

<論 文>

압연판의 두께 정밀도에 관한 연구

김 동 원* · 윤 상 건**

(1987년 7월 6일 접수)

Study on the Thickness Precision of Rolled Sheets

Dong-Won Kim and Sang-Geun Yoon

Key Words: Flatness(평탄도), Roll Crown(로울 크라운), Edge Drop(엣지 드롭), Thickness Distribution of Rolled Strip(압연판의 두께분포), Approximate Three-Dimensional Analysis(근사적 3차원 해석)

Abstract

In the research of the rolling of strip, producing the strip with a close tolerance of thickness over the rolling direction was a principal object. But it was solved by the contribution of two-dimensional theory of rolling and the development of automatic gauge control system. And new requirements for the study of flatness, crown of rolled strip and edge drop grow up recently.

These phenomena are closely related with the thickness distribution along the lateral direction of rolled strip.

To analyse the thickness distribution of rolled strip along the lateral direction, elastic deformation of rolls and plastic deformation of work material must be discussed simultaneously.

In this report, an approximate three-dimensional analysis based on Tozawa's three dimensional approach was applied to 12 cases of different rolling conditions and the numerical results were investigated. Especially stresses were laid upon the investigation of optimal boundary position between the three-dimensional analysis region and the plane strain analysis region.

기 호 설 명

- a, A : 출구에서의 압연방향 변형율, 로울의 단면적
- b, B : 압연판 나비
- BL : 로울 베어링 중심간 거리의 1/2(=L)
- C : 압연 후 판 나비 예측 식(Siebel)의 상수 (=0.35), 백업 로울을 탄성기초라 할 때

- 기초의 탄성계수(Cq)
- E, G : 로울 재료의 종탄성계수, 횡탄성계수
- $H, h_1(h)$: 판 두께, x_1 에서의 판 두께
- h_{21}, h_{2N1} : 로울 갭 출구에서의 나비방향 두께분포 가정치 및 그 계산치
- I : 로울의 편성 모우멘트
- k : 소재의 전단 항복응력
- Ld, x_1 : 로울과 소재의 접촉호 무영길이
- n : 3차원 해석역의 나비와 접촉호 무영길이 비 (=W3D/Ld)

* 정희원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과
** 정희원, 서울대학교 대학원

- $p, p_j'(p')$: 압연 압력 ($= -\sigma$), 단위나비 당 압연 하중 ($j=1, N$)
- q_i', q' : 로울 사이에 작용하는 단위나비 당 압연 하중 ($k=1, L$) 및 그 평균값
- τ, R : 압하율, 워크 로울 반지름
- RL : 로울 바벨 길이의 $1/2 (=l)$
- T_1, T_2 : 전, 후방 강력
- U, V : 로울에 대한 소재의 z, x 방향 상대변위
- $W3D$: 3차원 해석역의 나비
- α : 변형율 비 ($=\epsilon_z/\epsilon_x$)
- $\delta(k)(\delta)$: 로울의 변형량
- $\delta_j'(\delta')$: 판나비 중심을 기준으로 할 때 판나비방향 각 위치에서의 판 두께 차
- ϵ : 수렴한계, h_{z1} 의 가정치와 최종계산치 h_{zN1} 와의 계산 편차
- μ, ν : 마찰 계수, 로울 재료의 Poisson 비
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: 압연방향, 판두께방향, 나비방향 응력
- σ_x^{pl} : 평면 변형역에서의 압연방향 응력
- τ_x, τ_z : 마찰 응력 τ 의 x, z 방향 성분

참 자

- 1, 2 : 각각 입구와 출구의 값을 나타냄
- b, w, f : 백업로울 (또는 백), 워워크 로울, fl-attenuing (또는 front)
- i : Ld 를 미소길이 dx 로 나누었을 때 절점번호 ($i=1, M$)
- j : B_1 을 미소나비 dz 로 나누었을 때 절점번호 ($j=1, N$)
- k : RL 을 미소나비 w 로 나누었을 때 절점번호 ($k=1, L$)
- n, N : 중립점 위치, 계산치

