

비모형화 특성을 갖는 시스템의 견고성 적응제어

Robust Adaptive Control for the System with Unmodelled Dynamics

金 成 德* · 梁 海 元**
Sung-Duck Kim, Hai-Won Yang.

ABSTRACT

The robustness and stability properties for a model reference adaptive control system with plant uncertainty are considered in this paper, using input-output stability theory. An error model for a typical adaptive control structure is extended to unmodelled dynamics in the plant model and then, the strictly positive real condition for global stability is examined. In general, since this condition can be easily violated due to unmodelled dynamics, a modified compensator which can be guaranteed $Hev \in SPR$ is introduced in the plant model and the effectiveness for the given structure is also given.

1. 서 론

일반적인 제어문제에 있어서는 제어할 플랜트에 관한 특성을 정확히 알고 있다는 가정하에서 제어 방식이나 제어구조를 적절하게 설계할 수 있다. 그러나 제어기의 형태가 고정된 선형제어 시스템의 경우라도 플랜트의 특성은 근사화된 모델로서 표현되며, 이러한 파라미터화 공칭모델을 바탕으로 제어기의 정수들을 결정한다. 그렇지만, 엄격히 말해서 실제 플랜트는 어느 정도 비선형·시변특성을 갖고 있을 뿐 아니라 무한 차원이므로, 유한차원의 선형화 공칭모델과 실제 플랜트 특성 사이에는 항상 모델오차가 존재한다.¹⁾ 특히, 동작중에 파라미터나 플랜트 특성이 변화하는 경우에는, 선형제어 방법으로 완벽하게 설계된 제어시스템일지라도 특성이 변화되어 불안정한 결과를 초래하는 경우가 많다.

적응제어 방식은 제한된 범위내에서 예측할 수 있는 불확실성에 대처할 수 있는 진보된 제어방법

으로, 매우 다양한 구조와 형식으로 전개되었다. 그러나, 플랜트가 선형, 시불변 시스템이라도 전체 적응루우프는 비선형이 되며 설계상 공칭모델의 차수제한, 적응칙의 설계문제 및 안정도 측면에서 여러가지 조건을 만족하지 않으면 안되었다. 대부분의 기준모델적응제어(MRAC) 구조는 일치조건에 의한 오차모델을 적절히 처리하여 설계되고²⁾ 전체 적응시스템의 대국적 안정도는 오차모델의 전달함수에 대한 SPR조건과 적응신호들의 PE조건에 의해 설명된다. 일반적으로 오차모델은 상태 공간해석에 의하여 설정되지만, 적응신호 및 출력오차와 외부 입력 및 적응신호오차들 사이의 전달관계를 규명하므로써 각 신호들의 L_2 및 L_∞ 안정도를 해석할 수 있다.^{3),4)} 이 때, SPR성질은 전체적응시스템의 대국적 안정도에 직접 관여되는 조건으로, 모델오차가 적절하게 주어지는 경우라도 상대차수 등에 의하여 매우 민감한 영향을 받게 된다. 따라서 비모형화 특성이 존재하는 경우에 나타나는 고주파 이득에 의한 오차, SPR조건에 상충 및 안정도 저하 등에 대처할 수 있는 견고한 적응제어 방법이 필요하다.

본 논문은 비모형화 특성에 의해 변화되는 SPR 성질과 이러한 플랜트의 불확실성에 의해 상실되는 SPR조건을 보장할 수 있는 선형 SPR보상기 설계

正 會 員 : 漢陽大工大 電氣工學科 博士課程
正 會 員 : 漢陽大工大 電氣工學科 教授·工博
接受日字 : 1987年 4月 2日
1次修正 : 1987年 7月 25日

문제에 대하여 기술한다. Narendra & Valavani 가 제시하였던 전형적인 MRAC구조²⁾에 대하여 문헌⁵⁾에서와 같은 입·출력 해석법으로 오차모델을 전개하고, 이 모델에 대한 안정도를 간단히 설명한다. 특히, 모델오차가 존재할 때는 SPR조건변화에 의해 안정도가 파괴되므로, 적절한 SPR보상기를 설계해야 한다. Kosut & Friedlander⁵⁾는 Donati의 확장모델⁶⁾ 개념을 적응제어 구조에 도입하므로써 SPR조건을 보상하는 2 가지 구조를 제시하였다. 그 한 구조가 고정모델 및 선형필터를 도입하는 것으로, 시스템의 불확실성에 대처하는 SPR 보상기이지만 고정모델을 선정하는 방법이 분명하지 않고, off-line으로 추정한 모델을 사용하므로 일반 선형제어 문제로 귀결된다. 두번째는 적응관측자에 의해 플랜트 모델을 on-line으로 추정하는 방법이나, 해석이 복잡할 뿐만 아니라 SPR보상특성을 정확히 해석하지 못했다. 그러나, 본 논문에서는 고정모델 대신에 기준모델을 도입하여 플랜트를 확장하는 새로운 구조의 SPR의 보상기를 제시하고, 그 특성을 설명한다. 이 구조는 복잡한 적응관측자 구조의 도입 또는 고정모델 선정방법 등에 의한 기존 구조의 문제들을 해결할 수 있으며, 이와 같은 선형 SPR 보상기를 사용하는 경우에도 고정모델을 사용하는 경우와 동일한 특성을 얻을 수 있다.

