論 文
36~4~8

Haar함수를 이용한 시스템 동정에 관한 연구

A Study on System Identification using Haar Functions

安 斗 守*·蔡 永 茂**·李 明 珪***
(Doo-Soo Ahn · Young-Moo Chai · Myung-Kyu Lee)

Abstract

This paper deals with applications of Haar functions to parameter identification of linear systems.

It is first introuduced to a new operational matrix which relates Haar functions and their integrations. The matrix can be used to identify the parameters of unknown linear systems by a least squares estimation. And then, the state equation of given systems is transformed into a computationally convenient algebraic form.

This approach provides a more efficient method for the system identification problem.

1. 서 론

시스템 동정(system identification)이나 상태추정(state estimation)등의 문제에 최소자승법, 최소변분법 또는 기준모델적응시스템 접근법 등의 방법이 이용되고 있다.[1~3] 이러한 연구에 block-pulse, Walsh함수 등이나 Laguerre, Legendre다항식 등과 같은 함수가 응용되고 있다.[4~7]

Chen과 Hsiao는 Walsh함수를 이용하여, Walsh함수의 적분에 대한 연산매트릭스를 정의하였으며, 이를 이용하여 파라메타를 결정하는 방법을 제시하였다.[8] 그리고 Hwang은 Laguerre다항식[9]을, Chou는 Chebyshev급수[10]에 대한 적분연산매트릭스를정의함으로써 계의 해석이나 동정을 간편하게 할 수 있음을 보였다.

또한 Palanisamy, Wang등은 block-pulse적분연산매트릭스를 이용한 계의 파라메타 동정을 위한 방법을 제안하였다.[11]

*正 會 員 : 成均館大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
**正 會 員 : 忠州工專大 電氣科 副教授
***正 會 員 : 成均館大 大學院 電氣工學科 博士課程
接受日字 : 1986年 9月 17日
1次修正 : 1986年 12月 10日
2次修正 : 1986年 12月 17日

본 연구에서는 데이타 코우딩(data coding), 디지틀 필터링(digital filtering)등의 분야에서 널리 이용되고 있는 Haar함수의 적분연산매트릭스를 유도하며, 미분방정식으로 표현된 계를 적분방정식으로변환한 다음 유도된 Haar적분연산매트릭스를 이용하여 계의 파라메타 동정이나 해석이 간편한 대수연립방정식으로 편리하게 해결될 수 있음을 실 예를 통하여 보이고자 한다. 나아가 본 연구가 선형계의 해석이나 파라메타 동정을 위한 새로운 접근 방법이 될 수 있음을 제시하고자 한다.

2. Haar 함수

Alfred Haar는 구간 [0, 1]에서 정의되며, 불연속이고 직교성을 갖는 함수(이하 Haar함수)를 이용하여, 임의 함수 f(t)를 다음 식과 같이 전개할 수 있음을 보였다.[12), 13]

$$f(t) = f_0 har(0, t) + f_1 har(1, t) + f_2 har(2, t) + \cdots\cdots = \sum_{i=0}^{\infty} f_i \, har(i, t) \qquad (2-1)$$

여기서 f_i를 Haar계수라 하며, Haar함수는 다음과 같다.

$$har(0, t) = \quad 1 \quad , \quad 0 \le t \le 1$$

$$\mathrm{har}(1,t)=\begin{cases}1, & 0\le t<1/2\\ -1, & 1/2\le t\le 1\end{cases}$$

$$\mathrm{har}(2,t)=\begin{cases}\sqrt{2}, & 0\le t<1/4\\ -\sqrt{2}, & 1/4\le t<1/2\\ 0, & 1/2\le t<1\end{cases}$$

$$\vdots\qquad\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

$$\mathrm{har}(2^p+n,t)=\begin{cases}\sqrt{2^p}, & n/2^p<t<(n+1/2)/2^p\\ -\sqrt{2^p}, & (n+1/2)/2_p<t<(n+1)/2^p\\ 0, & \text{나머지 구간}\end{cases}$$

$p=1,2,3,\cdots,\ n=0,1,2,\cdots$

식(2-1)에서 계수 f_i는 적분최소자승오차(integral least square error)가 최소가 되도록 즉,

$$\int_0^1\left[f(t)-\sum_{i=0}^{\infty}f_i\mathrm{har}(i,t)\right]^2dt=0 \tag{2-3}$$

이 되도록 결정되며, 직교성에 의하여

$$f_i=\int_0^1 f(t)\mathrm{har}(i,t)\,dt \tag{2-4}$$

임을 알 수 있다.[12]