1. 서 론

판재 압연의 연구에서 과거에는 길이방향으로 균일한 두께의 판을 생산하는 것이 주된 관심사였으나 이 문제는 2차원 압연 이론의 발달과 AGC(automatic gauge control)시스템의 개발로 해결되었고, 최근에는 압연판의 평탄도와 나비방향의 두께 균일도가 중요한 관심사가 되고 있다. 이 중에서도 나비방향의 두께 균일성은 판의 평탄도와 로울 크라운 등과 직접적인 관련을 가지며, 매우 중요한 연구 대상이 되고 있다. 압연판은 나비방향으로 두께 불균일을 나타내는 것이 보통인데, 그 원인 중 하나는 로울갭 내에서 판재변형이

나비방향으로 균일하지 않다는 사실이고, 또 하나는 압연 중 로울갭 자체가 로울바벨 방향으로 균일하지 않다는 사실에 있다. 전자는 소재의 변형문제이고, 후자는 로울의 변형문제이므로 로울의 탄성변형까지 고려한 판재 압연의 3차원 해석이 필요하다. 판재 압연의 3차원 해석에 관해 보고된 것으로는 Yanagimoto⁽¹⁾, Suzuki⁽²⁾, Shohet⁽³⁾, Pawelski⁽⁴⁾, Tozawa^(5,6) 등이 있다. 이러한 보고 중 로울의 탄성변형과 소재판의 3차원 해석을 연성시킨 연구는 Tozawa의 연구가 유일한 것이라고 할 수 있는데, 정통적이고 일반성을 가진 장점이 있는 반면, 계산에 다대한 시간과 노력을 요하여 비실용적인 단점이 있다. 최근에 Tozawa는 근사적 3차원 해석법을 제안한 바 있는데⁽⁷⁾ 이로서 계산시간이 크게 단축됨을 주장하고 있다. 본 연구에서는 Tozawa의 이와 같은 근사적 3차원 해석법을 검토하여 그 특징을 살피고 판나비, 판두께, 압하율의 변화가 3차원변형역과 평면변형역의 최적 경계면 위치에 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

2. 이론 해석과 기본 계산식

2.1 소재의 소성변형 해석

- (1) 출구 판나비와 중립점의 가정
- (a) 압연 후 판나비에 대한 실용식 (Siebel)

$$B_2 = B_1 + CLdr \tag{1}$$

- (b) 중립각과 중립점 (D.R. Bland and H. Ford)

$$\phi_n = \sqrt{H_2/R} \tan[0.5 \tan^{-1} \sqrt{r/(1-r)} + \ln\{(1-r)(2k-T_1)/(2k-T_2)\} / \{4\mu \sqrt{R/H_2}\}^2]$$

$$X_n = R \sin \phi_n \tag{2}$$

- (2) 마찰 응력과 힘의 평형 방정식⁽⁸⁾
- 압연방향과 나비방향의 마찰 응력은

$$\tau_x = \tau_r \sin \beta = \tau_r V / \sqrt{U^2 + V^2},$$

$$\tau_z = \tau_r \cos \beta = \tau_r U / \sqrt{U^2 + V^2} \tag{3}$$

단, $\mu p \leq k$ 일때 $\tau_r = \mu p$, $\mu p > k$ 일때 $\tau_r = k$
 압연방향 힘의 평형식은

$$\partial \sigma_x / \partial x = 2/h \{ \tau_x - (\sigma_x - \sigma_y) x / \sqrt{R^2 - x^2} \} \tag{4}$$

나비방향 힘의 평형식은

$$\int_0^{x_1} h \partial \sigma_x / \partial z dz dx = \int_0^{x_1} h \partial \tau_{xz} / \partial x dx dz + 2 \int_0^{x_1} \tau_x dz dx \tag{5}$$

- (3) 항복 조건 및 응력 변형을 증분 관계식

- (a) 항복 조건 (Von Mises Yield Criterion)

