

<論 文>

# 기주의 열음향진동에 관한 연구

권 영 필\* · 이 병 호\*\*

(1986년 10월 14일 접수)

## A Study on the Thermoacoustic Oscillation of an Air Column

Young-Pil Kwon and Byung-Ho Lee

**Key Words:** Thermoacoustic Oscillation (열음향진동), Onset Condition (발생조건), Air Column(기주), Efficiency Factor(효율계수), Spiral Heater(나선형 가열기)

### Abstract

Thermoacoustic oscillation of an air column induced by heated wires is investigated analytically and experimentally.

Acoustic power generation from a single heater wire is estimated based on the result of heat transfer analysis and expressed in terms of the efficiency factor indicating the conversion efficiency from heat to acoustic energy. It is shown that the efficiency factor becomes maximum when the wire radius is the order of the acoustic boundary layer thickness and the flow velocity is close to the thermal diffusion velocity.

Onset condition of the column oscillation is obtained by equating the acoustic power generation at the heater to the power loss due to thermoviscous dissipation at the tube wall and the convection and radiation loss at the open ends of the tube. In estimating the acoustic power generation, the heater is treated as a stretched single wire by correcting the flow velocity to take into account the interactions between adjacent heater wires.

Experiment is performed by using a spiral heater of 1mm diameter in an air column of 37mm diameter. The heat input to drive the oscillation is measured and compared with the theoretical prediction. A good agreement is found between the theory and experiment, which is regarded as a substantial verification of the present analysis.

### 기 호 설 명

$a$  : 가열선의 반지름

$a^*$  : 가열선의 무차원 반지름,  $a(w/\alpha_f)^{1/2}$

\* 정회원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 정회원, 한국과학기술원 핵공학과

$c$  : 음속(sonic velocity)

$C_r$  : 가열선 사이의 간섭에 대한 보정계수

$E$  : 복소 효율계수 (efficiency factor), 식(7)

$E^{(-1)}$  : 효율계수  $E$ 의 음의 허수값

$I_n$  : 허수값

- $i$  : 허수,  $(-1)^{1/2}$
- $L$  : 관의 길이
- $L_h$  : 관입구에서 가열기까지의 거리
- $l$  : 가열선의 길이
- $M$  : 마하수(Mach number)
- $Nu$  : 누셀트수(Nusselt number)
- $p$  : 압력(pressure)
- $Pr$  : 프란틀수(Prandtl number)
- $Q$  : 매류에 의한 열 전달량
- $Q_c$  : 복사열 포함한 실제 가열량
- $q$  : 열플럭스(heat flux)
- $Re$  : 실수값
- $r$  : 기주의 반지름
- $x$  : 관의 축방향 좌표
- $T$  : 온도
- $T_f$  : 가열선 주위의 막온도(film temperature)
- $T_m$  : 관내부의 평균온도
- $t$  : 시간
- $U_i$  : 체적유동률(volumetric flow rate)
- $U_i$  : 가열기 상류에서 기류의 평균 속도
- $U_0$  : 단일 가열선 주위의 평균 유속
- $\hat{U}$  : 가열기 주위에서 음의 입자속도의 진폭
- $W_r$  : 음향력 발생
- $W_i$  : 음향력의 총손실
- $\alpha$  : 열확산계수
- $\gamma$  : 비열비
- $\nu$  : 동점성계수
- $\pi$  : 3.14159
- $\rho$  : 밀도
- $\omega$  : 각진동수

첨 자

- $\wedge$  : 음향 성분의 복소진폭
- $-$  : 공액복소수
- $*$  :  $\omega$  와  $\alpha_r$  에 의한 무차원량
- $o$  : 음장이 없을 때의 정상상태량
- $f$  : 막온도  $T_f$  에서의 물성치
- $m$  : 평균온도  $T_m$  에서의 물성치
- $w$  : 원통의 표면에서의 값

1. 서 론

열에너지로부터 발생하는 열음향(thermoacoustic) 현상은 주로 기주(air column)의 진동음으로서 관찰되어

왔다. 열음향진동으로는 기류가 있는 관에서 내부 가열에 의한 Rijke 진동, 기류가 없는 가는 관에서 표면 가열에 의한 Sondhauss 진동, 연소장치에서의 singing flame 나 연소진동(combustion-driven oscillation), 로켓모터의 연소불안정(combustion instability) 등을 들 수 있다<sup>(1)~(3)</sup>. 특히 양끝이 열린 기류가 있는 관의 내부에서 가열할 때 발생하는 기주진동인 Rijke 진동은 가장 쉽게 일어나는 대표적인 열음향진동 현상이다. Singing flame 나 보일러 등의 연소장치에서 불쾌한 소음의 원인이 되는 연소진동도 일종의 Rijke 현상으로 볼 수 있다.

열음향진동에 관한 해석은 Rayleigh에 의하여 비롯되었으며, 그는 진동이 발생하기 위해서는 유체의 매질이 가장 밀할 때 가열되거나 가장 소할 때 냉각되어야 한다고 기술하였다<sup>(1)</sup>. 이것은 열음향진동에 관한 Rayleigh 조건으로 불리우게 되었으며, 이 조건은 Putnam과 Dennis<sup>(4)</sup>, Chu<sup>(5)</sup>에 의하여 증명됨으로써 열로부터 음향으로의 에너지 변환기구가 밝혀졌다. 그리고 열음향진동의 중요한 특성들은 여러 연구자들<sup>(6)~(9)</sup>에 의하여 알려졌다. 그러나, 대부분의 연구는 열음향력 발생의 정량적인 예측을 위하여 기본이 되는 열전달 해석의 뒷받침이 없었기 때문에 기주진동의 발생조건을 예측할 수 없었다. 이런 점에서, Fig. 1에 도시한 바와 같이 나선형의 가열기로 가열할 때 발생하는 기주진동에 관한 Madarame<sup>(10)</sup>의 연구는 특기할 만하다. 그는 1차원 열전달 해석에 의하여 기류의 속도가 음향력 발생에 미치는 영향을 구하였으며, 음향력의 손실을 가정하여 기주진동의 발생조건을 구함으로써 실험 결과를 잘 설명할 수 있었다. 그러나, 가열기를



