

論 文
36~3~9

출력궤환 페루프 극 이동에 의한 제어계 설계 기법

A Design Scheme of Controller Using Output Feedback Closed-loop Pole Shifting

李 昌 求* · 黃 炯 秀 · 金 聖 中***

(Chang-Koo Lee · Hyoung-Soo Hwang · Sung-Joong Kim)

Abstract

Other problems associated with pole placement have been discussed. A simple algorithm for output feedback pole shifting has been developed.

The algorithm is based on minimising an objective function which is the sum of the exponential of the real part of the system closed loop eigenvalues.

It is demonstrated that the algorithm is simple and effective in arriving at a suitable feedback matrix for the control of boiler using only two measurement.

1. 서 론

현대 궤환제어 이론 개발의 대부분은 시스템의 모든 상태변수가 측정 가능하고 제어해를 구하기 위하여 이들을 사용할 수 있다는 가정하에 이루어졌다. 실제 산업 공정 제어에서 기술적인 문제 뿐만 아니라 경제적인 문제 때문에 상태변수중 매우 제한된 수의 변수만 측정되어 지고 있다. 만약 페루프 시스템의 고유치(eigenvalues)가 개루프 시스템의 고유치 보다도 더 왼쪽에 존재하면, 일반적으로 페루프 시스템의 응답속도가 개루프 시스템의 응답속도 보다도 빠르리라고 생각할 수 있다.

이러한 생각하에서 상태변수의 제한된 측정 문제에 대한 하나의 접근방법은 측정할 수 있는 상태변수만을 사용해서 페루프 시스템의 고유치가 원하는 위치에 놓여지게 하는 것이다.¹⁻⁴ 그러나, 출력궤환시 충분한 수의 입출력을 갖는 시스템에서의 적

절한 극 배치일지라도 페루프 시스템이 고유치 뿐만 아니라 고유벡터에도 의존하기 때문에 완전한 동특성을 얻는다고 할 수 없다. 또한, 페루프 시스템의 고유치 선정이 제한되고 안정도를 보장할 수 없다는 문제와 고유치를 선정하는데 있어서 이득을 간과하기 쉽다는 등 많은 문제점이 유출되었다.^{10, 12} 이러한 사실은 고유치 배치의 유용성을 페루프 고유치를 좀 더 복소수평면 왼쪽으로 멀리함으로써 시스템이 정상상태로 보다 빨리 수렴하는 것 이상의 기대를 힘들게한다.

따라서 본 논문에서는 고유치 실수부분의 지수합을 목적함수로 설정하고 지금까지 유출된 난점중 안정도와 제어 이득에 제약을 주고 목적함수 값을 점진적으로 감소시키는 궤환 매트릭스(feedback matrix series)를 구하는 방법을 제시하고 이 방법을 드럼 보일러(boiler)에 적용함으로써 그 유용성을 입증하려한다.

2. 극 배치 이론

본 장에서는 극 배치에 대한 지금까지 개발된 이론에 대하여 간략하게 기술하고, 문제점을 제시하고자 한다.

*正 會 員 : 韓國電子通信研究所 研究員
 **正 會 員 : 群山開放大 電子計算學科 專任講師
 ***正 會 員 : 全北大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 接受日字 : 1986年 9月 4日
 1次修正 : 1986年 11月 5日
 2次修正 : 1986年 12월 5日

그 배치 문제를 기술하기 위하여 다음과 같이 표시된 선형 시스템을 생각하여 보자.

$$dx/dt = Ax + Bu \tag{1-1}$$

$$y = Cx \tag{1-2}$$

여기에서 x, y, u 는 각각 n 차원 상태, p 차원 출력, m 차원 입력벡터이고, A, B, C 는 각각 $n \times n, n \times m, p \times n$ 매트릭스이다.

극 배치 문제는 제어입력 u 가 상태제환일 경우에는

$$u = -K_x x \tag{1-3}$$

또는, 출력제환일 경우에는

$$u = -K_y y \tag{1-4}$$

로 주어지다면 식(1-3), (1-4)를 식(1-1)에 대입하여 얻어진 페루프 시스템

$$dX/dt = (A - BK_x)X \tag{1-5}$$

$$dX/dt = (A - BK_y C)X \tag{1-6}$$

의 고유치가 이미 지정된 고유치를 갖도록 K_x, K_y 를 구하는 것이다.