만일 함수가 데이타나 그래프 형태로 주어질 때의 관계는 다음과 같다.[13]

$$f_k^*=\sum_{i=0}^{m-1}\mathrm{har}(i,\ k)f_i,\quad k=0,1,2,\cdots m-1 \tag{2-5}$$

$$f_i=1/m\sum_{k=0}^{m-1}\mathrm{har}(i,k)f_k^*,\quad i=0,1,2,\cdots m-1 \tag{2-6}$$

f_k^*는 주어진 함수의 k번째 구간에서의 평균치이며, har(i,k)는 i번째 Haar함수의 k번째 내부 구간에서의 값이고, m은 유한 급수 전개항 수 이다.

위 식을 매트릭스 형으로 나타내면

$$\mathbf{f}=1/m\mathbf{H}\mathbf{f}^* \tag{2-7}$$

$$\mathbf{H}=[\mathrm{har}(i,k)] \tag{2-8}$$

H는 Haar함수 각각의 세부구간값들로 구성되는 Haar매트릭스이다.

3. Haar연산 매트릭스의 유도

적분을 위한 Haar연산 매트릭스는 Haar함수의 적분식이 식(2.1)에서처럼 다음과 같이 Haar 함수로 급수전개가 가능하다는 사실로부터 유도될 수 있다.

$$\int_0^t\mathrm{har}(n,\ \tau)\,d\tau=p_{n0}\mathrm{har}(0,t)+p_{n1}\mathrm{har}(1,t)+\cdots=\sum_{i=0}^{\infty}p_{ni}\,\mathrm{har}(i,t) \tag{3-1}$$

p_{ni}는 n번째 Haar함수의 적분식을 Haar함수로 재표현 하였을 때 i번째의 Haar계수이다.

Haar함수는 $m=2^k$ ($k=0,1,2\cdots$)개의 함수들로 하나의 조합을 이룬다.

$$\int_0^t\mathrm{har}(n,\ \tau)\,d\tau\cong\mathbf{P}_n\mathbf{har}(t),\ n=0,1,2,\cdots m-1$$

$$\mathbf{P}_n=[p_{n0},p_{n1},p_{n2},\cdots p_{nm-1}] \tag{3-2}$$

$$\mathbf{har}(t)=[\mathrm{har}(0,\ t)\ \ \mathrm{har}(1,\ t)\cdots\mathrm{har}(m-1,\ t)]^T$$

위 식에서 n=0, 1, 2, 3 즉 m=4인 경우를 고려하면 다음과 같다.

$$\int_0^t\mathbf{har}(\tau)\,d\tau\cong\mathbf{P}(4)\ \mathbf{har}(t)$$

$$\mathbf{P}(4)=\begin{bmatrix}\mathbf{p}_0\\ \mathbf{p}_1\\ \mathbf{p}_2\\ \mathbf{p}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/2 & -1/4 & -\sqrt{2}/16 & -\sqrt{2}/16\\ 1/4 & 0 & \sqrt{2}/16 & -\sqrt{2}/16\\ \sqrt{2}/16 & -\sqrt{2}/16 & 0 & 0\\ \sqrt{2}/16 & \sqrt{2}/16 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{3-3}$$

m개의 Haar함수에 대한 **P**(m)의 일반형은 다음과 같다.

$$\mathbf{P}(m)=\left[\begin{array}{c:c}\mathbf{P}(m/2) & \mathbf{P}_{12}(m/2)\\ \hdashline \mathbf{P}_{21}(m/2) & \mathbf{O}(m/2)\end{array}\right]$$

$$\mathbf{P}_{12}(m/2)=-\sqrt{2}/2(\sqrt{2}/4)^{\log_2 m}\,\mathbf{H}(m/2)$$

$$\mathbf{P}_{21}(m/2)=\sqrt{2}/2(\sqrt{2}/4)^{\log_2 m}\,\mathbf{H}^T(m/2) \tag{3-4}$$

이때 **P**(m)은 적분을 위한 Haar연산 매스트릭스를 의미한다.

식(3-3)을 보면, 적분식이 매트릭스**P**와 Haar함수의 곱으로 변환되며 **P**가 적분연산자(integral operator)로 이용됨을 알 수 있다.