Fig. 1 The Rijke tube with heater wires

평면 열원으로 취급하여 1차원적으로 열전달 해석을 한 것은 현상을 지나치게 단순화한 접근방법이며, 또한 진동의 발생조건을 실험 결과와 맞추기 위하여 음향력의 손실을 가정한 것은 온전한 해석으로 볼 수 없다.

최근 저자들<sup>(11)</sup>은 열음향력 발생에 관한 일반식을 확립하고 가열선의 열전달 응답을 2차원적으로 해석하여 음향력의 발생량을 구하였으며, 음향력의 손실량을 계산하여 진동의 발생조건을 구하고 실험 데이터와 비교한 바가 있다. 그러나, 인접한 가열선 사이의 간섭이나 기주의 양끝에서의 음향손실에 관한 고려가 없어서 적용에 제한성이 컸다. 이에 본 연구는 이러한 점들을 보완하여 Fig. 1에 도시한 Rijke 관에서 나선형 가열기에 의한 음향력의 발생량을 계산하고 기주진동을 일으키는 데 필요한 가열량을 구하였다. 이론을 뒷받침하기 위하여 실험을 하고 결과를 비교 검토하였다<sup>(12)</sup>.

2. 가열기에서 음향력(Acoustic Power)의 발생

열에너지로부터 음향에너지가 발생하기 위해서는 음압과 열공급의 위상이 같아야 한다는 Rayleigh의 조건을 저자들<sup>(11)</sup>은 다음과 같은 일반식으로 확립하였다.

$$W_s = \frac{\gamma - 1}{2\gamma P_0} Re(\hat{p} \int \hat{q} dS) \tag{1}$$

즉, 음향력의 발생량  $W_s$ 는 가열면에서 공급되는 열 유속과 음압의 곱의 시간평균을 가열면에 대하여 표면적분하여 구할 수 있다. 식에서  $\gamma$ 는 비열비(specific heat ratio),  $P_0$ 는 평균압력,  $Re(\quad)$ 은 실수값을 나타내며,  $\hat{p}$ 는 음압  $Re(\hat{p}e^{i\omega t})$ 의 복소진폭,  $\hat{q}$ 는 가열면의 단위면적당 기체로 공급되는 주기적인 열전달량  $Re(\hat{q}e^{i\omega t})$ 의 복소진폭을 나타내며,  $\int$ 는  $\hat{q}$ 의 공액복소수를 뜻한다.

그런데, 열음향진동은 대개 기주진동의 기본모우드에서 발생하는 정상파(standing wave)이므로 파장(wave length)은 기주 높이의 2배가 되어서 가열부분의 치수는 파장에 비하여 매우 작은 경우가 일반적이다. 따라서 가열기 주위에서 음압을 균일하게 취급하면 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$W_s = \frac{\gamma - 1}{2\gamma P_0} Re(\hat{p}\hat{Q}) \tag{2}$$

식에서  $\hat{Q}$ 는  $\hat{Q} = \int \hat{q} dS$ 로서 가열기에서 공급되는 총열전달량 중 주기적인 양의 복소진폭을 나타낸다.

가열기로부터 공급되는 주기적인 열전달량과 음압과의 상관관계만 알려지면 식 (2)에 의하여 음향력을 구할 수 있다. 그러나, 실제로 주기적인 열전달을 일으키는 것은 기류의 주기적인 속도성분인 음의 입자속도(particle velocity)이기 때문에 가열기 주위에서 입자속도에 대한 열전달응답을 나타내는 무차원량인 복소 효율계수(efficiency factor)<sup>(11)</sup>를 정의하는 것이 편리하다.

$$E \equiv \hat{Q} / Q_0 \hat{U}^* \tag{3}$$

식에서  $Q_0$ 는 평균 가열량이며  $\hat{U}^*$ 는 각진동수  $\omega$ 와 막온도(film temperature)에서의 열확산계수  $\alpha_f$ 에 의하여 다음과 같이 무차원화한 양이다.

$$U^* = \hat{U} / (\omega \alpha_f)^{1/2} \tag{4}$$

복소 효율계수  $E$ 를 이용하여 식 (2)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$W_s = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma P_0 (\omega \alpha_f)^{1/2}} Q_0 Re(\hat{p} E \bar{U}) \tag{5}$$

그런데, 기주에서 정상파의 음압과 입자속도는 위상이 90° 다르기 때문에  $\hat{p} \bar{U}$ 는 순 허수가 된다. 따라서 식 (5)는 효율계수의 음의 허수값  $E^{(-)}$ 로서 나타내면 다음과 같다.

$$W_s = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma P_0 (\omega \alpha_f)^{1/2}} Q_0 E^{(-)} |\hat{p} \bar{U}| \tag{6}$$

위의 식에서 열에너지로부터 음향에너지로의 변환량  $W_s$ 는 가열량  $Q_0$ 에 비례하며 복소 효율계수의 음의 허수값  $E^{(-)}$ (이후로는 효율계수로 칭함)에 비례하는 것을 알 수 있다. 여기서 효율계수  $E^{(-)}$ 는 에너지 변환의 효율을 나타내는 계수임을 알 수 있다.