만약 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 을 원하는 페루프의 고유치라고 한다면

$$\prod_{i=1}^n (sI - \lambda_i) = S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_n \tag{1-7}$$

극 배치 문제는 다음과 같이 표시할 수 있다.

a) 상태제환일 경우는 다음식을 만족하는 K_x 을 구하는 것이다.

$$\det(sI - A + BK_x) = S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_n \tag{1-8}$$

b) 출력제환일 경우는 다음식을 만족하는 K_y 을 구하는 것이다.

$$\det(sI - A + BK_y C) = S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_n \tag{1-9}$$

여기에서 K_x 가 $m \times n$ 차원의 행렬이기 때문에, 식(1-8)은 $m \times n$ 개의 계수 $K_{i,j}$ 로 된 n 차의 비선형 방정식이고 $m \geq 1$ 이기 때문에 해가 항상 존재한다. 또한 K_y 도 $m \times p$ 차원의 행렬이기 때문에 식(1-9)은 $m \times p$ 개의 계수 $K_{i,j}$ 을 포함한 n 차 비선형 방정식이고 $p \times m > n$ 일때만 해가 존재한다. 식(1-8)에 대한 해는 Simon & Mitter 1968, Young & Williams, 1972 등 많은 연구가 있었다.^{13), 14)} 그러나, 식(1-9)에 대한 해를 구하는 방법은 더욱 어렵고 MIMO

인 경우는 아직 명확한 방법이 없다.

출력제환 극 배치 문제는

$$K_y C = K_x \tag{1-10}$$

을 만족 하도록 하는 K_x 을 구하고 이를 이용하여 K_y 을 해결한다. 여기서 해는 식(1-10)이 성립할 때만 가능하다. 많은 연구들은 식(1-10)이 성립하도록 K_x 구조를 제한하여 해를 구했으나,^{4), 5), 6)} 식(1-10)에 대한 정확한 해를 구할 수 없을 때 Bengtsson & Lindahl 1974는 $A_c = A - BK_x$ 의 우세(dominant) 고유치가 상응하는 고유벡터의 보존을 통해 가능한 많이 남도록 K_x 를 구하는 방법을 제시하였다.¹²⁾

만약, $T = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ 를 유용한 Modal transformation matrix라 정하면(v_1, v_2, \dots, v_n 은 고유치에 상응하는 고유벡터이다) 문제는 $(A + BK_x)T = (A + BK_y C)T$ 로부터 K_y 를 구하는 것이다. 즉, $K_x T = K_y C T$ 로 부터 K_y 을 해결하는 것이다. 이것은 시스템 응답이 고유치 뿐만 아니라 고유벡터에도 의존함을 잘 보여준다. Srisathkumar와 Shah는 상태제환일 경우에 T 매트릭스의 상하 구간의 허락되는 위치에 대한 해를 구하였으나, 출력제환인 경우 만족스러운 제한된 방정식의 해를 구하기 위하여 trial & error 과정이 필요하며 $p \ll n, m \ll n$ 을 갖는 다차원인 경우에는 이 과정도 요원하다.¹⁵⁾

과거 몇년 동안 극 배치에 대한 수많은 연구가 발표되었다. 그러나 출력제환을 갖는 MIMO에 대한 연구는 다음과 같은 이유 때문에 만족스러운 결과를 얻지 못하고 있다.

a) 단지 제한된 수의 고유치를 임의로 선정할 수 있다.

b) 나머지 할당 되지않은 고유치에 대하여 말할 수 없다. 즉, 그들의 안정도는 보장할 수 없다.

c) 완전한 극 배치를 위하여 일반적으로 $p+n > n+1$ 이 요구된다.

d) 일반적으로 해는 매우 큰 성분을 갖는 제환 Matrix 형태로 묘사된다. 이것은 제한된 입력을 갖는 제어 시스템에서는 받아들일 수 없다.

e) 페루프 응답은 고유치 뿐만아니라 고유벡터에도 의존한다.