식(3-2)는 m개의 Haar함수로 유한급수 전개한 식이며 이를 오차값을 갖는 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\int_0^t\mathrm{har}(n,\ \tau)\,d\tau=\mathbf{p}_n\mathbf{har}(t)+e(t) \tag{3-5}$$

여기서 e(t)는 다음의 값을 갖는다.

$$||e(t)|| \leq \frac{1}{2m\sqrt{3}} \left| \sup_{(0,1)} \right|, \frac{dg(t)}{dt}$$

$$g(t) = \int_0^t har(n, \tau)\, d\tau \qquad (3-6)$$

위 식을 보면 구간수 m을 늘림에 따라 오차의 크기는 점차 줄어드는데, 이 때 m의 값은 허용될 수 있는 오차의 한계가 어느 정도인가에 달려있다. 오차의 크기는 일반적으로 주어진 함수의 변화율에 따르므로 급격하게 변화하는 계일수록 m의 값이 커야함을 알 수 있다.

4. 시스템 동정

시스템 동정은 입·출력의 관계로부터 미지의 플랜트에 대한 적합한 내부구조를 결정하는 문제이며, 본 연구에서는, 최소자승법에 기초를 둔 Walsh와 block-pulse함수를 이용한 접근방법에서처럼[4),5)], 미분방정식으로 표현된 계를 적분방정식으로 변환한 다음 Haar함수와 Haar적분연산 매트릭스를 도입한다.

주어진 입·출력에 Haar함수를 도입할 때는, 세부구간에서의 적분에 대한 평균값을 그 구간의 대표값으로 취하도록 하여, 적분최소자승오차를 최소화하도록 한다.

적분방정식으로 변환된 계는 Haar함수와 Haar적분연산매트릭스를 도입함으로써 간편한 대수방정식으로 변환되며 이 식으로부터 계의 파라메타들을 평가한다. 이러한 방법은 입·출력에 어느정도의 잡음이 존재할 때에도 효과적이다.[14] 그 주된 이유는, 더해서 0이 되는 잡음(additine zero-mean noise)이 모델에 도입되었다고 하면, 미분방정식을 적분방정식으로 변환할 때의 적분은 그 잡음에 대한 적분을 수반함으로써 0이 되게하는 평활효과(smoothing effect)가 있기 때문이다.

4.1 상태방정식으로 모델화된 시스템

다음 식으로 주어지는 계에서

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad (4-1)$$
$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$$

$\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$를 각각 Haar함수로 m항까지 전개하면

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}\ \mathbf{har}(t)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}\ \mathbf{har}(t) \qquad (4-2)$$

이고, 여기서 $\mathbf{x}$와 $\mathbf{u}$는 (n×m), (r×m)인 계수 매트릭스이다.

식(4-1)의 양변에 적분을 취하면

$$\int_0^t \dot{\mathbf{x}}(\tau)\, d\tau = \mathbf{A}\int_0^t \mathbf{x}(\tau)\, d\tau + \mathbf{B}\int_0^t \mathbf{u}(\tau)\, d\tau \qquad (4-3)$$

가 되며, 식(4-2)와 이미 정의한 바 있는 식(3-4)의 Haar연산 매트릭스를 이용하면 위 식은 다음과 같은 대수연립방정식으로 변형된다.

$$\mathbf{x}\ \mathbf{har}(t) = \mathbf{AxP}\ \mathbf{har}(t) + \mathbf{BuP}\ \mathbf{har}(t) \qquad (4-4)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{AxP} + \mathbf{BuP} \qquad (4-5)$$

따라서 A, B는 다음 식으로 결정된다.

$$[\mathbf{A}\ \mathbf{B}] = \mathbf{x}\mathbf{F}^T[\mathbf{F}\mathbf{F}^T]^{-1} \qquad (4-6)$$
$$\mathbf{F}^T = [\mathbf{P}^T\mathbf{x}^T\ \mathbf{P}^T\mathbf{u}^T]$$

미지 파라메타의 수, 즉, 미지의 매트릭스의 요소들은 $n^2+n\times r$이고 식(4-5)는 n×m차 연립방정식이므로

$$n\times m \leq n^2 + n\times r \qquad (4-7)$$

의 조건을 만족하여야 한다.

결국 식(4-1)로 주어진 계의 파라메타들을 결정하는 문제는, Haar함수와 적분자를 이용하여 식(4-5)와 같은 대수식의 해를 구하는 문제로 귀착된다.

적용 예 1.