2. 오차모델의 선정 및 비모형화 특성

일반적으로, 대부분의 적응시스템은 적절한 적응신호를 발생시킴으로서, 제어기의 파라미터들을 on-line으로 조정해가는 파라미터 적응방법을 사용한다. 물론 제어하는 플랜트에 대한 사전지식, 기준모델 특성의 설정 등에 따라 적응구조 뿐만 아니라 안정도 해석방법이 매우 다양하게 나타나지만, 결과적으로 전체 적응루우프는 유계된 입력 w와 적응신호 z 및 출력오차 e의 관계식으로 표현될 수 있다. 이 때 각 신호들은 연속적으로 식별되는 적응파라미터 $\hat{\theta}$ 의 시변, 비선형 전달관계를 가지며, 다음과 같은 일반적인 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Hew}(\hat{\theta}) \\ \text{Hzw}(\hat{\theta}) \end{bmatrix} w \quad (2-1)$$

$$\hat{\theta} = F(e, z) \quad (2-2)$$

이 때 $\hat{\theta}$ 는 e 및 z의 함수관계로 주어지며, 적응루프의 부분시스템이 된다. 그림 1은 식(2-1)과 (2-2)로 표현되는 적응시스템의 구조를 나타낸다. 이

경우 입·출력 연산관계식은 $\hat{\theta}$, e 및 z의 정상 상태 값, 즉, 조절치(tuned valve) θ^*, e^* , 및 z^* 를 설정하므로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Hew}(\theta^*)\text{Hew}(\theta^*) \\ \text{Hzw}(\theta^*)\text{Hzv}(\theta^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

여기서 적응신호 오차 v는

$$v = \theta^T z \quad (2-4)$$

한편, 적응 파라미터오차 θ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\theta = \hat{\theta} - \theta^* \quad (2-5)$$

결국 적응시스템의 안정도 보장은 외부입력 w, 초기상태 및 연산관계 H(θ^*)들에 종속된 e 및 z에 관한 유계성 문제로서 설명될 수 있다.

이제, 오차모델의 개념을 구체적으로 SISO 선형 시불변 연속시간 시스템에 확장해 보자. R_0 를 proper, R을 strictly proper유리전달함수라 하고, S_0 및 S의 모든 극들은 안정한 위치에 존재하며, 각각 $S_0 \subset R_0, S \subset R$ 이라 가정한다. 적응시스템은 설정된

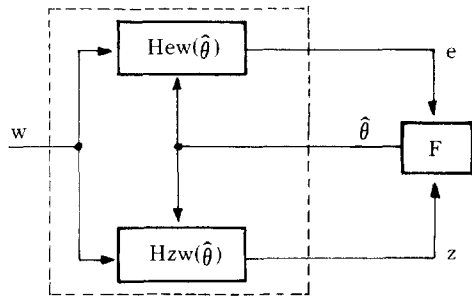


그림 1. 적응시스템
Fig 1. An adaptive system.

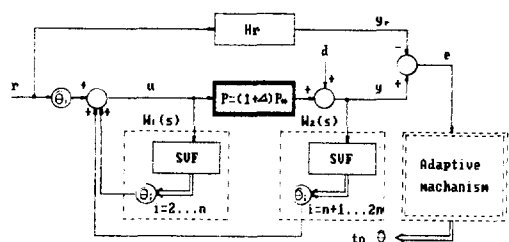


그림 2. 전형적인 기준모델 적응제어 구조
Fig. 2. Typical model reference adaptive control structure.

기준모델의 출력을 추적하는 구조로 그림 2 와 같은 일반적인 MRAC구조를 사용한다.²⁾ 이 적응시스템의 설계조건은 플랜트의 전달함수 $P \in \mathbb{R}$, 기준모델 전달함수 $Hr \in S$ 이고, 보조필터(auxiliary filter) 전달함수를 $W_1 \in S$, $W_2 \in S_0$ 이라 가정한다. 우선 비모형화특성 $\Delta = 0$ 인 이상적인 경우의 적응오차모델에 대한 특성을 검토한다. 이 때 제어신호를

$$u = \hat{\theta}^T z \tag{2-6}$$

로 구성하고, 적응신호 z 를

$$z = [r \quad Fu \quad y \quad Fy]^T \tag{2-7}$$

여기서 $F = [s^{n-1} \ s^{n-2} \ \dots \ 1] / N_r$ 이고, N_r 은 Hr 의 분자다항 식이다.