3. 출력제환 제어계 설계를 위한 새로운 방법

지금까지 기술한 바와같이 출력제환에서 극 배치 문제는 MIMO인 경우 아직 충분히 해결되지 않았

고, 사실 일반적인 식(1-9) 형태의 비선형 방정식에의 분석적인 해는 매우 어렵다고 사료된다. 만약 알려지지 않은 계수의 수가 방정식의 수 보다도 크다면 극 배치 문제는 학문적으로 흥미있는 문제이나 그것의 실제적인 유용성은 대부분 산업공정이 적은수의 입력과 출력력을 갖는 다차원 시스템이라는 사실때문에 제한되었다. 비록, 충분한 수의 입출력을 갖는 시스템에서의 적절한 극 배치 일지라도 페루프 시스템의 응답이 고유치 뿐만 아니라 고유벡터에 의존하기 때문에 완전한 동특성을 얻는다고 할 수 없다. 또한, 페루프 시스템의 고유치 위치 선정시 제한된 고유치만을 선정할 수 없다. 또한, 페루프 시스템의 고유치 위치 선정시 제한된 고유치만을 선정할 수 있고 선정되지 않은 고유치들의 안정도를 보장할 수 없다는 문제와 고유치를 설정하는데 있어서 제어이득의 크기를 간과하기 쉽다는 데 어려움이 있다.

이러한 이유 때문에 우리는 페루프 고유치를 정확한 위치에 설정하여 문제를 해결하기 보다는 극을 복소수평면에서 왼쪽으로 이동하면서 외란(disturbance)과 제어상의 제한을 준 페루프 전산시뮬(simulation)에 의하여 적절한 케환 매트릭스를 얻는 방법을 고안하여 유출된 난점을 해결하고자 한다.

극을 복소수평면에서 왼쪽으로 이동하면서 제어상의 제한을 주기 위하여 다음과 같은 목적함수를 설정할 수 있다.

$$J(K) = \sum_{i=1}^n e^{\text{Re}(\lambda_i)} \quad (2-1)$$

단, $\text{Re}(\lambda_i)$ 는 고유치의 실수 부분을 표현함.

식(2-1)의 목적함수에서 다음과 같은 특징을 기술할 수 있다.

a) 불안정 또는 우세(dominant) 고유치들은 목적함수에 대해 큰 값을 갖는다.

b) 큰 음수값을 갖는 고유치들은 목적함수에 대해 적은 값을 갖는다.

따라서 위 목적함수를 점진적으로 감소 시킴으로써 복소수평면 왼쪽에서 좀더 이동된 페루프 고유치들의 집합이 되도록 하는 케환 매트릭스를 얻는다. 최소화는 위 목적함수의 지엽적인 최소치에서 끝낸다.

여기에서 문제는 목적함수 값이 지엽적인 최소치로 가는 케환 매트릭스가 발생된다는 것을 증명하는 것이다. 얻어진 케환 매트릭스는 외란의 크기와 제어상의 제한에 대한 페루프 전산시뮬에 의하여

실험되어야 할 특별한 상황에 사용된다.

케환 Matrix K_y 의 성분 $K_{l,q}$ 에 대한 목적함수의 gradient는 다음과 같다.

$$\frac{\partial J(k)}{\partial K_{l,q}} = - \sum_{i=1}^n e^{\text{Re}(\lambda_i)} \text{Re} \left[\frac{w_i^* b_l c_q^T v_i}{w_i^* v_i} \right] \quad (2-2)$$

$$l = 1, 2, \dots, m$$

$$q = 1, 2, \dots, q$$

단, $K_{l,q}$ = feedback matrix K_y 의 성분

b_l = matrix B의 l행

c_q = matrix C의 q열

식(2-2)에서 계수관계는

v_i, w_i = 고유치 $\lambda_i, \bar{\lambda}_i$ 에 관련된 고유벡터이고, λ_i & $\bar{\lambda}_i$ 는 다음에 의하여 정의된다.

$$\lambda_i v_i = (A - BK_y C) v_i$$

$$\bar{\lambda}_i w_i = (A - BK_y C)^T w_i$$

w_i^* = the conjugate transpose of w_i

$$\lambda_i = \bar{\lambda}_i$$

식(2-2)의 마지막 term은

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial k_{l,q}} = - \frac{w_i^* b_l c_q^T v_i}{w_i^* v_i} \quad (2-3)$$

의 실수부분이다.