식(4-2)와 같이 표현되는 2차계에서, 단위계단입력에 대한 상태벡타가 표-1과 같이 측정되었다고 하면,

표 1. 상태응답 데이타
Table.1. State response data.

t	x1(t)	x2(t)
0.0	0.0 59	0.0
0.125	0.00789	0.08238
0.25	0.01937 93	0.09937
0.375	0.02767 76	0.08096
0.5	0.03213 21	0.05072
0.625	0.04376	0.02294
0.75	0.04373	0.00372
0.875	0.04348	−0.00635
1.0	0.04243	−0.00942

표 2. 각 세부구간의 평균값
Table.2. Average of each subinterval.

k	x1(k)	x2(k)
0	0.01299 00	0.04119
1	0.01193	0.09087
2	0.02362	0.09017
3	0.03350	0.06584
4	0.03989	0.03583 68
5	0.04294	0.01333
6	0.04360	−0.00132
7	0.04295	−0.00789

$\mathbf{x}(t)$의 각 구간에서의 평균값은 표-2와 같다. 또한 계수 매트릭스 $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, $\mathbf{u}$는 식 (2.7)에 의해구해진다.

그러므로 식(4-6)에서 $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$가 결정된다.

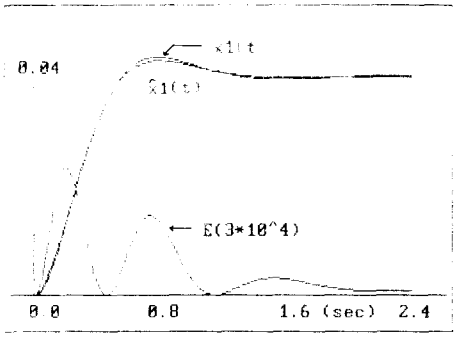

그림 1. $x_1(t)$의 응답과 최소자승오차
Fig. 1. State response; $x_1(t)$ and its least square error

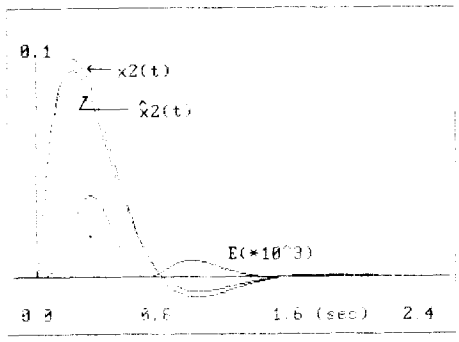

그림 2. $x_2(t)$의 응답과 최소자승 오차
Fig. 2. State response; $x_2(t)$ and its least square error.

$$\hat{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix} -0.19485 & 0.98759 \\ -25.06970 & -6.32876 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{B}}=\begin{bmatrix} 0.00767 \\ 1.00809 \end{bmatrix}$$

또한 m=8이고 n=2, r=2이므로 식(4-7)의 조건을 만족한다. m을 증가시킬수록 보다 정확한 값을 얻을 수 있으나 그 만큼의 데이타가 더 필요하다.

$\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$의 값은 Haar함수를 8개항까지 전개시켜얻은 근사값이며 실제의 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$의 값은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -6 \end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

그림은 실제값과 본 연구에서 구한 $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$에 의한, 상태응답을 나타낸다.

E는 오차를 표시하고, $\mathbf{x}(t)$는 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$에 의한 응답이며, $\hat{\mathbf{x}}(t)$는 $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$에 의한 응답이다.

4.2 미분방정식으로 모델화된 시스템

다음과 같은 식으로 주어지는 계에서

$$y^{(n)}(t)+a_1 y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_n y(t)=b_1 u^{(n-1)}(t)+\cdots+b_n u(t) \qquad (4-8)$$

모든 초기조건을 0이라고 가정하고, 양변에 각각 n회 적분을 취하면 다음과 같다.

$$y(t)+a_1\int_0^t y(\tau)\,d\tau+\cdots+a_n\int_0^t\cdots\int y(\tau)\,d\tau^n=$$
$$b_1\int_0^t u(\tau)\,d\tau+\cdots+b_n\int_0^t\cdots\int u(\tau)\,d\tau^n \qquad (4-9)$$

위의 식에 Haar함수와 적분을 위한 연산매트릭스를 도입하면

$$\mathbf{y}[\mathbf{I}+a_1\mathbf{P}+\cdots+a_n\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t)=\mathbf{u}[b_1\mathbf{P}+\cdots+b_n\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t) \qquad (4-10)$$

단, $y(t)\triangleq\mathbf{y}\,\mathbf{har}(t)$
$u(t)\triangleq\mathbf{u}\,\mathbf{har}(t)$