이러한 적응구조에서 파라미터 조절치 e^* 를 분류하여 일반적인 오차 모델을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 * P(1+Q)^{-1} - Hr & (1-W_1 *) (1+Q)^{-1} \\ 1 & 0 \\ \theta_1 * F(1+Q)^{-1} & FW_2 * (1+Q)^{-1} \\ \theta_1 * P(1+Q)^{-1} & (1-W_1 *) (1+Q)^{-1} \\ \theta_1 * FP(1+Q)^{-1} & F(1-W_1 *) (1+Q)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P(1+Q)^{-1} \\ 0 \\ F(1+Q)^{-1} \\ P(1+Q)^{-1} \\ FP(1+Q)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ v \end{bmatrix} \tag{2-8}$$

여기서

$$Q = -(W_1 * + W_2 * P) \tag{2-9}$$

이고, r 은 기준입력신호이며, d 는 플랜트에 개입되는 외란으로 유계신호라 가정한다. 이때 식 (2-1)의 유계입력은 $w^T = [r, d]$ 이다. 일반적으로, 오차모델 $e = e^* + \text{Hev}(\theta_*)v$ 에서 $e^* \rightarrow 0$ 이어야 하므로, $\text{Hev}(\theta_*) : v \rightarrow e$ 는 인과성인 전달함수이어야 하고 SPR 조건이 성립해야 한다.

실제로 선형제어이든 적응제어이든 간에 제어를 설계하기 위해서는 플랜트 모델이 결정되어야 한다. 그렇지만, 사용되는 공칭모델이 정확하게 근사화 되었다고 하더라도 실제 플랜트와의 모델오차가 항상 존재할 수 밖에 없다. 따라서 공칭모델 근방에 존재하는 실제 플랜트 특성이 유한하지 않으면, 설계된 제어구조는 제어능력을 상실하게 된다. 특히 플랜트의 공칭모델 오차도 미지인 제어시스템을 설계하는 경우는, 이러한 모델오차의 한계가 아

주 정확하게 규정되어야 한다. 모델오차의 영역은 다음과 같은 sector 이론으로 설명된다. 반경이 $r(\omega)$ 이고 S 에 속하는 “ball” $B_s(r)$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$B_s(r) = \{G \in S \mid |G(j\omega)| \leq r(\omega), \omega \in \mathbb{R}\} \tag{2-10}$$

플랜트를 $P = (1 + \Delta)P_*$ 라 할 때 P_* 를 공칭모델, Δ 를 비모형화 특성이라 하자.³⁾ $\Delta \in S$ 라 가정하고, $\Delta \in B_s(r)$ 일 때, 다항식의 특성을 정확하게 알고 있지 않더라도 그 유계성만 알고 있으면, 적절한 방법에 의해 제어기가 설계가능하게 된다. 이 때, 식 (2-8)의 오차모델을 불확실성 Δ 가 존재하는 경우로 확장하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 * N * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ 1 \\ \theta_1 * FP * N * (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ \theta_1 * N * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ \theta_1 * FN * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ K * (1 + \Delta M_*)^{-1} & N * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ 0 & 0 \\ FP * N * (1 + \Delta M_*)^{-1} & FP * N * (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ FK * (1 + \Delta M_*)^{-1} & N * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \\ FK * (1 + \Delta M_*)^{-1} & FN * (1 + \Delta) (1 + \Delta M_*)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ v \end{bmatrix} \tag{2-11}$$

여기서

$$\begin{aligned} M_* &= -W_2 * P * (1 + Q_*)^{-1} \\ N_* &= \text{Hev} \Big|_{\Delta=0} = P * (1 + Q_*)^{-1} \\ K_* &= 1 - M_* \\ Q_* &= -(W_1 * + W_2 * P) \end{aligned}$$

식(2-11)에서 알 수 있는 바와 같이, 식 (2-8)의 $\text{Hev}(\theta_*)$ 및 $\text{Hzv}(\theta_*)$ 는 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 및 $\text{Hzv}(\theta_*, \Delta)$ 로 변환되며, $\text{Hev}(\theta_*) \in \text{SPR}$ 로 적절하게 설계된 적응시스템이라도 SPR특성이 비모형화 특성 Δ 가 존재하는 경우에 그대로 보존된다는 것은 확신할 수 없다.