식(2-3)은 $\lambda_i v_i = (A - BK_y C) v_i$ 로부터 다음과 같이 유도 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\lambda_i v_i)}{\partial k_{l,q}} &= \frac{\partial \lambda_i}{\partial k_{l,q}} v_i + \lambda_i \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial k_{l,q}} (A - BK_y C) \right] v_i + (A - BK_y C) \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} \end{aligned} \quad (2-4)$$

w_i^* 을 식(2-4)에 곱하면

$$\begin{aligned} w_i^* \lambda_i \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} + w_i^* \frac{\partial \lambda_i}{\partial k_{l,q}} v_i &= -w_i^* B \frac{\partial k_y}{\partial k_{l,q}} C v_i + \\ w_i^* (A - BK_y C) \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} \end{aligned} \quad (2-5)$$

여기서

$$w_i^* \lambda_i \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} \right)^* \bar{\lambda}_i w_i$$

$$B \frac{\partial k_y}{\partial k_{l,q}} C = b_l c_q^T$$

$$w_i^* (A - BK_y C) \frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial k_{l,q}} \right)^* \bar{\lambda}_i w_i$$

이기 때문에 식(2-5)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial x_i}{\partial k_{i,q}} = - \frac{w_i^* b_i c_q^T v_i}{w_i^* v_i}$$

1 차 gradient 방법을 이용하여 목적함수를 빨리 최소화 하기 위해 $\Delta k_{i,q}$ 를

$$\Delta k_{i,q} = - \alpha' \frac{\partial J(k)}{\partial K_{i,q}} \quad (2-6)$$

과 같이 정하면, $K_{i,q}^{n+1}$ 은 다음과 같이 된다.

$$K_{i,q}^{n+1} = K_{i,q}^n + \Delta K_{i,q} = K_{i,q}^n + \alpha' \sum_{i=1}^n e^{Re(\lambda_i)}$$

$$R_e \left[\frac{w_i^* b_i c_q^T v_i}{w_i^* v_i} \right] \quad (2-7)$$

식(2-7)을 이용하여 다음과 같은 단계로 목적함수를 감소하는 계환 매트릭스 k_y 을 얻을 수 있다.

1. $k_{i,q}$ 의 초기값을 준다.

초기값은 고유치들이 원점 (origin) 에 있도록 $t_r (A - Bk_y c) = 0$ 인 k_y 를 취한다.

2. λ_i, v_i, w_i^* 을 구한다.

3. $\Delta k_{i,q}$ 을 구한다.

4. $\Delta k_{i,q}^{n+1}$ 을 구한다.

5. 만약 $k_{i,q}^{n+1}$ 가 한정된 값보다 적으면 윗 과정을 마치고 그렇지 않으면 반복한다.

위 방식은 출력계환 시스템 설계를 위한 전산시뮬에 사용되어 외란의 크기와 제어의 제한에 만족하는 계환 매트릭스를 얻는데 사용된다.

4. 유도된 알고리즘의 실제 시스템에 적용

본 논문에서 제시된 알고리즘의 적용 대상으로 드럼 보일러 (drum boiler) 를 선정하였다. 이 모델에 대한 철저한 묘사가 K. eklunp에 의하여 기술되었고, 여기서 우리는 5 차 모델에 형태를 사용하였다.

어떤 작동점에 대한 보일러의 상태 방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$dX/dt = AX + BU$$

$$y = CX$$

단, x_1 = drum pressure (bar)

x_2 = drum liquid level (m)

x_3 = drum liquid temperature (°C)

x_4 = riser wall temperature (°C)

x_5 = steam quality (per cent)

제어변수 u_1, u_2 는 다음과 같다.

u_1 = heat flow to the risers (kj/sec)

u_2 = feedwater flow (kg/sec)

