquad (2)$$

이 필터의 극점(pole)과 영점(zero)은 그림 1에 나타나 있다.

이 필터의 주파수 특성은 α가 1에 가까울 때 H($e^{j\omega_0}$)이고 ω_0부근을 제외한 모든 주파수 영역에서는 거의 0에 가까운 값을 갖게 되는데 그 주파수 특성이 그림 2에 나타나 있다. 그림 2에서 보듯이 d.c. 영역에서는 동조 필터로서의 특성이 좋지 않으나 그외의 영역에서는 좋은 것을 알 수 있다. 이 필터의 d.c. 영역에서의 α값에 따른 필터 특성이 그림 3에 나타나 있는데 α값이 1에 가까와 질수록 보다 좋은 특성을 얻을 수 있다는 것을 볼 수 있다.

이러한 H(z)는 $\omega_0=0$(rad/sec) 부근을 제외하고 나서는 ω_0나 $-\omega_0$에 해당하는 주파수는 크기나 위상에 큰 변화를 주지않고 통과시키며 그 이외의 주파수는 거의 통과시키지 않는다. 따라서 입력신호가 정현파와 잡음으로 구성되어 있을 경우 그 정현파의 각속도 ω_0에 해당되게 a_0를 잡아주면 (2)는 좋

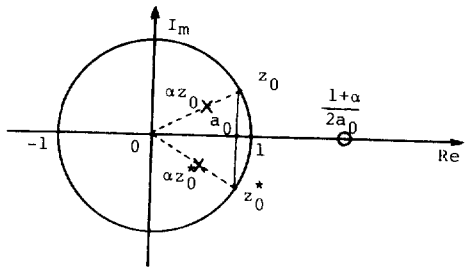


그림 1. 동조 필터 H(z)의 극점과 영점
Fig. 1. Poles and a zero of the tuning filter H(z)

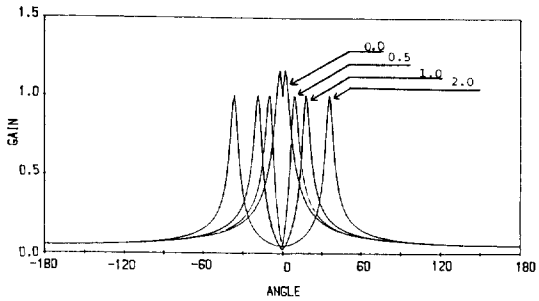


그림 2. $\omega_0\left(=\frac{360}{2\pi}k\right)$에 따른 동조 필터의 주파수 응답(k=0.0, 0.5, 1.0, 2.0)
Fig. 2. Frequency response of the tuning filter at $\omega_0\left(=\frac{360}{2\pi}k\right)$. (k=0.0, 0.5, 1.0, 2.0)

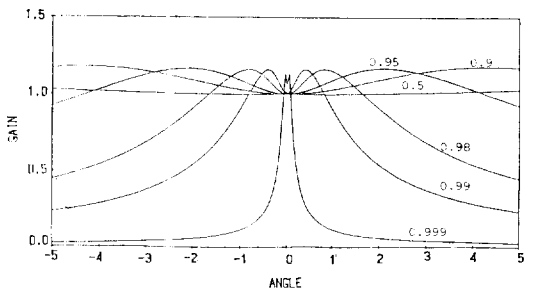


그림 3. $\omega_0=0$인 경우 α값에 따른 동조 필터의 주파수 응답
Fig. 3. Frequency response of the tuning filter to various values of α when $\omega_0=0$

은 동조필터가 된다.