균일 유동 가운데 수직으로 놓인 Fig. 2와 같은 단일 가열선의 경우에 효율계수는 열전달 응답의 수치계산에 의하여 구할 수 있다. 저자들<sup>(13)</sup>은 기류의 유속이  $U_0 + \hat{U}e^{i\omega t}$ 로 나타낼 수 있는 맥동류에 수직인 등온 원통의 열전달 응답을 Nusselt 수  $Nu_0 + \hat{N}ue^{i\omega t}$ 로 구한 바 있다. 이것을 이용하면 효율계수는 다음식

$$E^{(-)} = -I_n(\hat{N}u/Nu_0 \hat{U}^*) \tag{7}$$

으로 계산할 수 있으며, Prandtl 수를 공기에 관한 때

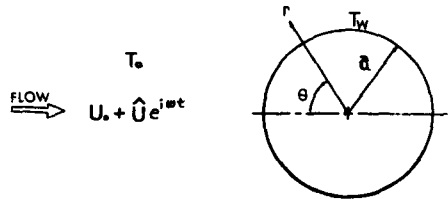


Fig. 2 A cylindrical heater wire in fluctuating cross flow

표값  $Pr=0.7$  로 고정할 때 무차원 평균 유속  $U_0^*$ 과 가열선의 무차원 반지름  $a^*$

$$U_0^* = U_0 / (\omega \alpha_f)^{1/2} \quad (8)$$

$$a^* = a(\omega / \alpha_f)^{1/2} \quad (9)$$

를 함수로 하여 구할 수 있다.  $E^{(-)}$ 에 대한 계산결과를 도시하면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 보는 바와 같이 효율계수  $E^{(-)}$ 는  $U_0^*$ 나  $a^*$ 가 1에 가까울 때 최대로 됨을 알 수 있다. 즉,  $U_0 = (\omega \alpha_f)^{1/2}$ ,  $a = (\alpha_f / \omega)^{1/2}$ 인 경우에 가장 효율적으로 열에너지로부터 음향에너지로의 에너지 변환이 일어난다.  $(\alpha_f / \omega)^{1/2}$ 는 열음향 경계층(thermoacoustic boundary layer)<sup>(14)</sup>의 두께에 해당하는 크기(order)이므로,  $(\omega \alpha_f)^{1/2}$ 는 열확산속도라고 할 수 있다. 따라서, 에너지 변환 효율은 기류의 유속이 열확산속도와 비슷하고 가열선의 지름은 열음향 경계층의 두께와 비슷할 때 가장 크게 된다고 할 수 있다.

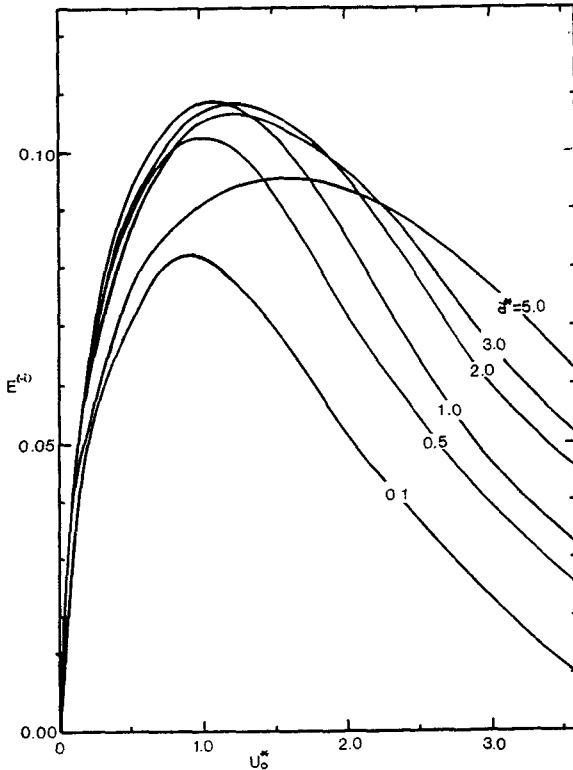


Fig. 3 The efficiency factor for the conversion efficiency from thermal to acoustic energy of a heater wire as function of the dimensionless flow velocity  $U_0^*$  and wire radius  $a^*$

### 3. 기주진동의 발생조건

열음향에 의한 기주진동의 발생조건인 안정성(stability) 해석에는 두가지 방법을 생각할 수 있다. 하나는 열원을 포함하는 파동방정식을 세우고 경계조건을 만족하는 고유치(eigen value)에 의하여 해석하는 방법이다. 이 방법으로 Rott<sup>(15)</sup>는 가늘고 긴 관에서 길이 방향의 온도변화에 의하여 발생하는 진동의 안정성을 구하였으며 Yazaki<sup>(16)</sup> 등의 실험에 의하여 입증되었다. 또 하나는 주어진 음향모우드에 대하여 음향력의 발생  $W_s$ 와 손실  $W_i$ 을 각각 구하여 손실이 발생보다 크게 되는 조건

$$W_s \leq W_i \quad (10)$$

으로부터 안정성을 해석하는 것이다. 후자는 전자에 비하여 음향모우드를 가정하고 시작하는 점에서 다소 근사적인 방법이라고 할 수 있다. 그러나, 가열부분의 형상이 복잡한 경우에는 파동방정식을 푸는 것이 어렵기 때문에 여기서는 후자의 방법을 택하였다.