약 350t/h의 최대 스팀 용량을 갖는 보일러에 대한 A, B와 C의 수치적인 값은 [12]에서 표시되었다. 드럼 압력이 140bar이고 작동점이 90%일 때, A, B, C는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.129 \times 10^{-1} & 0.000 & 0.396 \times 10^{-4} \\ 0.329 \times 10^{-2} & 0.000 & -0.779 \times 10^{-4} \\ 0.718 \times 10^{-1} & 0.000 & -0.100 \\ 0.411 \times 10^{-1} & 0.000 & 0.000 \\ 0.361 \times 10^{-3} & 0.000 & 0.350 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.250 \times 10^{-1} & 0.191 \times 10^{-1} \\ 0.122 \times 10^{-3} & -0.621 \\ 0.887 \times 10^{-3} & -3.851 \\ -0.822 \times 10^{-1} & 0.000 \\ 0.426 \times 10^{-4} & -0.743 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.139 \times 10^{-2} \\ 0.000 & 0.359 \times 10^{-4} \\ 0.000 & -0.989 \times 10^{-2} \\ 0.249 \times 10^{-4} & 0.000 \\ 0.000 & -0.543 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

위 시스템의 개루프 고유치는 각각 $-0.590749 - 1 + j0.171524e-1, -0.597049e-1 - j0.1715249e-1, -0.858161e-1, -0.180274e+0, 0$ 이고 목적함수 값은 4.63688946이다.

다음은 목적함수 값이 점진적으로 감소된 값중 임의의 몇 경우를 나열하였다.

CASE 1.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$J(k) = 3.43763113$$

eigenvalues :

$$-0.265705e-1 + j0.620994e-1, -0.265705e-1 - j0.620994e-1, -0.839104e-1, -0.500460, -0.774799$$

feedback matrix series :

$$k_{11} = -0.23e+2, k_{21} = -0.50e+3, k_{22} = 0.28e+6$$

CASE 2.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$J(k) = 3.44399953$
 eigenvalues :
 $-0.290065e-1 + j0.633675e-1, -0.290065e-1$
 $-j0.633675e-1, -0.838324e-1, -0.498314, -$
 $0.674325e+1$
 feedback matrix series :
 $k11 = -0.23e, k22 = 0.193e+6$

CASE 3.

$$\begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k21, k12 \\ k21, k22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$J(k) = 3.38083583$
 eigenvalues :
 $-0.173282 + j0.429959, -0.173282 - j0.429959,$
 $-0.211414, -0.823753e-1, -0.572798e+1$
 feedback matrix series :
 $k11 = -0.23e+2, k12 = 0.13e+3, k21 = -0.70e+3,$
 $k22 = 0.193e+6$

CASE 4.

$$\begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0, k12 \\ k21, 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$J(k) = 4.633088096$
 eigenvalues :

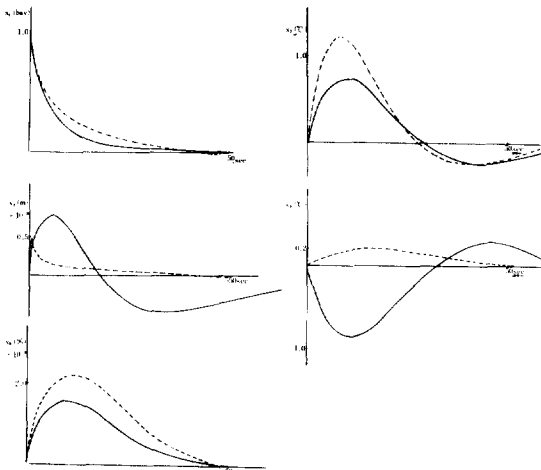


그림 1. 1 bar의 드럼 압력을 초기조건으로 한 응답
 — 상태제환 응답[12],
 제시된 응답(case 3)
Fig.1. For an initial condition in drum pressure of 1 bar
 — exact control law[12]
 reduced control law[case 3]

$-0.754150e-01, -0.114217 + j0.274264, -0.11$
 $4217 - j0.274264, -0.816513e-1, 0$
 feedback matrix series :
 $k12 = 0.13e+3, k21 = -0.279e+3$

전산시능 결과 CASE. 3의 경우가 네가지 경우중 가장 만족스러운 결과를 보여 주었고 그림 1 과 그림 2 는 Bengtason에 의해 소개된 Linear Quardatic Theory을 적용한 출력제한 방법중 K와 본장에서 소개된 CASE 3 에 의한 응답곡선이다.

그림 1 은 1 bar의 드럼압력을 초기 조건으로 하는 시스템응답이고, 그림 2는 0.02m의 드럼 수위를 초기 조건으로 하는 시스템 응답이다.