3. 안정도 및 SPR조건

본 논문의 안정도 개념에서 사용되는 수학적표현

은 문헌^{3),5)}의 것을 그대로 사용하였으므로 그 정의나 정리는 지면 관계상 생략하였다. 일반적으로 입력신호들이 선형 norm공간에서 유계된다고 하면 출력신호들은 입·출력사이의 전달관계의 인과성에 의해 설명되며, 적응제어 시스템의 안정도는 오차모델의 Hev 에 대한 SPR조건으로 규명된다. 이때 SISO시스템에서 $G \in S$ 라 하고, 다음 조건을 만족하는 G 를 SPR전달함수라 한다.

$$\text{Re}[G(j\omega)] > 0, \omega \in \mathbb{R} \quad (3-1)$$

오차모델 식(2-3)에 있어서 입력 w 가 적정하게 주어지고, $\text{Hev}(\theta_*) : v \rightarrow e$ 가 인과성이 있으며 $\text{Hev} \in \text{SPR}$ 이면 Hev 는 passive하다. e_* 는 적응신호 z 나 θ 의 유계성이 성립하지 않더라도 L_∞ 안정, 즉, BIBO안정하다.

[정리 1] 적응신호 e, v, z 및 $\dot{\theta} \in L_\infty$ 이고, $\text{Hev} \in \text{SPR}$, $\text{Hzv} \in S$ 이면, z_* 의 유계성에 따라 다음과 같은 결과가 성립된다.

- (i) $e_* \in L_2 \cap L_\infty$ 이고, $z_* \in L_2^n$ 이면 L_2 안정
- (ii) $e_* \in L_\infty$ 이고 $z_* \in L_2^n$ 이면 L_∞ 안정

정리 1의 증명과정은 문헌 5)에 주어져 있다. 이 경우에 적응시스템에 사용되는 적응칙은 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = -\Gamma e z, \Gamma = \Gamma^T > 0 \quad (3-2)$$

비모형화 특성 Δ 를 0으로 가정하는 일반적인 설계법은 $\text{Hev}(e_*) \in \text{SPR}$ 이 되도록 적응제어기를 구성한다. 식 (2-8)의 적응오차모델의 $\text{Hev}(\theta_*) : v \rightarrow e$ 가 $\text{Hr}/\theta_{i,*}$ 로 주어지므로, $\text{Hr} \in \text{SPR}$ 이면 $\text{Hev}(\theta_*) \in \text{SPR}$ 이 당연히 성립된다. 그러나 Δ 가 존재하는 경우에는 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta) : v \rightarrow e$ 가 SPR조건을 만족하는가는 알 수 없다. 물론, 이러한 문제에 대하여 정리 1은 어떤 견고성 성질을 줄 수 있음을 암시한다. 일반적으로

$$G = (1 + \Delta)G_* \quad (3-3)$$

에 대하여 다음 정리는 G 의 SPR조건에 대한 성질을 설명한다.

[정리 2] 모델이 식(3-3)과 같이 주어지는 경우 다음과 같은 조건이 모두 성립될 때 $G \in \text{SPR}$ 이다.

- (i) $G_* \in \text{SPR}$
- (ii) $\Delta \in B_s(\delta)$ 이고

$$\delta(\omega) > -\sigma(\omega)/\gamma(\omega) \quad \omega \in \mathbb{R}$$

여기서

$$\begin{aligned} \sigma(\omega) &= \text{Re}[G_*(j\omega)]/|G_*(j\omega)| = \cos(\phi_*) \\ \gamma(\omega) &= \cos(\phi_\Delta + \phi_*) \\ \cos(\phi_\Delta) &= \text{Re}[\Delta(j\omega)]/|\Delta(j\omega)| \end{aligned}$$

[증명] 식(3-3)은 일종의 복소변수함수로서 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{Re}[G(j\omega)] &= \text{Re}[G_*(j\omega)] + \text{Re}[\Delta(j\omega)G_*(j\omega)] \\ &= \text{Re}[G_*(j\omega)] + |\Delta(j\omega)||G_*(j\omega)| \\ &\quad \cos(\phi_\Delta + \phi_*) \end{aligned} \quad (3-4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \cos(\phi_\Delta) &= \text{Re}[\Delta(j\omega)]/|\Delta(j\omega)| \\ \cos(\phi_*) &= \text{Re}[G_*(j\omega)]/|G_*(j\omega)| = \sigma(\omega) \end{aligned}$$

따라서 $\text{Re}[G(j\omega)] > 0$ 이기 위한 조건은 식(3-4)의 관계식에 의하여

$$|\Delta(j\omega)| > -\text{Re}[G_*(j\omega)]/[|G_*(j\omega)| \cos(\phi_\Delta + \phi_*)] \quad (3-5)$$

식 (3-5)는 Δ 에 의한 조건으로 문헌 [5]의 Lemma 4.1의 스칼라 시스템의 경우보다 좀 더 구체적인 범위를 정하고 있다. 식(3-4)에 대하여 $\cos(\phi_\Delta + \phi_*)$ 의 최소값은 -1 이므로 다음과 같은 관계가 만족한다. 된

$$\text{Re}[G(j\omega)] > \text{Re}[G_*(j\omega)] - |\Delta(j\omega)||G_*(j\omega)|$$

결국, $\text{Re}[G(j\omega)] > 0$ 인 SPR조건을 성립시키기 위해서는

$$\delta(\omega) < \sigma(\omega) \quad (3-6)$$

의 관계가 만족하도록 특성이 제한된다. 이 때 식 (3-6)은 문헌 5)의 결과와 일치한다.