그러면 각속도 ω_0를 모를 때 어떻게 a_0의 추정치를 구할 수 있겠는가를 생각하자. (2)를 상태변수 x(k)를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$x(k+1)=\begin{pmatrix} 2\alpha a_0 & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}x(k)+\begin{pmatrix} 2(1-\alpha)a_0 \\ \alpha^2-1 \end{pmatrix}r(k) \quad (3)$$
$$y(k)=(1,\ 0)\ x(k)$$

여기서 r(k) 및 y(k)는 필터의 입력과 출력 인데 r(k)는 정현파 s(k)와 잡음 n(k)로 구성되어 있다고 가정한다.

$$r(k)=s(k)+n(k) \quad (4)$$
$$s(k)=\sin(\omega_0 k)=\sin\left(\frac{2\pi f_0}{N}k\right) \quad (5)$$

$r^*(k)=s(k)$라 정의하고 $r^*(k)$를 (2)의 동조필터를 통과시킨 신호를 $y^*(k)$라 하면 k가 충분히 클 때 $y^*(k)=r^*(k)$가 된다. Kreisselmeier[9] 가 제시한 다음과 같은 관측자를 생각하자.

$$\hat{x}(k+1)=\begin{pmatrix} 2\alpha a & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}\hat{x}^*(k)+gy^*(k)+hr^*(k)$$
$$\hat{y}^*(k)=(1,\ 0)\,x^*(k)$$
$$g=\begin{pmatrix} 2\alpha\,(a_0-a) \\ 0 \end{pmatrix},\quad h=\begin{pmatrix} 2(1-\alpha)a_0 \\ \alpha^2-1 \end{pmatrix} \quad (6)$$
$$a: \text{상수}\ (-1\leqq a\leqq 1)$$

여기서 $\hat{x}^*(k)$와 $\hat{y}^*(k)$는 각각 관측자의 상태 변수와 출력이다. $\hat{y}^*(k)$는 $y^*(k)$에 시간이 지남에 따라 지수 함수적으로 수렴하는 것을 Kreisselmeier[9] 가 보였다.

그리고 (6)의 입출력의 관계식은 $y^*(k)=r^*(k)$일 때는

$$\hat{y}^*(k)=\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r^*(k) \quad (7)$$

이 되며 이 경우 $\hat{y}^*(k)$가 $y^*(k)$에 수렴하므로 (6)의 $gy^*(k)$에서 $y^*(k)$ 대신에 $\hat{y}^*(k)$로 바꾸면

$$\hat{y}^*(k)=\frac{2a_0(1-\alpha)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha a_0 z+\alpha^2}r^*(k) \quad (8)$$

가 되는데 $y^*(k)=r^*(k)$이고 k가 충분히 큰 경우에는 (7)과 (8)은 전달함수 형태에서 a가 a_0로 바뀌어도 같은 출력을 주게된다.

만약 입력에 잡음이 섞이는 경우 (6)의 관측자에 $r^*(k)$대신에 r(k)를 대입하며 y(k)도 모르므로 r(k)로 대신하고 그때의 상태변수를 $\bar{x}(k)$, 출력을 $\bar{y}$(k)라 하면

$$\bar{x}(k+1)=\begin{pmatrix} 2\alpha a & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}\bar{x}(k)+gr(k)+hr(k)$$
$$=\begin{pmatrix} 2\alpha a & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix}\bar{x}(k)+g(r^*(k)+n(k))$$
$$+h(r^*(k)+n(k))$$
$$\bar{y}(k)=(1,\ 0)\ \bar{x}(k) \quad (9)$$

이다. 이때의 입출력의 관계식은

$$\bar{y}(k)=\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r(k) \quad (10)$$

가 되며 $r(k)=r^*(k)+n(k)$를 대입한 후 (7)과 (8)을 사용하면 k가 충분히 클 때

$$\bar{y}(k)=\frac{2a_0(1-\alpha)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r^*(k)+\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}n(k)$$
$$=r^*(k)+\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}n(k) \quad (11)$$

가 된다. a_0를 알고 이로부터 구한 g와 h에 사용하였을 때 (10)의 결과를 얻었는데 a_0대신 임의의 a_0'을 (9)에서의 g와 h에 사용하면 이때의 출력 $\hat{y}(k)$는 (10)으로부터

$$\hat{y}(k)=\frac{2(a_0'-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r(k)$$
$$=\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}(r^*(k)+n(k))+\frac{2(a_0'-a_0)z}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r(k)$$
$$=r^*(k)+n(k)-n(k)+\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}n(k)+\frac{2(a_0'-a_0)z}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r(k) \quad (12)$$

이 된다.