그림에서 보는 바와 같이 전반적으로 본 논문에서 제안된 방법이 빨리 정상상태로 수렴함을 보여 주었고, 제어제 설계에 있어 제시된 방법을 사용하여 원하는 시스템 응답을 얻기위한 제한 매트릭스는 간편하고 효과적으로 얻을 수 있음을 제시 하였다.

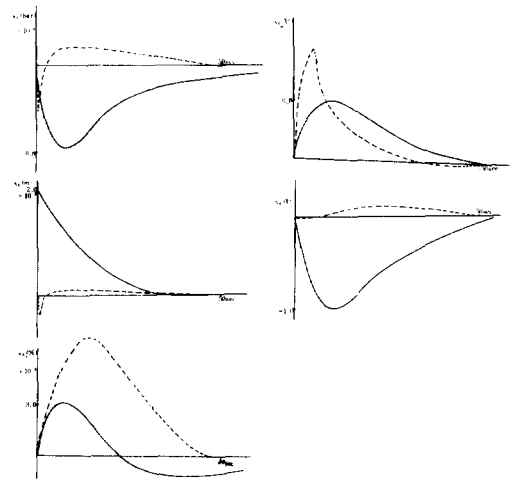


그림 2. 0.02m의 드럼 수위를 초기조건으로 한 응답.
 — 상태제환 응답[12]
 제시된 응답(case 3)
Fig.2. For an initial condition in drum level of 0.02m
 — exact control law[12]
 reduced control law[case 3]

5. 결 론

여러 문헌에서 제시된 바와 같이 상태제환을 사

용한 극 배치 문제는 해결되었다고 하지만, 출력 변환을 MIMO 경우의 극 배치 문제는 임의의 고유치만을 선정할 수 있고 선정되지 않은 고유치의 안정도를 보장하지 못하며, 고유치 선정시 제어이득을 간과하기 쉽고, 일반적인 비선형 방정식의 해결이 기 때문에 조건이 까다롭다는등의 여러 난점이 유발되었다.

본 논문에서는 대부분의 산업공정이 매우 적은 수의 입출력을 갖는 대규모 시스템임을 고려하고, 앞서 유출된 난점에 의하여 완전하고 정확한 극 배치 문제는 가능하지 않고 또한 불필요하다고 생각하여 임의의 필요한 출력만 사용하여 페루프 고유치를 복소 평면의 빠른 응답 영역으로 이동시키는 방법을 제시하였다.

이 제시 방법을 5 차 모델을 갖는 드럼 보일러에 응용하였다. 응용에서 본 논문에서 제시된 알고리즘이 단지 2 개 변수만을 사용하여 Boiler을 제어하기 위한 적절한 변환 Matrices를 얻는데 단순하고 효과적임을 보여 주었고 얻어진 값중 제어목적과 조건에 따라 최적의 값을 선택하여, 2 개의 출력변수의 초기값을 임의로 주고 선택된 매트릭스를 적용한 시스템응답과 Bengtsson에 의한 출력케환응답을 비교함으로써 본 논문에서 제시된 응답이 빠른 시간에 정상상태에 도달함을 보여 주었다. 본 논문은 제한된 입출력을 갖는 대규모 시스템에 유용하리라 사료된다.

부 록

본문에서 제시된 방법이 수렴하기 위해서는 $J^{+1} < J'$ 가 되도록 식 (2-7)에서 α' 가 적절히 선정되어야 한다.

식 (2-1)을 사용하여 수렴하기 위한 조건은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sum_{i=0}^n e^{\text{Re}(\lambda_i'^{+1})} < \sum_{i=0}^n e^{\text{Re}(\lambda_i')}$$
 (3-1)

각 step마다 고유치가 복소수 평면 왼쪽으로 멀리 이동한다면

$$\sum_{i=0}^n \text{Re}(\lambda_i'^{+1}) < \sum_{i=0}^n \text{Re}(\lambda_i')$$
 (3-2)

가 성립되며 식 (3-1)과 같은 의미를 갖는다.