결국 식(2-11)에서 $N_* \in \text{SPR}$ 이므로 Δ 의 영향에 의한 오차모델 전달함수 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 가 SPR이 되기 위한 조건은 정리 2에 의해 설명할 수 있다. 그렇지만, 적응제어 시스템 설계시 공칭모델 P_* 의 특성은 물론 Δ 도 미지이다. 따라서, 2절에서 설명했던 전형적인 MRAC모델에 대하여 P_* 가 상대차수 등 외형적인 구조에 대한 가정들만 만족하고, Δ 에 대한 특성도 식(2-10)이 만족된다고 하더라도 $\delta(\omega)$ 가 식 (3-5) 또는 식(3-6)의 관계를 성립할 수

있는가는 확신할 수 없다. 예컨대, $\text{Hev}(\theta_*, \Delta) = N_*(1+\Delta)(1+\Delta M_*)^{-1}$ 에서 N_* 의 상대차수가 1이라고 가정하는 경우, 가장 간단한 형태로 $1+\Delta$ 가 안정한 단순극을 갖고 Δ 가 식(2-10)을 만족하는 경우라면, $N_*(1+\Delta)$ 의 상대차수는 2가 되고 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 의 상대차수 역시 2가 된다. 따라서 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 의 SPR조건은 성립하지 않는다. 물론 Δ 가 일반적인 경우에는 정리2의 성립여부를 판단할 수 없으며, 따라서 비모형화 특성이 존재하는 경우, $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 를 SPR로 보상할 수 있는 영역은 매우 제한될 것이라는 것을 추측할 수 있다.

4. SPR 보상기

비모형화 모델 Δ 가 존재하는 경우에 대해서는 정리 2와 같은 조건이 항상 성립한다는 것은 확신할 수 없지만, Donati가 제시하였던 선형보상기를 이용하면 부분적으로 SPR조건을 유지시킬 수 있다.^{4,5} 이와 같은 보상기 설계는 플랜트의 선형성 구조를 확립하기 위한 방편으로 설명되었던 고정모델 \bar{P} 및 선형필터 W 를 도입하는 방법이다. 물론, 이 구조는 선형제어의 모델화에 대한 연구이지만, 비모형화 모델이 존재하는 플랜트의 적응특성을 SPR에 의하여 보장할 구조로 Kosut 등에 의해 확장되었다.⁵ 이 구조는 P 를 미리 추정된 플랜트 모델로 가정하여 제한된 영역에서 SPR조건이 성립함을 밝히고, 플랜트를 off-line 추정방법으로 식별된 \bar{P} 를 사용함으로써, 공칭모델을 이미 아는 것으로 처리하였다. 이러한 이론은 고정모델 \bar{P} 를 적응관측자로서 추정하면서 적응해가는 구조로 확장되었다. 이는 적응관측자 이론을 사용함으로써 해석이 매우 복잡하게 될 뿐만 아니라, SPR특성이 어떻게 유지되는가에 대한 구체적인 해답을 얻지 못하였다.

본 논문에서는 고정모델 P 또는 공칭모델 P_* 대신에 기준모델 H_r 를 도입하는 새로운 SPR 보상기 구조를 제안하고, 실제로 고정모델 \bar{P} 를 사용했던 경우와 동일한 효과를 얻을 수 있음을 밝힌다. 비모형화 특성 Δ 가 존재하는 경우에 공칭모델 P_* 에 의해 기준모델 H_r 를 SPR 전달함수로 설정하였더라도 고주파 오차가 증가될 수 밖에 없다. 사실, SPR조건은 주파수 특성을 나타내는 것으로 일종의 신호들의 부호보존에 대한 개념도 갖는다. 그러나, SPR성질은 구조적인 조건이 먼저 충족되어야 한다. 불확실성 모델의 개입에 의한 오차모델의 전달함수

는 식(2-11)에 의하여

$$\text{Hev}(\theta_*, \Delta) = (1+\Delta)(1+\Delta M_*)^{-1}N_* \quad (4-1)$$

$\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 의 SPR조건에 대한 성립여부를 검토하기 위하여 식(3-3)의 형태로 변환할 수 있다.