이고, 미지 파라메타의 수가 2n이므로 위 식은 t_1, t_2, $\cdots t_{2n}$의 각각에 대하여 만족하여야 한다.

$$\mathbf{y}[\mathbf{I}+a_1\mathbf{P}+\cdots+a_n\mathbf{P}^n]$$
$$\mathbf{y}[\mathbf{I}+a_1\mathbf{P}+\cdots+a_n\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t_1)=\mathbf{u}[b_1\mathbf{P}+\cdots+b\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t_1)$$
$$\mathbf{y}[\mathbf{I}+a_1\mathbf{P}+\cdots+a_n\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t_2)=\mathbf{u}[b_1\mathbf{P}+\cdots+b_n\mathbf{P}^n]\,\mathbf{har}(t_2)$$

$$\mathbf{y}[\mathbf{I}+a_1\mathbf{P}+\cdots+a_n\mathbf{P}^n]\mathbf{har}(t_{2n})=\mathbf{u}[b_1\mathbf{P}+\cdots+b_n\mathbf{P}^n]\mathbf{har}(t_{2n}) \quad (4-11)$$

또한 위의 2n개의 방정식이 선형독립이려면 m ≥ 2n이어야 한다.

식(4-11)을 2n×m인 $\mathbf{H}_{2n}$을 이용하여 정리하면

$$\{\mathbf{H}_{2n}^T[-\mathbf{P}^T\mathbf{y}^T,-\mathbf{P}^{T2}\mathbf{y}^T,\cdots,-\mathbf{P}^{T^n}\mathbf{y}^T,\mathbf{P}^T\mathbf{u}^T,\cdots,\mathbf{P}^{T^n}\mathbf{u}^T]\}\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{bmatrix}=\mathbf{H}^T{}_{2n}\mathbf{y}^T \quad (4-12)$$

$$\mathbf{a}^T=[a_1\ a_2\cdots\cdots a_n]$$

$$\mathbf{b}^T=[b_1\ b_2\cdots b_n]$$

$$\mathbf{H}_{2n}=[\mathbf{har}(t_1)\ \mathbf{har}(t_2)\cdots\mathbf{har}(t_{2n})]$$

따라서 **a**, **b**는 다음 식으로 얻어진다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{bmatrix}=\{\mathbf{H}_{2n}^T[-\mathbf{P}^T\mathbf{y}^T\cdots-\mathbf{P}^{T^n}\mathbf{y}^T\mathbf{P}^T\mathbf{u}^T\cdots\mathbf{P}^{T^n}\mathbf{u}^T]\}^{-1}\mathbf{H}_{2n}^T\mathbf{y}^T \quad (4-13)$$

위 식에서처럼 고차계에서 나타나는 적분연산 매트릭스의 누승($\mathbf{P}^n$)은 누적오차로 인한 오차 발생률을 크게 한다.

Haar함수에서도, G.P.Rao에 의한 방법에서처럼[15], 오차를 줄일수 있는 반복 적분에 대한 단일 연산 매트릭스($\mathbf{P}_n$)를 유도할 수 있으며, 그 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{P}_n=\frac{1}{m}\mathbf{H}\mathbf{B}_n\mathbf{H}^T$$

$$\mathbf{B}_n=\frac{1}{m^n}\left[\frac{1}{(m+1)\,!}\mathbf{I}+\sum_{r=1}^{m-1}\left\{\sum_{q=0}^{n-1}\frac{r^{q+1}-(r-1)^{q+1}}{(q+1)\,!\ \ (n-q)\,!}\right\}\Delta^r\right] \quad (4-14)$$

Δ는 (i, i+1)번째 요소만이 1이고 나머지는 모두 0인 m×m 매트릭스이다.

적용예 2

전달함수가 다음으로 표현되는 계에서

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_1s+b_2}{s^2+a_1s+a_2}$$

표 3. 출력 데이타

Table.3. out-put data

t	0.0	0.255	0.5	0.75	1.0
y*	0.0	0.245	0.222	0.1866	0.1469
y*(k)	0.1225	0.2335	0.2043	0.16675	

계이트 입력에 대한 출력이 표-3과 같이 얻어졌다고 할 때 미지의 파라메타 a_1, a_2, b_1, b_2를 결정하는 문제를 고려하자.