출력 오차 e(k)를

$$e\triangleq r(k)-\hat{y}(k) \quad (13)$$

라 정의하고 $r^*(k)+n(k)=r(k)$인 관계를 이용하면 (12)로 부터

$$e(k)=\left(1-\frac{2(a_0-\alpha a)z+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}\right)n(k)-\frac{2(a_0'-a_0)z}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}r(k)$$
$$=\frac{(z^2-2a_0z+1)}{z^2-2\alpha za+\alpha^2}n(k)$$

$$-\frac{2(a_0'-a_0)z}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}\ r(k) \tag{14}$$

가 된다. 입력의 S/N비가 클 때는 e(k)는 (14)의 우변의 두번째 항에 의하여 주로 결정이 되므로 $e^2(k)$를 최소화하는 방향으로 a_0'을 조정하면 이는 a_0에 가까워지는 방향으로 되는데 S/N비가 작아지면 (14)의 우변의 첫번째항의 영향이 커져 $e^2(k)$를 최소로 하는 방향이 a_0'을 a_0로 조정하는 방향과 달라질 수도 있다.

따라서, (14)에서 a가 고정되어 있는 상태에서 $e^2(k)$를 최소화하는 방향으로 a_0'을 조정하면 입력 S/N비가 클 때는 a_0를 찾을 수 있는데 S/N비가 낮을 때는 a_0를 잘못 찾는다.

또한 a가 a_1과 a_2($-1\leqq a_i\leqq 1$, $i=1,2$)의 서로 다른 두 개의 값을 갖는 경우의 (14)의 우변의 첫번째 항과 두번째 항에 의하여 발생되는 출력의 전력(power)를 비교하여 보자.

복소수 평면에서 a_1이 a_2보다 a_0에 더 가깝게 위치한다고 가정하고 잡음n(k)는 모든 주파수 영역에서 같은 전력을 갖는다고 하자. 그러면 극점과 영점의 위치로부터 (14)의 우변의 첫번째 항에서 나오는 신호의 전력은 a_1의 경우가 a_2의 경우보다 작게 되며 두번째 항에서 나오는 신호의 전력은 a_1의 경우가 a_2의 경우보다 동조 필터의 동조 주파수가 입력 정현파 주파수와 가까우므로 보다 큰 값을 갖게 된다.

따라서 $e^2(k)$를 최소로 하는 방향으로 a_0'을 조정할 때 a가 a_0에 가까울수록 a_0를 잘 찾을 수가 있다.

이러한 관찰로부터 다음과 같은 ALE방법을 제시한다.

보조신호 $y_1(k)$와 $y_2(k)$를 다음과 같이 정의하자.

$$y_1(k)=\frac{-2\alpha az+(\alpha^2-1)}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}\ r(k)$$

$$y_2(k)=\frac{2z}{z^2-2\alpha az+\alpha^2}\ r(k) \tag{15}$$

그러면 (12)로 부터

$$\hat{y}(k)=y_1(k)+a_0'y_2(k) \tag{16}$$

가 되며 이 관계식은 그림 4에 나타나 있다.

출력오차 $e^2(j)$에 적절한 가중치 λ($0<\lambda\leqq 1$) 을 주어 목적함수를 최소화시켜 주는 a_0'을 찾으면 입력 S/N비가 클 때는 a_0'이 a_0에 가깝게 된다는 것을 앞에서 언급하였다. 따라서 문제는 목적함수 $\sum_{j=1}^{k}\lambda^{k-j}e^2(j)$를 최소화시키는 a_0'을 찾는 것이 되며 목적함수를 a_0'으로 편미분함으로써 얻어지는데 시간 k에서의 해 $a_0(k)$는

$$a_0(k)=\frac{\sum_{j=1}^{k}\lambda^{k-j}[r(j)-y_1(j)]y_2(j)}{\sum_{j=1}^{k}\lambda^{k-j}y_2^2(j)} \tag{17}$$

로 주어지고

$$a_0(k)=\frac{P(k)}{Q(k)}$$
$$P(k)=\lambda P(k\quad 1)+[r(k)-y_1(k)]y_2(k)$$
$$Q(k)=\lambda Q(k-1)+y_2^2(k) \tag{18}$$

가 된다.