원통 내부에 놓인 가열기의 영향과 가열에 의한 온도의 불균일성에 의한 영향을 무시한다면 축방향의 음향모우드의 음압과 입자속도의 진폭은 다음과 같다<sup>(17)</sup>.

$$\hat{U}(x) = \hat{U}_s \cos(n\pi x/L) \quad (11)$$

$$\hat{p}(x) = -i\rho_m C_m \hat{U}_s \sin(n\pi x/L) \quad (12)$$

여기서  $\hat{U}_s$ 는 입자속도의 최대값,  $\rho_m$ 은 밀도,  $C_m$ 은 음속을 나타내며, 첨자  $m$ 은 원통 내의 평균온도  $T_m$ 에서의 물성치를 뜻한다.  $L$ 은 원통의 길이를 나타내며 길이가 작은 경우에는 원통의 끝에서 음의 방사(radiation)를 고려한 유효길이를 대치되어야 한다.  $n$ 은 고차모우드를 나타내는 정수로서 각진동수는 다음과 같이 된다.

$$\omega = n\pi C_m / L \quad (13)$$

가열기에서 발생하는 음향력은 식 (6)에서 구할 수 있다. 먼저 가열기 주위에서 음압과 입자속도의 진폭  $\hat{p}$ 와  $\hat{U}$ 는 식 (11)과 식 (12)에 가열기의 위치  $x=L_s$ 를 대입한 다음 값으로 된다.

$$\hat{U} = \hat{U}_s \cos(n\pi L_s/L) \quad (14)$$

$$\hat{p} = -i\rho_m C_m \hat{U}_s \sin(n\pi L_s/L) \quad (15)$$

가열기가 하나의 독립된 선이라면, 음향력은 위의 두 값들 식 (6)에 대입하여 다음 식으로 구할 수 있다

$$W_s = \frac{(\gamma-1)Q_0 E^{(-)}}{2\gamma p_0 (\omega \alpha_f)^{1/2}} \sin(2\pi n L_s/L) \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_s|^2 \quad (16)$$

여기서 효율계수  $E^{(-)}$ 는 Fig. 3에 나타낸 값으로 되며, 그림에서 변수  $U_0^*$ 는 가열기의 상류측에서의 유속  $U_i$ 에서 구하면 된다.

그러나, 실제의 가열기는 여러 개의 가열선이 인접하여서 서로 영향을 미치므로 독립된 선으로 볼 수 없다. 이 경우에는 가열기에서 유로가 좁아지므로 유속이 빨라지고 열전달은 증가한다. 이때의 열전달응답은 매우 복잡하므로 독립된 가열선에 관한 결과를 적절히 보정하여 구하려고 한다. 여러 개의 선으로 된 가열기를 하나의 긴 선으로 간주하려면 적절한 자유흐름의 속도를 취하여야 한다. 가열기 주위에서 유속  $U_0$ 는 가열기의 상류에서의 유속  $U_i$ 보다 빨라지므로 다음과 같이 보정계수  $C_r$ 를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$U_0 = C_r U_i \quad (17)$$

식 (14)로 표시된 입자 속도도 같은 방법으로 보정할 수 있다.

$$\hat{U} = C_r \hat{U}_p \cos(n\pi L_h/L) \quad (18)$$

위와 같이 보정계수  $C_r$ 만 적절히 취하면 가열기는 하나의 펼쳐진 독립된 선으로 가정할 수 있다. 유로의 변화가 있어도 음압은 변화가 없으므로 식 (15)와 식 (18)에서  $\hat{p}$ 와  $\hat{U}$ 를 식 (6)에 대입하면 음향력의 발생은 다음과 같이 된다.

$$W_s = \frac{C_r(\gamma-1)Q_0 E^{(-)}}{2\gamma p_0(\omega\alpha_f)^{1/2}} \sin(2\pi n L_h/L) \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_p|^2 \quad (19)$$

식에서 효율계수  $E^{(-)}$ 는 Fig. 3에서 구할 수 있으며, 그림에서 무차원 변수  $U_0^*$ 는 식 (17)로 보정한 값에 대한 것이 된다.

다음으로 음향력의 손실을 구하기 위하여, 손실의 주된 요인을 생각하면 관벽에서의 열점성적인 소산(thermoviscous dissipation)과 관의 양 끝에서 대류(convection) 및 방사(radiation)에 의한 손실을 들 수 있다. 먼저, 단단한 벽면에서 열의 전도와 점성에 의한 에너지의 손실을 구하면 다음과 같음을 알 수 있다<sup>(18)</sup>.

$$W_{l,d} = \frac{n\pi^2 r_0}{\sqrt{2}} \left(\frac{\nu_m}{\omega}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{P_r}}\right) \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_p|^2 \quad (20)$$

그리고 기류의 평균유속  $U_i$ 에 의하여 대류되는 손실은 Ingard와 Singhal<sup>(19)</sup>의 연구로부터 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$W_{l,c} = \pi r_0^2 \frac{5.33M}{4} \cdot \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_p|^2 \quad (21)$$

식에서  $M$ 은 기류의 마하(Mach) 수  $M=U_i/C_m$ 을 뜻한다. 또한, 관의 양 끝에서 방사되는 음향에너지는 플랜지가 없는 경우에 다음식으로 됨을 알 수 있다<sup>(17)</sup>.

$$W_{l,r} = \frac{n^2 \pi^3}{2} \left(\frac{r_0}{L}\right)^2 r_0^2 \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_p|^2 \quad (22)$$

따라서, 식 (20), (21) 및 (22)로 나타난 손실을 합하여 음향력의 총손실은 다음과 같다.

$$W_l = \left[ \frac{\sqrt{n\pi}}{\sqrt{2} r_0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{P_r}}\right) \left(\frac{L\nu_m}{C_m}\right)^{1/2} + \frac{5.33}{4} M + \frac{n^2 \pi^2}{2} \left(\frac{r_0}{L}\right)^2 \right] \pi r_0^2 \frac{\rho_m C_m}{2} |\hat{U}_p|^2 \quad (23)$$

식에서 중괄호 안의 첫째 항은 열점성소산에 의한 손실을, 둘째 항은 기류에 의한 대류손실을, 셋째 항은 방사손실을 나타내는 항이다. 열음향 진동을 일으키는 기류의 속도는 대개 1m/sec 미만이므로 대류에 의한 손실은 열점성에 의한 것에 비하여 매우 작다. 방사에 의한 손실은 관의 지름이 큰 경우에 중요하게 되며, 관이 가늘고 긴 경우에는 역시 열점성에 의한 손실에 비하여 무시할 수 있는 양으로 된다.