$$\text{Hev}(\theta_*, \Delta) = [1 + \tilde{H}\text{ev}(\theta_*, \Delta)]\bar{H}\text{ev}(\theta_*) \quad (4-2)$$

$\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 가 SPR되기 위한 조건은 정리2로 설명되고, 앞에서 설명한 바와 같이 이와같은 범위는 Δ 의 성질때문에 확고히 정할 수 없으므로, 플랜트를 확장하여 사용한다는 가정하에 오차모델 전달함수를 다음과 같이 수정한다.

$$\text{Hev}(\theta_*, \Delta_c) = [1 + \tilde{H}\text{ev}(\theta_*, \Delta_c)]\bar{H}\text{ev}(\theta_*) \quad (4-3)$$

여기서

$$\tilde{H}\text{ev}(\theta_*) = N_*$$

$$\bar{H}\text{ev}(\theta_*, \Delta_c) = \Delta_c K_*(1 + \Delta_c M_*)^{-1}$$

이때 식(4-3)의 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta_c)$ 에 SPR조건이 성립되기 위해서는 3절의 정리 2에 의하여 다음과 같은 조건이 만족되어야 한다.

$$(i) \tilde{H}\text{ev}(j\omega) \in B_s(K) \quad (4-4)$$

$$(ii) K(\omega) < \text{Re}[\tilde{H}\text{ev}(j\omega)] / |\tilde{H}\text{ev}(j\omega)| = \eta(\omega), \quad \omega \in \mathbb{R} \quad (4-5)$$

조건 (ii)에 대하여, $\delta_c(\omega) |M_*| < 1$ 이라 가정하면

$$K(\omega) = |\Delta_c K_*| / |1 + \Delta M_*| \leq \delta_c(\omega) / |1 - \delta_c(\omega)| < \eta \quad (4-6)$$

의 관계가 성립된다. 따라서 식(4-6)에서 $\eta(\omega)$ 의 최대치가 1이라는 점을 감안하면

$$\delta_c(\omega) < \eta(\omega) \quad (4-7)$$

의 관계를 얻을 수 있다. 이때 식(4-1)의 관계에서 $N_* = H_r / \theta_{1*}$ 의 관계와 식(4-7)에 의해 조건 (ii)는 다음과 같이 수정된다.

$$(iii) \delta_c(\omega) < \text{Re}[H_r(j\omega)] / |H_r(j\omega)|, \quad \omega \in \mathbb{R} \quad (4-8)$$

결국, 플랜트의 비모형화 특성 Δ 에 관련된 $\delta_c(\omega)$ 의 관계식(4-8)을 만족하도록 플랜트에 적절한 보상기를 구성하면 된다.

이제 그림3과 같이 플랜트를 확장한다고 하자. 이때 출력 y_c 는

$$y_c = (1 + \Delta_c)P_*u + Wd \quad (4-9)$$

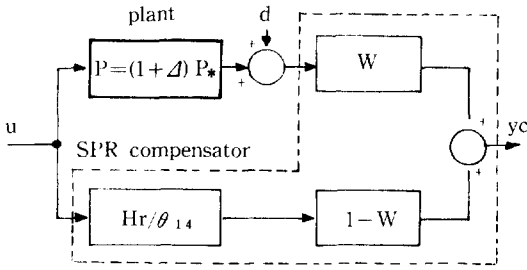


그림 3. SPR보상기 구조

Fig 3. An SPR compensator structure.

여기서, W 는 안정한 1 차 선형필터로 $W(0) = 1$ 로 주어지며

$$\Delta_c = \Delta W + (1-W)(Hr/\theta_{1*} - P^*)/P^* \quad (4-10)$$

이 구조는 비모형화 특성에 의하여 $Hev(\theta^*, \Delta)$ 가 SPR조건을 성립하지 않을 때, 플랜트를 확장하므로서 $Hev(\theta^*, \Delta_c)$ 를 SPR이 되도록 구성하는 방법이 다.

여기서 $\Delta_c = (P_c - P^*)/P^* \in Bs(\delta_c)$ 이라 하면, 식(4-6)의 관계식에 의하여

$$\delta_c(\omega) = \delta(\omega) |W(j\omega)| + |1-W(j\omega)| |(Hr/\theta_{1*} - P^*)/P^*| < Rc[Hr(j\omega)]/|Hr(j\omega)| \quad \omega \in R \quad (4-11)$$

가 성립한다. 이 때 저주파에서는 $W(0) = 1$ 이고 $\delta(\omega)$ 는 매우 작은 값이 되므로 $\delta_c(\omega)$ 는 0에 가깝고, 고주파수에서는 $W(\infty) = 0$ 이고 $|(Hr/\theta_{1*} - P^*)/P^*|$ 는 Hr 및 P^* 의 상대차수가 모두 1이므로 0에 수렴한다. 따라서 이경우 역시 $\delta_c(\omega) \approx 0$ 이다. 결국, 플랜트를 확장하므로서 $Hev(\theta^*, \Delta_c)$ 가 SPR이 됨을 쉽게 이해할 수 있다.