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xz}^2 = 6k^2 \tag{6}$$

- (b) 응력 변형을 증분 관계식 (Levy Mises Equations)

$$d\epsilon_x / (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) = d\epsilon_y / (2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z)$$

$$=d\epsilon_x/(2\sigma_x-\sigma_x-\sigma_y)=d\gamma_{xz}/(6\tau_{xz}) \quad (7)$$

(4) 각 방향 응력 및 변형을 계산

$$\sigma_x = [(2\alpha+1)\sigma_x + (1-\alpha)\sigma_y]/(2+\alpha) \quad (8)$$

$$\sigma_y = \sigma_x - (2+\alpha) \sqrt{(h^2 - \tau_{xz}^2)/(x^2 + \alpha + 1)} \quad (9)$$

$$\tau_{xz} = (2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_x)d\gamma_{xz}/(6d\epsilon_x) \quad (10)$$

$$\gamma_{xz} = 2\epsilon_{xz} = \partial w/\partial x + \partial u/\partial z = \tan\phi = \int_0^x d\epsilon_x dz/dx \quad (11)$$

(5) 경계조건

(a) 판 가장 자리는 자유단이므로 $\int_0^{x_1} h\sigma_x dx = 0$ (12)

(b) 전방 장력 평형식 $T_f = 2 \int_0^{x_1/2} \sigma_x h_x dz$ (13)

(c) 후방 장력 평형식 $T_b = 2 \int_0^{x_1/2} \sigma_x h_x dz$ (14)

(d) 판이 압연 전후에서 평판을 유지하려면 나비방향에 대해서 압연방향 변형을 ϵ_x 는 일정하여야 하므로 $\epsilon_x = a$ (15)

2.2 로울의 탄성변형 해석

압연 후의 판 두께가 나비방향에서 불균일한 원인을 로울의 탄성변형에 의한 것이라 간주한다. 압연 후 판 두께 분포는 로울 출구에서 로울의 변형 형상과 같다고 하고 로울의 탄성변형은 아래 3성분으로 나눈다.

- (a) 로울 간의 접촉 압력에 의한 백업 로울(backup roll)의 처짐
- (b) 백업 로울과 워어크 로울 접촉부의 압축 변형에 의한 워어크 로울의 처짐
- (c) 워어크 로울(work roll)표면의 편평 변형

중심부 η 위치에 대칭으로 단위 폭 하중 p 가 미소 나비 w 에 작용할 때, 중심에서 z_2 떨어진 점 A에서의 변위량 $\delta(h)$ 를 위 3성분에 의한 변위의 합이라 간주하여 각각의 변위를 구하는 식은 Tozawa⁽⁶⁾에 따르면

(b)의 사용식 중 Q_0, u, v 는 아래 식을 사용하였다.

$$Q_0 = (gt - ev)/(fv - gu)$$

$$u = 1/2[-1 - \theta(2l) + (1 - (\lambda/\pi)^2)\zeta(2l)/2] \quad (16)$$

$$v = \beta(1 + 2\xi^2)/(2\sqrt{1 + \xi^2})[-1 - \theta(2l) - \zeta(2l) \cdot (1 - 2\xi^2)/(1 + 2\xi^2)]$$

3. 수치계산

판나비 중앙에서의 좌우 대칭성에 의하여 판나비의 1/2에 대하여 로울갭(roll gap)내의 로울접촉부를 압연방향 및 판나비방향으로 Fig. 1과 같이 미소요소로 분할하여 유한차분법으로 계산하였다. Table 2의 수렴

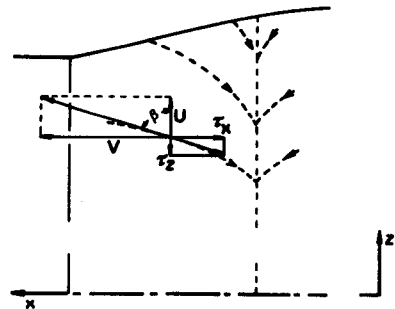
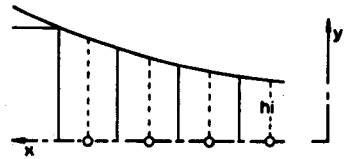
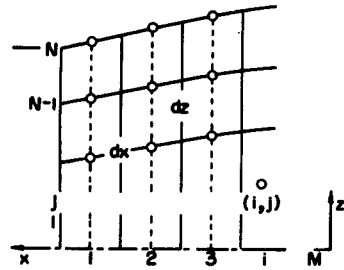