S/N비가 크면 (17)은 좋은 결과를 주지만 S/N비가 적으면 앞에서 설명한 바와 같이 $a_0(k)$값이 참값에 가깝지 않을 수도 있다. S/N비가 적을때도 잘 동작하는 알고리즘을 찾기 위해 이 알고리즘을 변형시켜 보자. $a_0(k)$는 (18)에서 구하여질 때 그 값은 $-1<a_0(k)<1$인 범위를 벗어날 수 있으므로 $a_0(k)$가 -1보다 작은 경우에는 $a_0(k)=-1$로, $a_0(k)$가 1보다 큰 경우에는 $a_0(k)=1$로 한다. 그리고 (17)에서 구한 $a_0(k)$의 값이 시간 k에서 얻은 값도 좋은 값이나 시간$(k-1)$에서 얻은 값도 중요하므로 $a_0(k)$를 저주파 통과 필터를 통하여

$$a_0'(k)=a_0'(k-1)+r(a_0(k)-a_0'(k-1)),\quad 0<r<1 \tag{19}$$

인 형태를 취하여 $a_0(k)$ 대신 $a_0'(k)$를 취한다. 따라서 y(k)는 그림 4에서 a_0' 대신에 $a_0'(k)$를 대입하여 구하면 되겠다.

또한 $a_0'(k-1)$이 a보다 a_0 더 가깝다면 그림 4에서 필터의 계수에 a 대신에 $a'(k-1)$을 대신 쓰는 것이 $a'(k)$가 a_0에 수렴하는데 더 좋다는 것을 앞에서 설명하였다. 따라서 그림 4에서 a를 $a'(k-1)$로 바꾸어서 그림 5에서의 보조신호 $y_1(k)$와 $y_2(k)$를 얻고 이로부터 (19)에서 $a_0'(k)$를 구하여 그림 5에서의 $\hat{y}(k)$를 만들자.

그림 5에서의 z는 전방 이동 연산자(forward shift operator)를 표시한다. 그림 5와 같은 형태의 시스템은 상태 변수 $x_1(k)$와 $x_2(k)$를 사용하여 나타내면 $y_1(k)$ 및 $y_2(k)$는

$$x_1(k+1)=\begin{pmatrix}2\alpha a_0'(k-1) & 1\\ -\alpha^2 & 0\end{pmatrix}x_1(k)+\begin{pmatrix}-2\alpha a_0'(k)\\ \alpha^2-1\end{pmatrix}r(k)$$

$$y_1(k) = (1,\ 0)\ x_1(k)$$

$$x_2(k+1) = \begin{pmatrix} 2\alpha a_0'(k-1) & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{pmatrix} x^2(k) + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} r(k) \tag{20}$$

$$y_2(k) = (1,\ 0)\ x_2(k)$$

이다. 이러한 시스템은 IIR형태의 시변 시스템으로써 일반적으로 시스템의 안정성이 보장되지는 않으며 발산할 가능성도 있다. 따라서 이러한 경우를 방지하기 위하여 각각의 상태에 상하한 M(>0) 및 −M을 주어 상태 변수들의 이러한 범위 밖에 나가면 M이나 −M의 값을 강제로 갖게 만들므로써 이러한 시스템이 발산되는 것을 방지할 수가 있다.

이러한 M값을 구하는데는 시스템의 임펄스 응답의 상황 및 입력의 크기를 고려하여 구하여야 하겠다. 다음절에서는 여기서 제시한 방법이 얼마나 잘 동작하는지 입력신호의 주파수 성분, S/N비 등을 바꾸면서 살펴 보았다.