식(4-9)의 확장된 플랜트를 식(2-11)에 적용하면 오차모델은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1*} N^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} - Hr \\ 1 \\ \theta_{1*} FP^* N^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ \theta_{1*} N^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ \theta_{1*} FN^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ K^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} & N^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ 0 & 0 \\ FP^* N^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} & FP^* N^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ K^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} & N^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \\ FN^* (1 + \Delta_c M^*)^{-1} & FN^* (1 + \Delta_c) (1 + \Delta_c M^*)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r \\ d' \\ v \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

여기서 $d' = Wd$ 이다. 결국 $Hev(\theta^*, \Delta_c)$ 는 특정한 중간주파수대를 제외하고는 식(4-11)에 의하여 SPR조건이 성립될 수 있으므로 $Hev(\theta^*, \Delta)$ 가 SPR이 아닌 경우라도 스위칭 필터 W 를 적절히 선정하므로서 적응목적을 달성할 수 있다. SPR조건을 확립시키기 위하여 사용되는 확장 플랜트의 출력오차는 $e = y_c - y_r$ 로 변경된다. 이 때에 SPR 보상기를 사용한 출력 y_c 를 추적하므로서 실제 플랜트 출력 y 를 y_r 에 접근 수렴시킬 수 있을 것인가 하는 문제를 검토해 보자. 플랜트 출력 y 및 확장된 출력 y_c 는

$$y = (1 + \Delta) P^* u + d \quad (4-13)$$

$$y_c = (1 + \Delta_c) P^* u + Wd \quad (4-14)$$

로 표현된다. 입력 (u, d) 가 유계된다고 가정하면 $W(0) = 1$ 로 선정할 경우에 식(4-9)에 의하여 $\delta(0) = \delta_c(0)$ 의 관계가 성립된다. 따라서 $t \rightarrow 0$ 일 때 $y \rightarrow y_c$ 가 보장된다. 한편, 보상기의 병렬부분 $(1 - W)Hr/\theta_{1*}$ 은 $W(0) = 1$ 이므로 정상상태에서의 y' 값은 0으로 수렴함을 알 수 있다.

5. 계산기 시뮬레이션

앞에서 제시하였던 SPR보상기에 대한 효용성을 확인하기 위하여 플랜트와 기준모델을 다음과 같이 선정한다.

$$P = (1 + \Delta)(s + 4)/(s^2 + 6s + 10) \quad (5-1)$$

$$Hr = 6(s + 1)/(s^2 + 5s + 6) \in SPR \quad (5-2)$$

입력은 $r = 5$ 의 직류신호로서 가정하고, 외란 $d = 0$ 으로 간주한다. 그림 4(a)는 비모형화 특성 Δ 가 존재하지 않는다고 하는 경우의 출력 추적 특징이다. 이 때에는 $Hev(\theta^*) \in SPR$ 이므로 수렴성은 양호하게 나타난다. 플랜트에 불확실성 $\Delta = -s/(s + 15)$ 가 존재하는 경우에 식(5-2)의 공칭모델을 사용하는 경우의 특성을 그림 4(b)에 나타낸다. 이때 적응시스템의 $Hev(\theta^*, \Delta)$ 는 SPR이 성립되지 않으므로, 동일한 적응칙에 의하여 제어하더라도 그 특성이 불안정한 경향을 갖게 됨을 알 수 있다. 결국,

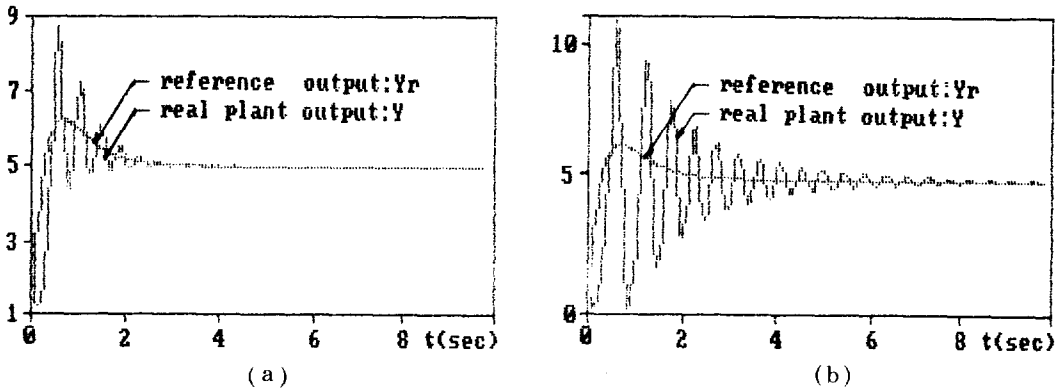


그림 4. 일반적인 적응시스템의 출력 추적특성: (a) 정확한 모델을 사용하는 경우 (b) 비모형화 모델이 존재하는 경우.