Fig. 1 Mesh layout for numerical calculation and determination of direction of frictional force

편차 ϵ 은 요소분할수에 따라 달라진다. h_x 의 수정회수 100 회로 기준할 때, 판나비가 1000mm 인 경우 (Table 2 No. 9 W3D=500)에는 요소분할수 $20 \times 20, 20 \times 40, 20 \times 60, 20 \times 80, 20 \times 100, 20 \times 120$ 중 20×40 일 때가 계산편차 ϵ 이 11.02로 제일 양호하였고, 그 다음이 20×20 으로 ϵ 는 11.71 이었다. 판나비가 250mm 인 경우 (Table 2 No. 10 W3D=125)에는 요소분할수 $20 \times 20, 20 \times 40, 20 \times 60$ 중 20×20 일 때가 ϵ 이 11.71로 제일 양호하였고, 그 다음이 20×40 으로 ϵ 는 12.95 이었다.

따라서 본 계산에서는 결과는 양호하면서 소요되는 계산시간이 적은 20×20 분할수를 선택하였고 Fig. 2는 수치계산 과정의 흐름도이다.

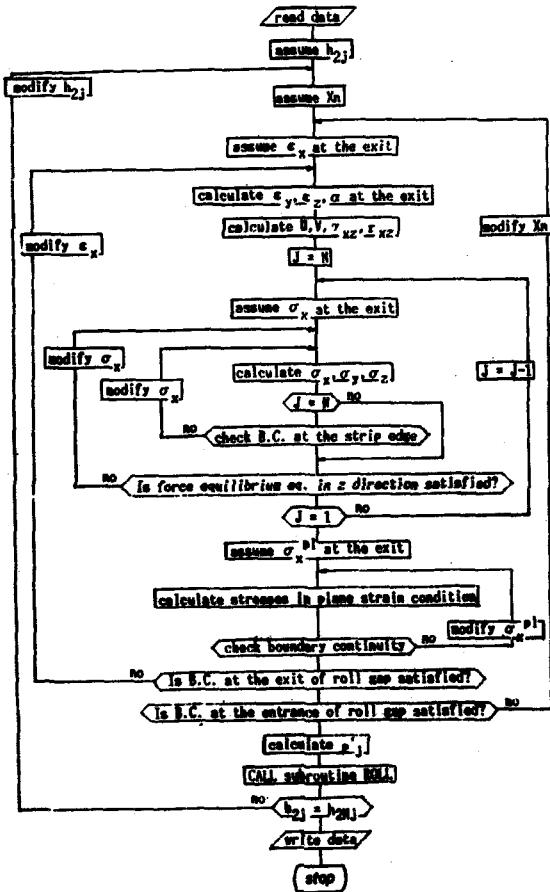


Fig. 2 Flow chart for numerical calculation

3.1 근사적 3차원 해석

박판의 냉간압연의 경우 판가장자리에서는 판나비방향의 변형을 ϵ_x 와 전단응력 τ_{xz} 는 무시할 수 없는 값이 되나, 판나비 중앙부에서는 이들 값은 매우 작으므로 평면변형으로 간주하여 판나비 중앙부는 Bland-Ford 식으로 해석하고 이를 판가장자리부의 3차원 해석과 연결시킨다.

Table 1 The specification of rolling mill

Rolling mill type	A	B
	2-high	4-high
Diameter of a work roll(mm)	200	552
Diameter of a backup roll(mm)	.	1505.6
Length of roll barrel(mm)	250	1600
Distance between centers of roll bearings(mm)	450	2692.6

3.2 계산조건

Table 2는 수치계산한 12개의 압연조건을 나타낸다. 압연할 판의 재질은 보통탄소강을 대상으로 매압연조건 때마다 3차원 해석부분의 나비를 4가지씩 변화시키며 계산하여 최적경계면 위치를 조사하였다. 압연기 제원은 Table 1과 같으며 압연기 로울은 모두 초기크라운이 없는 것으로 하였다.