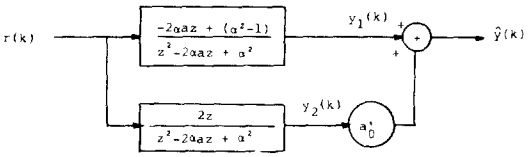


그림 4. 여러 보조신호와 출력
Fig. 4. Auxiliary signals and the output

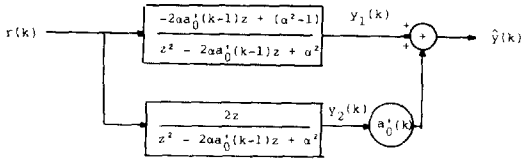


그림 5. 그림 4 의 변형
Fig. 5. Modification of Fig. 4

3. 콤퓨터 시뮬레이션 결과 및 토론

앞에서 제시한 방법들을 콤퓨터 시뮬레이션 하여 노치 필터의 극점이 수렴하는 시간과 출력 S/N 비의 변화를 살펴 보았다. 각각의 결과는 30개의 random number sequence에 대해 평균하였으며 출력 SNR은 최근의 20step을 근거로 산출하였고 최근 10step에서 극점의 추정치를 평균한 것이 극점의 위치에서 ±0.5° 안으로 들어가는 경우를 매개변수 a(k)가 a_0에 수렴하였다고 판정하였다. 신호는 전력이 $\frac{1}{2}$인 $\sin(2\pi f \cdot k/N)$을 사용하였는데 여기서 k(step)는 시간을 나타내며 N은 샘플링 주파수로서 시뮬레이션 전반에 걸쳐 20Hz로 고정하였고 주파수 f는 0, 2, 4, 8 Hz인 경우를 대표적으로 다루었다. 백색잡음은 pseudo random number generator를 사용하여 발생하였으며 유색잡음은 차단 주파수가 4 Hz인 저주파 통과 필터($F(z) = 1/(1-0.285z^{-1})$)를 거쳐 발생시켰다. 성능평가를 위해 좋은방법이라고 생각되는 Rao와 Kung의 방법을 같은 조건하에서 시뮬레이션을 하였다. 표에서 FREQ는 신호의 주파수, R은 (19)에서의 r을 나타내고 C.AVE와 C.STD는 수렴하는 STEP의 평균과 표준편차를 나타낸다. DIVRG는 1000STEP까지 수렴하지 않은 시뮬레이션의 횟수를 나타낸다. 수렴하지 않는 경우는 C.AVE와 C.STD를 계산하는데 포함시키지 않았다.

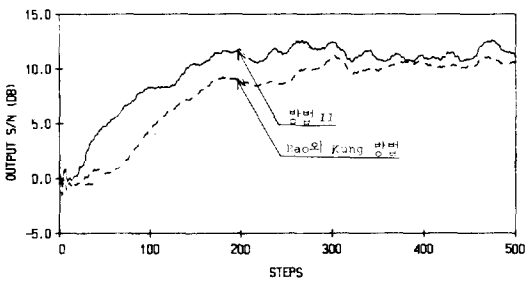
본 논문에서 제시한 방법에 의한 매개변수의 수렴시간을 백색잡음하에서 시뮬레이션한 결과가 표 1에 나타나 있는데 극점의 위치에 관계없이 S/N비가 클때면 수렴이 잘되며 S/N비가 −9db로 떨어지더라도 수렴이 비교적 잘되는 것을 알 수 있다. 저주파 잡음이 많은 경우에 본 논문에서 제시한 방법을 시뮬레이션한 결과가 표 2에 나타나 있는데 표 1과 비교하여 저주파 영역에서 수렴이 비교적 빠르고 고주파 영역에서는 늦게 수렴함을 보이고 있다. 이것은 잡음의 전력(power)이 저주파에 집중되어 있기 때문이라 생각된다. 표 3과 표 4는 Rao와 Kung의 방법을 사용한 경우에의 시뮬레이션 결과인데 같은 상황에 해당하는 표 1과 표 2와 각각 비교하면 전반적으로 수렴을 잘 하지 못하는 것을 알 수 있다. 여기서 입력 S/N비가 −6db이하는 대부분 수렴하지 않기 때문에 표에서는 제시하지 않았다. 그림 6은 두 방법간에 수렴시간이 큰 차이는 없는 경우인 0dB의 백색잡음속에서 2Hz의 정현파를 검출할 때 출력 S/N비의 변화를 나타낸 것인데 본 논문의 방법이 좋은 초기 특성을 보이고 있다.