Fig. 4. Output tracking properties for the general adaptive system: (a) using an exact plant model, (b) with unmodelled dynamics.

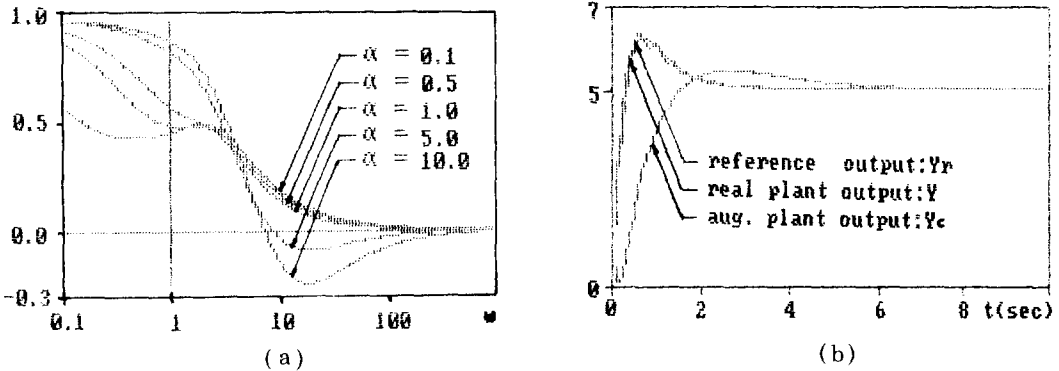


그림 5. SPR보상기에 의한 적응특성: (a) SPR특성. (b) 출력 추정특성($\alpha=1$)

Fig. 5. Adaptive properties by an SPR compensator: (a) SPR results, (b) output tracking properties ($\alpha=1$).

특정한 진폭에 대해서는 $c \in L_\infty$ 조차 성립되지 않는다.

4 절에서 설명한 바와 같이 선형 필터 $W = \alpha / (s + \alpha)$ 를 도입하여 SPR특성을 유지하기 위한 보상기를 설계하였다. 그림 5(a)는 $\alpha = 0.1, 0.5, 1, 5, 10$ 으로 하였을 때의 $\text{Re}[H_r(j\omega)] / |H_r(j\omega)| - \delta_c(\omega)$ 의 특성을 나타낸다. 물론 저주파 부분에서는 모든 α 에 대하여 SPR특성이 만족되지만 중간주파수 부분에서는 $\alpha = 5, 10$ 에 대해서는 성립되지 않는다. 그림 5(b)는 $\alpha = 1$ 로 선정한 경우의 적응특성으로 y_c 는 양호하게 y_r 에 수렴하고 플랜트 출력 y 도 점근 수렴함을 알 수 있다. 또한, 보상기를 사용하지 않

은 경우의 그림 4(b)에 비하여 특성이 매우 양호하게 개선되었음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문은 비모형화 특성이 존재하는 적응구조의 견고성 해석에 관한 연구로서,

- (i) 비확실성 플랜트를 제어하는 적응구조의 일반적인 오차모델을 도입하고,
- (ii) 제시된 적응구조의 대국적 점근 안정도를 보장하기 위한 SPR조건을 설명하고, Δ 에 의한 SPR조건 변화와 그 영향을 검토하였으며,

(iii) SPR조건을 유지하기 위한 선형보상기를 제시하고, 이 구조에 대한 안정 영역 및 정상상태 특성을 규명하였다.

이와 같이, 플랜트의 불확실성에 의해 SPR조건이 성립하지 않는 경우에도, 제한된 범위에만 하지만 저주파 및 고주파 영역에서 SPR조건이 성립하므로, 제시된 선형보상기에 의해 견고한 적응제어가 가능하다.

○

REFERENCE

- 1) J. C. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design: concepts for a modern / classical synthesis", IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-26, pp. 4-17, 1981.
- 2) K. S. Narendra and L. Valavani, "Stable adaptive controller design-direct control", IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-23, pp. 570-583, 1978.
- 3) C. A. Desoer and M. Vidyasagar, Feedback system: Input-output properties, New York, Academic Press, 1975.
- 4) B. D. O. Anderson et. al., Stability of adaptive systems, passivity and average analysis, MIT Press, 1986.
- 5) R. L. Kosut and B. Friedlander, "Robust adaptive control-conditions for global stability", IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-30, pp.610-623, 1985.
- 6) F. Donati and M. Vallauri, "Guaranteed control of almost linear plant", IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-29, pp. 34-41, 1984.