3.3 수치해의 수렴성

수치해의 수렴은 초기 가정치에 상당히 민감하며 특히 출구에서의 판두께 분포 h_{2j} 의 가정은 전반적인 영향을 끼친다. 이 두께분포의 초기치는 판의 나비를 6구간으로 나누고 각구간마다 경사가 다른 선형적 분포로 가정하였다. 중립점의 위치에 관해서는 Bland-Ford의 식으로, 출구의 ϵ_x 는 제적 불변성으로 각각 초기치를 가정하였다. 계산진행에 있어 로울갭 출구에서의 전방장력에 관한 경계조건과 로울 입구에서의 후방장력 경계조건에 대한 근접도를 (13), (14)식의 우변과 좌변의 편차값으로 판단하여 우선 다음과 같이 조정한다. ϵ_x 의 가정치와 초기 가정치와의 차가 대략 10^{-2} order 내에 들 때까지 ϵ_x 를 수정하면서 계산을 반복하며 ϵ_x 가 증가하면 편차값도 증가하는 경향이 있다. X_n 의 가정치와 초기가정치와의 차가 대략 10^{-1} order 내에 들 때까지 X_n 를 수정하며, X_n 이 증가하면 편차값은 감소한다. 또한 h_{2j} 가 증가하면 편차값도 증가하며 h_{2j} 의 계산치는 판나비 중심과의 판두께 차 δ' 와 출구의 판 중심 두께 H_2 로부터 결정하였다. 매 압연조건마다 h_{2j} 의 수정회수는 2단 압연의 경우(Table 2 No. 1~No. 6)는 평균 20회 정도이나, 4단 압연의 경우(Table 2 No. 7~No. 12) h_{2j} 의 수정회수는 평균 100회 정도이었으며 이때는 20회 정도 더 수정하여 계산해도 ϵ 는 감소되지 않았다. 계산은 VAX 11/750으로 수행하였으며 적절한 가정치를 사용하였을 때 최종수렴회의 계산에 요하는 연산시간(C.P.U. time)은 평균 30초 정도이었다.

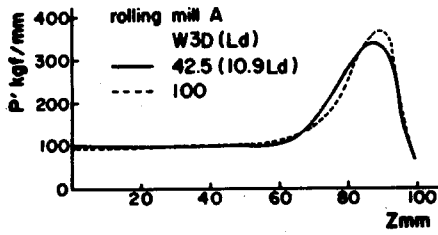
4. 수치계산 결과와 고찰

4.1 수치계산 결과

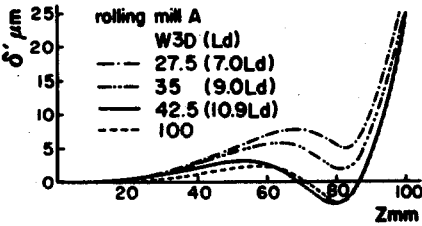
Table 2의 No. 3을 계산한 결과 중에서, 판나비방향의 압연압력 분포 $\rho'-Z$ 선도와 나비방향의 압연판 두께 변화분포 $\delta'-Z$ 선도 및 판나비방향의 로울 출구의 압연방향 응력분포 $\sigma_{xx}-Z$ 선도를 Fig. 3에 표시하였다. $\rho'-Z$ 선도를 제외한 2선도에는 전역 3차원 해석 결과와 판나비중앙에 평면변형역을 설정한 근사