이상에서 식 (19)와 식 (23)으로 구한 음향력의 발생  $W_s$ 와 손실  $W_l$ 을 식 (10)에 대입하여 정리하면 진동의 발생에 필요한 최소의 열량을 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$Q_0 = \frac{2\gamma p_0(\omega\alpha_f)^{1/2}}{(\gamma-1)C_r E^{(-)} \sin(2\pi n L_h/L)} \left\{ \frac{\sqrt{n\pi}}{\sqrt{2} r_0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{P_r}}\right) \left(\frac{L\nu_m}{C_m}\right)^{1/2} + \frac{5.33}{4} M + \frac{n^2 \pi^2}{2} \left(\frac{r_0}{L}\right)^2 \right\} \pi r_0^2 \quad (24)$$

관이 가늘고 길어서 대류와 방사에 의한 손실을 무시할 수 있는 경우에는 위의 식은 다음과 같이 간단하게 된다.

$$Q_0 = \frac{n\sqrt{2}\pi^2 \gamma [1 + \sqrt{P_r}/(\gamma-1)] p_0(\alpha_f \alpha_m)^{1/2} r_0}{C_r E^{(-)} \sin(2\pi n L_h/L)} \quad (25)$$

위의 식에서 기주진동의 발생에 필요한 열량은 관의 지름에 비례하며 효율계수에 반비례하는 것을 알 수 있다. 또한, 보정계수  $C_r$ 이 클수록, 즉 가열선의 거리가 가까울수록 쉽게 진동이 발생한다. 그리고  $L_h/L=1/4$ , 즉 가열기가 기주의 하부의 중앙에 있을 때 진동이 가장 쉽게 발생하며, 상반부에서는 가열 대신 냉각을 하여야 함을 알 수 있다. 이러한 특성은 기존 연구결과와 잘 일치하고 있다. 또한, 식 (25)로부터  $n=2$ 인 배진동은  $L_h/L=1/8$ 인 위치에서 기본진동의  $\sqrt{2}$  배의 열량으로 발생될 수 있음을 알 수 있다.

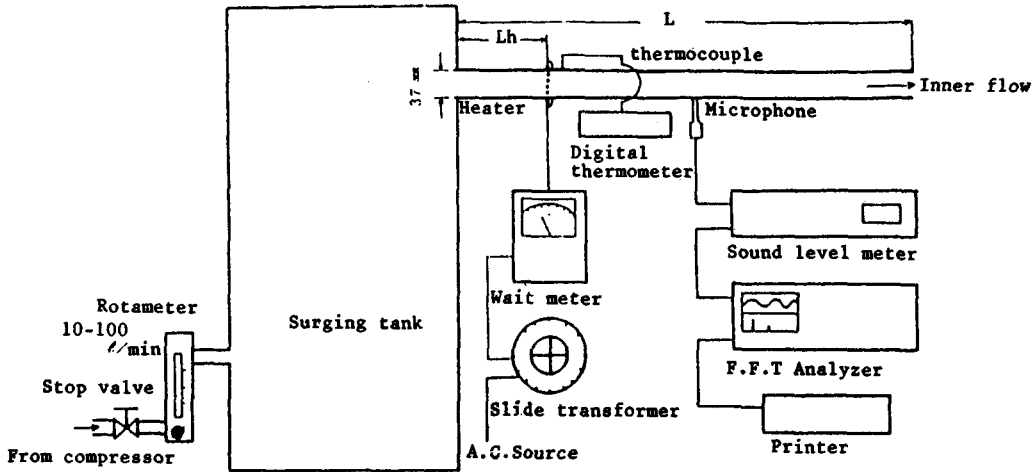


Fig. 4 Schematic diagram of the experimental apparatus

4. 실험

지금까지의 열음향력의 발생량과 진동의 발생조건에 관한 이론을 뒷받침하기 위하여 실험을 하였다. 가열기에서 발생하는 음향력의 크기를 직접 측정하는 것은 어려우므로 식(24)로 예측한 진동 발생에 필요한 최소 열량을 측정하여 이론과 비교함으로써 전체적인 이론의 타당성을 검토하였다.

실험장치는 Fig. 4에 도시한 바와 같다. 관은 지름 37mm의 강관으로 하고 길이는 276cm, 141cm, 71cm의 세 경우로 변화시켰다. 가열기는 지름 1mm의 전열선을 배 번 및 여섯 번 감은 나선인 길이 25cm와 35cm의 두 경우로 실험하였다. 가열기의 위치는 진동이 가장 잘 일어나는 위치인 관 길이의 1/4 되는 곳에 고정하였다. 관의 표면은 물로 냉각하여 내부의 온도가 주위 온도와 비슷하도록 하였다. 관의 중앙에 작은 구멍을 뚫고 콘덴서 마이크론을 연결하여 기주의 진동을 검출할 수 있도록 하였다.