$$u(t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le 1/4\\ 0, & \text{나머지 구간}\end{cases}$$

$$u(t)=\mathbf{u}\ \mathbf{har}(t)$$

$$=[1/4\ \ 1/4\ \ \sqrt{2}/4\ \ 0]\mathbf{har}(t)$$

이며, 출력에 대한 Haar계수는 이산공식을 이용하여 쉽게 얻을 수 있다.

$$\mathbf{y}=\frac{1}{m}\mathbf{y}^*\mathbf{H}^T$$

$$=1/4[0.18176-0.00376-0.00392\ \ 0.0128]$$

또한 미지의 파라메타가 4개이고, m=4이므로 $\mathbf{H}_{2n}=\mathbf{H}$가 된다. 즉,

$$\mathbf{H}_{2n}=\mathbf{H}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2}\end{bmatrix}$$

따라서 식(4-13)에서 미지의 파라메타 값이 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.93936\\ 1.94409\\ 1.00883\\ 1.90779\end{bmatrix}09$$

이는 계가

$$\dot{y}(t)+1.93936\dot{y}(t)+1.94099y(t)=1.00883\dot{u}(t)+1.90779u(t)$$

임을 나타낸다. 그런데 예로든 실 계는

$$\ddot{y}(t)+2\dot{y}(t)+2y(t)=\dot{u}(t)+2u(t)$$

이다.

5. 결 론

본 연구에서는 Haar함수의 적분을 위한 연산 매트릭스를 유도하였으며, 이를 이용하여 계의 파라메타들을 결정하는 방법을 제시하였다.

적용예에서 본 바와 같이, 상태방정식이나 고차 미분방정식으로 주어진 계에 적용해 본 결과 Haar연산 매트릭스가 계의 동정이나 해석에 매우 유용하게 이용될 수 있음을 확인하였다.

본 연구에 의하면, 미분방정식을 적분방정식으로 변환하고, Haar함수와 적분을 위한 Haar연산 매트릭스를 도입하므로써, 간단한 대수방정식으로 파라메타를 결정할 수 있다.

본 연구는 관측 데이타가 어느정도 축적된 상태에서 시스템을 동정하여 한번에 파라메타를 결정하는 오프라인(off line)식 방법이지만, 소량의 데이타를 사용하여 반복 연산에 의한 파라메타를 추정하는 온라인(on line)식 방법도 연구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1) H.El-sherief, "Parametric identification of state-space model of multivariable system using the extended least-squares method", IEEE Trans. Syst. Man. Cybern. Vol.11, pp.223-227, 1981.

2) A. Krolikowski, "Application of input-signal design in system identification for adaptive control", Int. J. Syst. Sci. Vol-17, pp.305-318, 1986.

3) S.J. Fu, "Identification of a class of linear discrete-time systems", Int. J. Syst, Sci Vol.16, pp.1493-1496, 1985.

4) K.R. Palisamy, "System identification via blockpulse functions", Int. J. Syst. Sci. Vol.12, pp. 643-647, 1981.

5) G.P. Rao, "System identification via Walsh functions", Pro. IEE. Vol.122, pp.1160-1161, 1975.

6) P.R. Clement, "Laguerre functions in system analysis and parameter identification", J. Fran. Inst. Vol.133, pp.85-95, 1982.

7) Paraskevopoulos, "Legendre series approach to identification and analysis of linear systems", IEEE Trans. Auto. Cont. Vol.30, pp.585-589, 1985.

8) C.F. Chen and C.H. Hsiao, "Time-domain synthesis via Walsh functions", Proc. IEE. Vol.122, pp.565-570, 1975.

9) Hwang. C, "Parametric identification via Laguerre polynomials", Int. J. Syst. Sci. Vol.13, pp.209-217, 1982.

10) Jyh.H. Chou, "Chebyshev series analysis and identificaton of scaled system", Int. J. Syst. Sci., Vol. 16, pp.1157-1162, 1985.

11) C.H. Wang, "System identification via generalized block-pulse operational matrices", Int. J. Syst., Vol.16, pp.1425-1430, 1985

12) A. Haar, "Zur theori der orthogonalen Functionen systeme", Math. Annal., Vol.69, pp.331-371, 1910.

13) J.E. Shore, "On the application of Haar functions", IEEE. Trans. on Com., Vol.21, pp.209-216, 1973.

14) N.K. Sinha, "Some theory applications of block pulse functions", Can. Elec. Eng. J., Vol.10, pp.3 8, '85.

15) G.P. Rao, "Improved algorithms for parameter identification via Walsh functions", IEE Proc. Vol. 130, no.1, 1983.