Table 2 Conditions of calculation

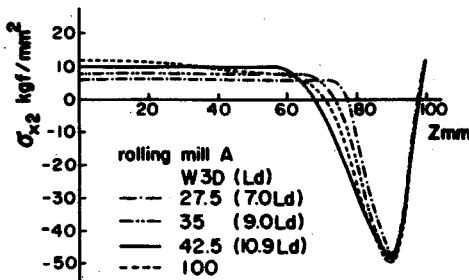
No.	B_1 (mm)	W3D (mm)	n (W3D/ Ld)	ϵ (μm)	H_1 (mm)	r (%)	Rolling mill type	k μ	$\nu \frac{EG}{T, T_1}$
1	100	6.25	1.6	3	2	6	A	$k=16$ kgf/mm^2	$\nu=0.3$
		13.75	3.5	2					
		26.25	6.7	2					
		50		3					
2	150	20	5.1	4					
		27.5	7.0	3					
		35	9.0	3					
		75		2					
3	200	27.5	7.0	5					
		35	9.0	3					
		42.5	10.9	4					
		100		2					
4	100	13.75	1.9	12					
		26.25	3.7	10					
		38.75	5.5	7					
		50		8					
5	150	27.5	3.9	13					
		35	4.9	12					
		42.5	6.0	10					
		75		7					
6	200	35	4.9	19					
		42.5	6.0	10					
		50	7.0	6					
		100		8					
7	250	90	6.3	9					
		100	7.0	9					
		110	7.7	8					
		125		7					
8	600	100	7.0	9					
		120	8.4	9					
		140	9.8	8					
		300		7					
9	1000	100	6.8	9					
		150	10.2	12					
		200	13.7	16					
		500		12					
10	250	90	5.6	18					
		100	6.2	17					
		110	6.8	12					
		125		12					
11	600	110	6.8	17					
		140	8.6	13					
		170	10.5	9					
		300		6					
12	1000	115	7.0	14					
		175	10.6	16					
		235	14.2	16					
		500		16					



(a) Distribution of rolling force per unit width



(b) Distribution of thickness.



(c) Distribution of longitudinal stress.

Fig. 3 Effect of W3D for No. 3 condition of Table 2

적 3차원 해석결과가 3차원 해석역 나비(W3D)의 3가지 값에 대하여 표시되었다. 이들 선도들의 전반적인 특징은 Tozawa 등의 결과⁽⁶⁾와 일치하며, 압연압력 분포는 근사적 3차원 해석결과와 전역 3차원 해석결과가 양호한 일치를 보이고 있다. δ -Z 선도에서 3차원 해석부의 나비 W3D의 값에 따라 근사적 3차원 해석결과와 전역 3차원 해석결과에 대한 근접도는 상당한 차이를 보임을 알 수 있으며, 적절한 W3D 값(또는 n 값, $n=W3D/Ld$)이 존재함을 짐작할 수 있다.

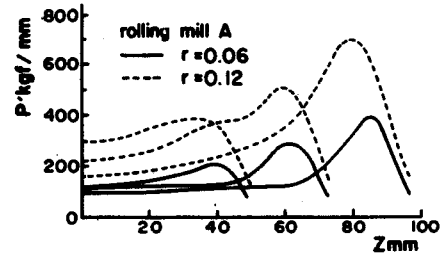
한편 Table 2에는 압연판두께 h_{21} 의 계산 편차 ϵ 이 표시되어 있으며 이것으로 알 수 있듯이, 판나비 B_1 이 증가함에 따라 편차량은 증가하는 경향이 있다. 또 같은 판나비에서도 압하율과 두께가 증가하면 편차량도 증가하여 수렴도가 저하됨을 알 수 있다.

4.2 판나비, 압하율, 판두께의 영향

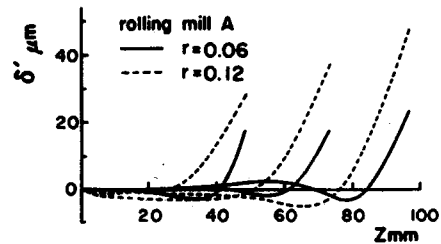
Fig. 4는 판나비 100, 150, 200mm의 3가지 경우에 대한 2단 압연기에 의한 압연에서 압하율(6%와 12%)의 영향을 살핀 것이다. 압하율의 증가로 예측되듯이 압연압력은 증가하며 판두께 변형과 압연방향응력도 증가함을 알 수 있다. Fig. 5는 판나비 250, 600, 1000mm의 3가지 경우에 대해 4단압연기에 의한 압연에서 판두께(2.675mm와 3.5mm)의 영향을 살핀 것이다. 압하율의 영향과 달리, 압연압력과 판두께 변형 및 압연방향응력 분포에 대한 판두께 변화의 영향은 매우 작은 편이며, 이런 경향은 판나비의 대소에 관계가 없음이 명백하다.