위의 결과로부터 본 논문에서 제시한 방법은 Rao와 Kung의 방법과 비교하여 잡음에 대해 영향을덜 받으며 빠른 수렴을 보이고 있으며 초기특성이 우수하다고 말할 수 있다. 그런데 여기서 제시한 적응 관측자를 사용한 알고리즘은 그림 5에서와 같이 시변 시스템을 사용하며, 따라서 안정하다는 보장은 없다. 이 알고리즘이 안정하다는 보장을 하기

위하여서는 그림 5의 상태 변수에 상한을 두어 상태 변수가 그 상한보다 크면 강제로 그 상한 값을 갖게한다. 그러면 이 시스템의 상태 변수나 출력은 항상 유한하며 따라서 이 시스템은 안정하다. 그림 5에서 $1/(z^2-2\alpha a_0'(k-1)+\alpha^2)$를 상태 방정식을 사용하여 나타내고 각 상태의 상한을 다음과 같이 구하였다. $\alpha=0.95$이므로 어떠한 $a_0'(k-1)$ ($|a_0'(k-1)|<1$)에 대하여서라도 시스템의 임펄수 응답이 $e^{-0.95(k-1)}$ 보다 작으므로 임펄스 응답의 절대값의 합은 $\frac{1}{1-0.95}=20$이 된다. 그리고 입력의 크기는 4보다 작다고 가정하면 각 상태 변수의 절대값은 80을 넘지 못하므로 상태 변수의 절대값의 상한을 80으로 잡았다. 이러한 조건만을 추가하여 시뮬레이션을 한 결과 표 1 및 표 2와 거의 비슷한 결과를 얻었으며, 따라서 여기에 수록하지는 않겠다.

그러나 그 결과들을 표 1 및 표 2와 비교하여 보면 대부분의 경우는 같은 결과를 주었으며 몇 개의 경우에 대하여 약간의 성능이 향상되었다.

이는 대부분의 경우에 상태 변수가 80이상 커지지 않았다는 것을 나타내며 80이상 커지는 경우에는 상태 변수에 상한을 둠으로써 약간의 성능이 향상 됐다는 것을 의미한다. 따라서 상태 변수에 상한을 두는 방법은 알고리즘의 불안정성에 대한 문제점을 없애주며 많은 경우에 필터의 성능도 향상시키리라 생각된다.



f=2Hz　입력SNR=0dB (whita)　$\alpha=0.95$　$\lambda=0.9$
$r=0.5$　$a_0(0)=0.5$　$p_0=1.0$

그림 6. 제시된 방법과 Rao와 Kung방법의 출력 SNR 비교

Fig. 6. Comparison of output SNR's

4. 결　　론

본 논문에서는 IIR형태의 노치 필터를 사용하여 모르는 정현파를 검출하는 문제를 다루었다. 노치

SNR(dB) \ FREQ(Hz)		0	2	4	6	8
-9	C. AVE	577	409	253	286	472
	C. STD	285	224	188	228	241
	DIVRG	15	7	4	6	15
-6	C. AVE	476	334	205	211	337
	C. STD	264	240	212	207	231
	DIVRG	5	0	1	4	6
-3	C. AVE	312	169	99	130	251
	C. STD	243	128	106	110	228
	DIVRG	0	0	0	0	0
-0	C. AVE	137	101	56	71	123
	C. STD	102	68	37	51	97
	DIVRG	0	0	0	0	0

표 1. 백색잡음일때 입력 SNR에 따른 수렴기간

Table.1. Converging times for different input SNR's (white noise)

SNR(dB) \ FREQ(Hz)		0	2	4	6	8
-6	C. AVE	288	200	91	104	86
	C. STD	152	128	62	64	27
	DIVRG	0	1	8	16	26
-3	C. AVE	192	110	91	171	185
	C. STD	117	44	106	237	179
	DIVRG	0	0	3	4	12
0	C. AVE	112	87	80	92	173
	C. STD	78	59	123	129	212
	DIVRG	0	0	0	1	1
3	C. AVE	64	62	32	52	81
	C. STD	55	34	11	25	68
	DIVRG	0	0	0	0	0