실험방법은, 먼저 유량조절 밸브에 의하여 공기의 유량을 일정하게 맞추어 놓고, 가열기로의 전력 공급을 변압기로 조절하면서 마이크론에 연결된 FFT에 진동이 발생하는 순간을 잡는다. 이때의 기류의 유량  $U_1$ 는 로우터미터로 측정하고 공급 열량  $Q_1$ 은 전력계로 측정하였다.

진동이 발생할 때 FFT에 나타난 시간 및 주파수 신호의 한 예를 보면 Fig. 5와 같다. 그림에서 음압의

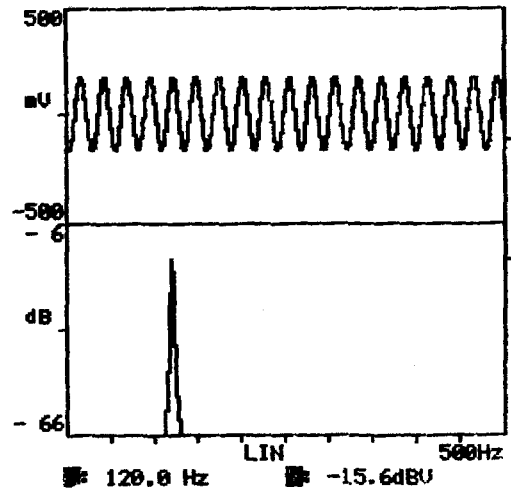
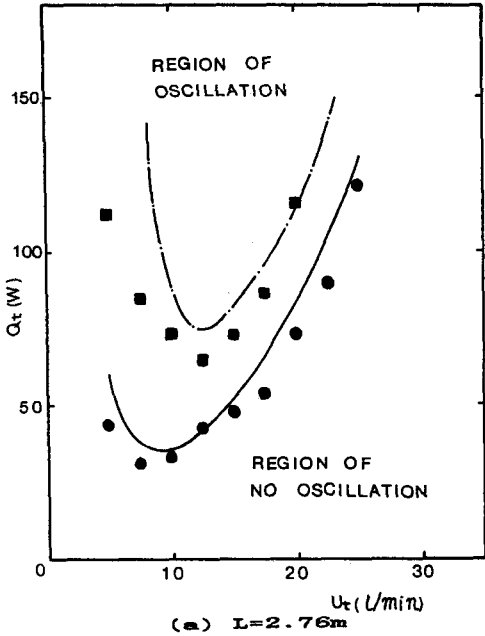


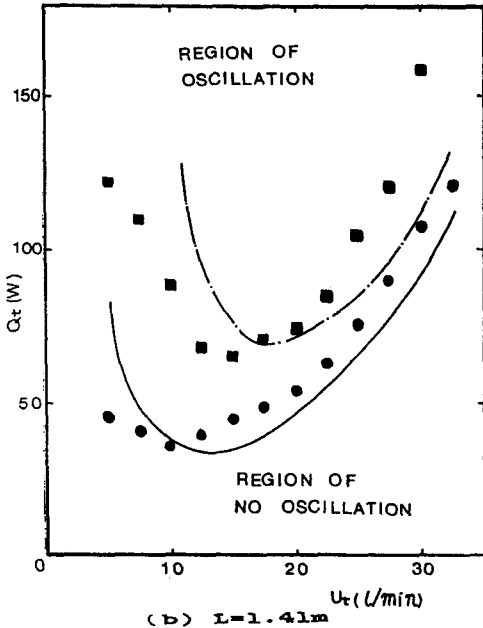
Fig. 5 Time signal and spectrum of the pressure oscillation for the tube of length 1.41m

변화는 단일 주파수의 정확한 정현파인 것을 알 수 있고, 주파수는 식(13)에서  $n=1$ 인 경우인 기주의 기본진동수  $\omega = \pi C_2/L$ 을 나타내었다. 진동이 발생하기 시작하여 정상상태에 이르렀을 때, 관 중앙에서 음압은 130 dB 이상 되었다.

서로 다른 관의 길이  $L$  및 가열선의 길이  $l$ 에 대하여 진동발생조건을 실험한 결과를 이론과 비교하여 도시하면 Fig. 6 (a), (b) 및 (c)와 같다.



(a)  $L=2.76m$

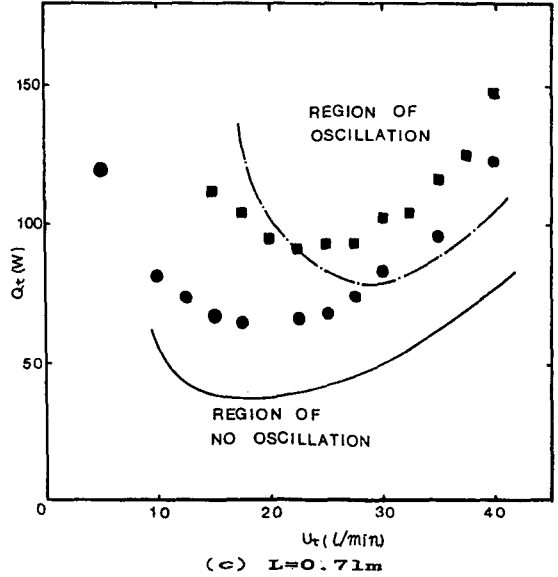


(b)  $L=1.41m$

5. 결과 및 고찰

여기서는 실험 결과와 이론을 비교하여 고찰하고자 한다.