4.3 n 값의 최적치 평가

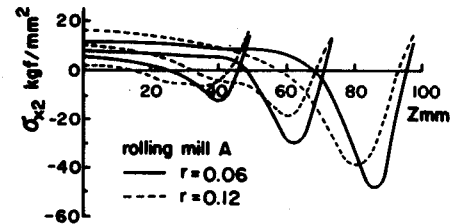
근사적 3차원 해석결과가 전역 3차원 해석결과와



(a) Distribution of rolling force per unit width.

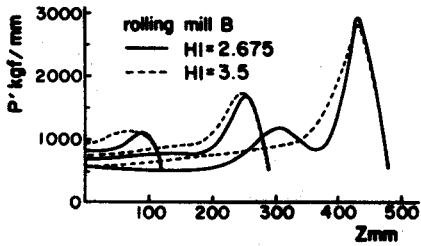


(b) Distribution of thickness

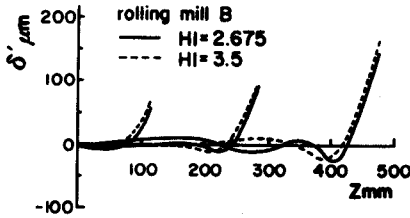


(c) Distribution of longitudinal stress.

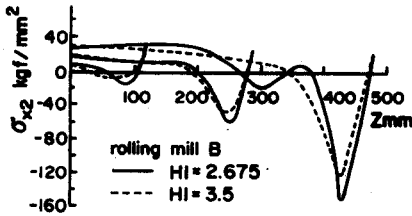
Fig. 4 Effect of strip width for two kinds of reduction



(a) Distribution of rolling force per unit width.



(b) Distribution of thickness.



(c) Distribution of longitudinal stress.

Fig. 5 Effect of strip width for two kinds of strip thickness

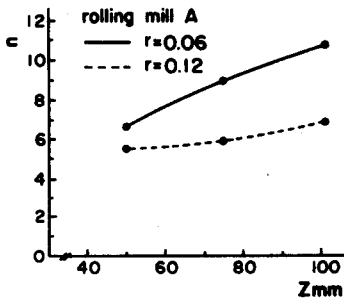


Fig. 6 Effect of strip width on the value of n ($n=W3D/Ld$) for two kinds of reduction

가장 근접하는 n 값은 이때의 판가장자리의 3차원 해석부분과 중앙의 평면변형해석 부분의 경계면 위치를

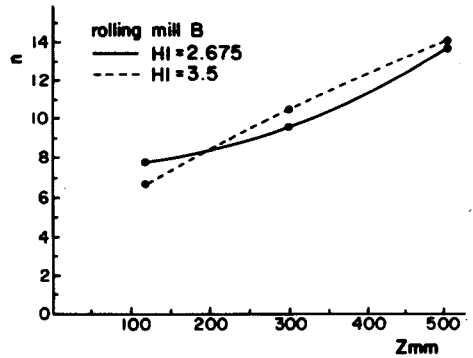


Fig. 7 Effect of strip width on the value of n ($n=W3D/Ld$) for two kinds of strip thickness.