또한 식(3-2)은 고유치의 특성에 의하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$t_r(A-BK_y'^{+1}C) < t_r(A-BK_y' C)$$
 (3-3)

K_y 의 성분 $K_{i,j}$ 에 대하여 고려하면 식(3-3)은 다음과 같이 표시되며

$$\sum_{m=1}^n (B_{m,i}^+ K_{i,q}^{'+1} C_{q,m} - B_{m,i} K_{i,q}' C_{q,m}) > 0$$
 (3-4)

식 (3-4)에 본문에서 유도된 식(2-7)을 대입하면 다음과 같다.

$$\sum_{m=1}^n B_{m,i} \alpha' \sum_{i=1}^n e^{\text{Re}(\lambda_i)} \cdot \text{Re} \left[\frac{w_i^* b_i c_q^T v_i}{w_i^* v_i} \right] c_{q,m} > 0$$
 (3-5)

수렴하기 위한 α_i 값은 $\sum_{m=1}^n \sum_{i=1}^n B_{m,i} \text{Re} \left[\frac{w_i^* b_i c_q^T v_i}{w_i^* v_i} \right] c_{q,m}$ 값에 따라 식 (3-5) 조건이 만족하도록 임의로 선정하며 본 실험에서는 $\alpha' = \pm 1$ 인 값을 사용하였다.

참 고 문 헌

- 1) Ahmari, R. and Vacroux, A.G.: "Approximate Pole Placement in Liner Multivariable Systems Using Dynamic Compensators", Int. J. control, Vol.17, pp.397, 1973.
- 2) Davision, E.J.: "On Pole Placement in Liner Systems with Incomplete State Feedback", IEEE Trans. Auto. Control, AC-15, pp.348, 1970.
- 3) Loscutoff, W.V.: "Arbitrary Pole Placement with Limited Number of Inputs and Outputs", J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, pp.322-326. 1974.
- 4) Munro, N.: "Further Results on Pole Shifting Using Output Feedback", Int. J. Control, Vol.20, pp.775, 1974.
- 5) Patel, R.V.: "Design of Dynamic Compensators for Pole Placement", Int. J. System Science, 1976..
- 6) Power, H.M.: "A New Result on Eigenvalue Assignment by Means of Dyadic Output Feedback", Int. J. Control, Vol.21, pp.149, 1975.
- 7) Retallack, D.G. & Mafarlane, A.G.J.: "Pole Shifting Techniques for Multivariable Systems", Proc. IEE, Vol.117, pp.1037, 1970.
- 8) Seraji, H.: "Cyclicity of Liner Multivariable Systems" Int. J. Control, Vol.21, pp.497, 1975.
- 9) Seraji, H.: "On pole Shifting Using Output Fe-

- edback", *Int. J. Control*, Vol.20, pp.721, 1974.
- 10) Shah, S.L., Fisher, D.G. and Seborg, D.E.: "Eigenvalue / Eigenvector Assignment for Multivariable Systems and Further Results for Output Feedback Control", *Electron.Lett.*, Vol.11, pp.388, 1975.
 - 11) Sirisena, H.R. and Choi, S.S.: "Optimal Pole Placement in Liner Multivariable Systems Using Dynamic Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.21, pp.661-671, 1975.
 - 12) Bengtsson, G. and Lindahl, S.: "A Design for Incomplete State or Output Feedback with Applications to Boiler and Power System Control", *Automatica*, Vol.10, pp.15, 1974.
 - 13) Simon, J.D. and Mitter, S.K.: "A theory of modal control", *Inf. control*, Vol.13, pp.316, 1968.
 - 14) Young, P.C. and Willems, J.C.: "An approach to the liner multivariable servomechanism problem", *Int. J. control*, Vol.15, pp.961, 1972.
 - 15) Srinathkumar, S. and Rhotem, R.P.: "Eigenvalue / eigenvector assignment for multivariable systems", *electron. lett.*, Vol.11, pp.124, 1975.
 - 16) A.S. Morris: "Simplified technique of model order reduction with performance verification by fast digital simulation", *IEE.pro.*, Vol.131, No.2, pp.69-73, 1984.
 - 17) Zygmunt, H. & Anna, S.: "On optimal model reduction output feedback design", *int. j. control*, Vol.40, No.2, pp.281-284, 1984.
 - 18) Antonio, L. & Umberto, V.: "Model reduction using the output equation error", *int. j. systems sci.*, Vol.15, No.9, pp.1011-1021, 1984.
 - 19) K, Eklunp: "liner drum boiler turbin models", ph D.Thesis, Lund institute of technology, division of automatic control, 1970.