표 2. 유색잡음일때 입력 SNR에 따른 수렴기간

Table.2. Converding time for different SNR's (colored noise)

SNR(dB) \ FREQ(Hz)		0	2	4	6	8
-3	C. AVE	242	326	233	244	372
	C. STD	291	295	245	251	260
	DIVRG	18	15	10	11	17
0	C. AVE	201	183	141	182	174
	C. STD	226	125	59	114	92
	DIVRG	19	6	3	5	7
3	C. AVE	327	211	239	226	233
	C. STD	295	103	165	157	78
	DIVRG	18	1	0	3	3

표 3. 백색잡음일때 입력 SNR에 따른 Rao 와 Kung 방법의 수렴기간

Table.3. Converging times for different SNR's (white noise, Rao and Kung's method)

SNR(dB) \ FREQ(Hz)		0	2	4	6	8
-3	C. AVE	207	263	144	214	100
	C. STD	198	211	88	199	62
	DIVRT	17	15	16	14	26
0	C. SVE	239	214	208	174	261
	C. STD	231	155	178	167	159
	DIVRT	20	6	4	3	6
3	C. AVE	326	247	227	178	253
	C. STD	323	134	154	83	128
	DIVRG	20	1	2	3	3

표 4. 유색잡음일때 입력 SNR에 따른 Rao 와 Kung 방법의 수렴기간

Table.4. Converging times for different SNR's (coloured noise, Rao and Kung's method)

필터를 하나의 매개변수를 사용하여 나타내고 이에 적응 관측자를 사용하여 보조신호를 만들었으며 이로부터 매개변수를 추정하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 간단하며 계산량도 적고 수렴속도도 빠르며 입력의 잡음이 백색잡음인 경우에는 S/N비가 -9db일 때도 많은 경우 매개변수가 참값에 수렴하였다. 또한 이 방법은 비교적 성능이 좋다고 알려진 Rao와 Kung의 방법보다 매개변수의 수렴성질도 좋고 출력 S/N비도 높다는 것이 시뮬레이션의 결과로 나타났다.

본 논문에서 제시한 방법을 ALE 형태의 시변 시스템을 사용함으로 그대로는 안정성을 증명할 수는 없었는데 이를 극복하는 방법으로 상태 변수에 상한을 줌으로써 알고리즘을 안정하게 할 수 있으며 이런 경우 시뮬레이션 결과 약간의 성능이 향상 되는 것도 볼 수 있었다.

REFERENCE

1) B. Widrow et. al,"Adaptive noise cancelling, principles and applications," Proc. IEEE,Vol. 63, No. 12, pp. 1692-1716, Dec. 1975.

2) J. R. Treichler, "Transient and convergent behavior of the adaptive line enhancer," IEEE Trans., vol. ASSP-27, pp. 53-62, Feb. 1979.

3) B. Fisher, N. J. Bershad, "The complex LMS adaptive algorithm – Transient weight mean and covariance with application to the ALE." IEEE Trans., Vol. ASSP-31, pp. 34-44, Feb., 1983.

4) B. Widrow, S. D. Stearns, Adaptive Signal Processing. Prentice-hall, Englewood Cliffs, 1985

5) R. W. Harris, "A variable step (VS) adaptive filter algorithm," IEEE Trans., Vol. ASSP-34, No. 2, pp. 309-316, April, 1986.

6) B. Friedlander, "A recursive maximum likelihood algorithm for ARMA line enhancement,"IEEE Trans., Vol. ASSP-30, pp. 651-657, Aug. 1982.

7) D. V. Baskar Rao, S. Y. Kung, "Adaptive notch filtering for the retrieval. of sinusoids in noise," IEEE Trans., Vol. ASSP-32, pp. 791-802, Aug., 1984.

8) R. V. R. Kumar and R. N. Pal, "Recursive constrained adaptive filters for line enhancement," Digital Signal Processing '84, pp. 170-174, (V. Cappellini (eds)), Elsevier Science Pub., 1984.

9) G. Kreisselmeier, "Adaptive observer with exponential rate of convergence," IEEE Trans., Vol. AC-22, pp. 2-8, Feb., 1977.