실험조건에서 진동의 발생에 필요한 열량의 이론치



(c)  $L=0.71m$

Fig. 6 Comparison between the theoretical and measured heat input for the onset of the thermoacoustic oscillation: Theory(—) and experiment (●) for  $l=35cm$ ; theory (—·—) and experiment (■) for  $l=25cm$

는 식 (24)로부터 계산할 수 있다. 먼저, 나선형 가열기의 인접한 가열선 사이의 간섭에 관한 보정계수  $C_r$ 은 가열선 사이를 지나는 최대유속이 자유흐름이 되도록 다음과 같이 하였다.

$$C_r = r_0^2 / (r_0^2 - 2al) \tag{26}$$

식에서  $l$ 는 가열선의 길이를 뜻한다.

식 (24)에서 가열량  $Q_0$ 는 가열기에서 공기로의 대류에 의한 열전달량을 나타내므로 실제 공급 열량은 여기에 복사에 의한 열전달량을 더하여야 한다. 즉, 총공급열량  $Q_t$ 는 가열선의 표면온도를  $T_w$ , 표면 방사율(emissivity)를  $\epsilon$ 이라 할 때 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_t = Q_0 + 2\pi a l \epsilon (5.67 \times 10^{-8}) (T_w^4 - T_m^4) \tag{27}$$

전열선의 방사율은  $\epsilon=0.6$ 으로 하였다. 위의 식에서 대류 열전달량  $Q_0$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_0 = 2\pi a l h (T_w - T_m) \tag{28}$$

식에서  $h$ 는 평균 대류 열전달 계수로서 Nusselt 수  $Nu_0$ 와 막온도(film temperature)  $T_f = (T_w + T_m)/2$ 에서의 열전도계수  $k_f$ 에 의하여  $h = k_f Nu_0 / 2a$ 에서 구할 수 있고, Nusselt 수는 낮은 Reynolds 수에서 기류에 수직인 가열선의 경우 다음과 같다<sup>(29)</sup>.

$$Nu_0 = 0.24 + 0.56 Re^{0.45} \tag{29}$$

식에서 Reynolds 수  $Re$ 는 가열기 상류에서의 평균 유

속  $U_i$ 를  $C_r$ 로 보정한 다음 식으로 하여야 한다.

$$Re = 2aC_r U_i / \nu_r \quad (30)$$

여기서  $\nu_r$ 는 막온도  $T_r$ 에서의 동점성계수를 뜻하며,  $U_i$ 는 체적유량  $U_i$ 를 단면적  $\pi r_0^2$ 로 나눈 값  $U_i = U_i / \pi r_0^2$ 으로 할 수 있다.

이상과 같은 관계식들에 의하면 주어진 기류의 유량  $U_i$ 에 대하여 진동의 발생에 필요한 가열량  $Q_i$ 를 예측할 수 있다. 먼저,  $T_w$ 를 가정하여 막온도  $T_r$ 에 대한 물성치  $\alpha_r$ 와  $\nu_r$ 를 구하고 식 (29)와 식 (30)에 의하여 열전달계수  $h$ 를 구하면 식 (28)에서  $Q_0$ 가 구해진다. 한편, 무차원 매개변수  $U_0^*$ 와  $a^*$ 를 식 (8)과 식 (9)에 의하여 계산하고 Fig. 3에서 효율계수  $E^{(-)}$ 를 구하면 식 (24)로부터 역시  $Q_0$ 를 계산할 수 있다. 두 방법에 의하여 계산한  $Q_0$ 를 비교하여 같지 않으면  $T_w$ 를 새로 가정하여 위의 과정을 반복하면  $Q_0$ 를 구할 수 있으며, 또한 식 (27)에서  $Q_i$ 를 알 수 있다.

이와 같이 진동의 발생에 필요한 가열량을 이론적으로 예측한 결과를 실험결과와 비교하여 도시하면 Fig. 6 (a), (b) 및 (c)와 같다. 그림에서 볼 수 있듯이 이론과 실험은 유속이 아주 낮거나 판의 길이가 짧은 경우를 제외하면 전반적으로 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

인접한 가열선의 간섭에 관한 보정을 하지 않고  $C_r = 1$ 로 하였을 경우에 이론 값은 측정 값 보다 훨씬 높았으며, 최소 열량을 요하는 유속도 측정치 보다 훨씬 더 높게 나타났다. 따라서, 가열기를 하나의 독립된 선으로 간주하려면 가열선 사이의 간섭에 관한 보정이 대단히 중요하며, 최대 유속을 자유흐름으로 한 식 (26)의 보정 방법이 이론치를 실험치에 접근시키는 가장 적절한 방법을 알았다.

낮은 유속에서 이론과 실험의 차이가 커지는 것은 인접한 가열선 사이의 간섭과 자연대류 열전달의 영향에 의한 것으로 본다. 유속이 낮아질수록 경계층이 두꺼워지면서 인접한 가열선 사이의 간섭은 커지게 된다. 간섭이 커질수록 보정방법에 따른 오차가 커질 것이며 유로 면적의 변화만을 고려한 식 (26)의 보정이 적절하지 않을 것임을 예측할 수 있다. 또한, 유속이 낮은 경우에는 부력에 의한 자연대류 열전달효과가 커질 것이다. 그러나, 효율계수  $E^{(-)}$ 를 구한 열전달계산<sup>(13)</sup>에서는 부력에 의한 영향은 무시하였으므로 유속이 낮은 경우에는 이에 따른 오차를 피할 수가 없다.

한편, Fig. 6 (c)에서 볼 수 있듯이 판의 길이가 짧은 때에도 이론과 실험의 차이가 큰 것을 알 수 있다. 그것의 한 원인으로는 판이 짧을수록 기주 내의 공기

의 온도를 균일하게 가정하는데 따른 오차가 있을 것으로 예측된다. 음향모우드의 모양이나, 열점성에 의한 음향에너지의 손실 해석은 균일한 공기온도를 바탕으로 하였기 때문이다. 또한, 판의 길이가 짧을수록 관벽에서의 열점성 소산 이외의 원인에 의한 에너지 손실의 비중이 증가하므로, 식 (23)으로 나타난 손실 외에 가열기 자체에서의 손실 등도 무시할 수 없게 될 것이다. 또한, 가열량이 클수록 표면 온도가 높아져서 복사 열전달량이 증가하나, 식 (27)은 근사적인 계산이기 때문에 복사 열전달량의 계산에 따른 오차도 크게 될 것을 예측할 수 있다.

이론과 실험을 비교 검토한 결과, 이론 해석에서 몇 가지 미비한 점들을 고려한다 하여도, 여러 가지 가정 및 제한조건을 갖고 유도된 이론이 실험과 전반적으로 잘 일치하고 있는 것은 본 연구의 이론해석에 대한 타당성을 뒷받침하는 것으로 평가 된다.

## 6. 결 론

나선형의 가열기를 갖는 기주의 열음향 진동에 관하여, 가열기에서 발생하는 음향력과 기주 진동의 발생 조건을 이론적으로 구하고 실험한 결과, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

(1) 가열기에서 열음향력 발생의 정량적인 예측은 열전달 응답을 바탕으로 한 효율계수의 계산으로 가능하며, 열로부터 음향으로의 에너지 변환 효율은 효율 계수에 비례한다.

(2) 기류에 수직인 독립된 가열선의 경우 효율계수는 기류의 속도가 열확산속도와 비슷하고 가열선의 반지름이 열음향 경계층의 두께와 비슷한 경우에 최대로 된다.

(3) 열음향진동의 발생조건은 가열기에서 음향력의 발생과 벽면에서 열점성 소산, 판의 양 끝에서 대류 및 방사 등에 의한 손실을 구함으로써 예측할 수 있으며, 관열량에 관하여 나타내면 효율계수에 반비례하고 판의 지름에 비례하며, 가열기의 위치가 판 길이의 1/4 되는 곳에 있을 때 최소로 된다.

(4) 나선형의 가열기를, 나선을 지나는 최대유속을 자유흐름으로 놓고, 독립된 가열선으로 가정하여 진동의 발생조건을 이론적으로 예측할 수 있다.

그러나, 유속이 매우 낮거나 판이 짧은 경우에 오차 발생의 해결을 위해서는, 인접한 가열선 사이의 간섭에 관한 보다 확실한 해석, 부력 및 공기 온도의 불균



일성의 영향에 관한 고려 등에 관한 연구를 필요로 한다.

### 참 고 문 헌

- (1) J.W.S. Rayleigh, Theory of Sound, Dover, New York, 1877
- (2) K.T. Feldman, Jr., "Review of the Literature on Rijke Thermoacoustic Phenomena", J. Sound Vib. 7, No. 1, pp. 83~89, 1968
- (3) K.T. Feldman, Jr., "Review of the Literature on Sondhauss Thermoacoustic Phenomena", J. Sound Vib. Vol. 7, No. 1, pp. 71~82, 1968
- (4) A. A. Putnam and W. R. Dennis, "A Study of Burner Oscillations of the Organ Type", Trans. ASME Vol. 75, pp. 15~28, 1953
- (5) B.T. Chu, "Stability of Systems Containing a Heat Source the Rayleigh Criterion", National Advisory Committee for Aeronautics, Res. Memo. 56D27, 1956
- (6) E.M. Kerwin, Jr., Sc. D. thesis, Department of Electrical Engineering. MIT, Cambridge, MA, 1954
- (7) G.F. Carrier, "The Mechanics of the Rijke Tube", Q. Appl. Math. Vol. 12, p. 383, 1955
- (8) G.C. Maling, Jr., "Simplified Analysis of the Rijke Phenomenon", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 35, pp. 1058~1060, 1963
- (9) Y. Kato and A. Sajiki, "Onset of Oscillation of a Gas Column in a Tube Due to the Existence of Heat Conduction Field", Bull. JSME, Vol. 20, pp. 1161~1168, 1977
- (10) H. Madarame, "Thermally Induced Oscillations in a Pipe (1st report)", Bull. JSME, Vol. 24, pp. 1626~1633, 1981
- (11) Young-Pil Kwon and Byung-Ho Lee, "Stability of the Rijke Thermoacoustic Oscillation", J. Acoust. Soc. Am. Vol. 78, No. 4, pp. 1414~1420, 1985
- (12) 권영필, "열음향진동에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위 논문, 1986
- (13) 권영필, 이병호, "맥동류에 놓인 등온원통의 열 전달 응답", 대한기계학회논문집, 제 10 권, 제 5 호, pp. 706~712, 1986
- (14) S. Temkin, Elements of Acoustics, Wiley, pp. 348~353, 1981
- (15) N. Rott, "Thermoacoustics", Advances in Applied Mechanics, Vol. 20, pp. 135~175, 1980
- (16) T. Yazaki, A. Tominaga and Y. Narahara, "Stability Limit of Thermally Driven Acoustic Oscillation", Cryogenics, July 1979, pp. 393~396, 1979
- (17) L.E. Kinsler, A.R. Fery, A.B. Coppens, and J. V. Sanders, Fundamentals of Acoustics, 3rd ed, John Wiley & Sons, New York, 1980
- (18) A.D. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Principles and Applications, McGraw-Hill, New York, pp. 524~531, 1981
- (19) U. Ingard and V.K. Singhal, "Effect of Flow on the Acoustic Resonances of an Open-Ended Duct", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 58, pp. 788~793, 1975
- (20) D.C. Collis and M.J. Williams, "Two-Dimensional Convection From Heated Wires at Low Reynolds Number", J. Fluid Mech. Vol. 6, pp. 357~384, 1959