가리키는 것이므로 매우 중요하다. 처음부터 이러한 n 값을 알 수 있다면 생산시간을 대폭적으로 감소시킬 수 있어 실용상 큰 의의가 있다. 이와같은 n 값을 구하기 위하여 Tozawa가 주장한 $n=7$ 과 $\sigma_{x2}-Z$ 선도에서 전역 3차원 해석결과의 곡선과 수평축과의 교점으로 결정되는 n 값을 비교하므로써 전역 3차원 해석 결과와의 차이를 줄일 수 있는 방향으로 등간적으로 W3D 값을 증감시켜 얻은 3가지 n 값 중 가장 근접도가 양호한 것을 일단 n 값의 최적치의 근사치로 삼았다. Table 2에서 각 경우의 n 값 중 최대치가 이들에 대응한다. 이들 값은 엄밀한 의미의 n 치의 최적치라고는 할 수 없더라도 전반적인 n 값의 경향을 살펴보는 데는 유용할 것이며, 엄밀한 n 값을 구하려면 다대한 시간을 요하는 반복계산이 필요하다. Fig. 6은 판나비가 변화할 때 두가지의 압하율 하에서의 n 값의 변화를 나타내며, Fig. 7은 판나비가 변화할 때 두가지 판두께에 대하여 n 값의 변화를 나타낸다. Tozawa는 n 값으로 7을 최적치로 보았으나, 본 연구결과에 의하면 n 값은 판나비에 따라 증가하는 경향이 있고, 압하율의 영향도 뚜렷함을 알 수 있다. n 값은 판나비의 증가에 따라 그 값이 14까지 이르고 있으며, 압하율이 증가하면 감소하는 경향을 보이고 있다.

5. 결 론

로울의 탄성변형과 판재의 소성변형을 연성시키고 슬래브법을 3차원까지 확장한 Tozawa의 해법은 판재 압연의 3차원 해석에서 정통적인 접근법으로 인정받고 있으나 수치계산이 방대하여 다대한 시간과 노력을 요하는 바, 이의 개선책으로 생산시간을 단축할 수 있

는 근사적 3차원 해석법이 주장되고 있음에 비추어 본 연구에서는 이 근사적 3차원 해석법을 도입하고 12가지의 압연조건에 대한 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Tozawa의 근사적 3차원 해석법을 적용하여 수렴해를 구하려면 압연판 두께의 초기가정치가 적절하여야 하는데 이와 같은 초기 판두께의 가정에서 많은 시간과 노력을 요한다. 전역 3차원 해석에 비하면 시간은 평균 30% 정도 감소되나, 이 해법을 실용화하기 위해서는 판두께 초기치 가정과 그 수정에 대한 보다 효과적인 방법이 연구되어야 한다.

(2) 근사적 3차원 해석 결과는 판나비가 증대할수록 계산치의 수렴성이 저하되는 경향이 있으나, 그 원인이 본 해석법 자체에 기인하는지는 분명치 않으며, 차후 연구의 여지로 남아있다.

(3) 계산치의 수렴성은 요소분할수가 20×20와 20×40일 때가 양호하였고, 초기 판두께 수정회수(반복계산회수)가 증가될수록 개선되나 그 상한치는 평균 100회 정도이었다.

(4) 근사적 3차원 해석결과가 전역 3차원 해석결과와 가장 근접하게 되는 n 값의 최적치는 Tozawa가 주장한 7이 아니라, 판나비의 증가에 따라 증대하는 성질이 있음이 밝혀졌다.

후 기

본 연구는 한국과학기술재단의 1985~1986년도 일반 연구비의 지원으로 수행되었으며 동 재단에 사의를 표하는 바이다.

참 고 문 헌

(1) Yanagimoto, S., 1961, "Studies on the Three-Dimensional Deformation in Rolling", Trans. Jap. Soc. Mech. Engrs., Vol. 27, No. 178, pp. 800~808
 (2) Suzuki, H., et al., 1971, "Three-Dimensional, Analysis for Strip Rolling", The Proc. of Jap. Spring Conf. Tech. Plasticity, pp. 21~24
 (3) Shohet, K.W., et al., 1968, "Roll Bending Methods of Crown Control in Four-High Plate Mill", J. Iron & Steel Inst., 206, pp. 1088~1098
 (4) Pawelski, O., et al., 1985, "A Mathematical Model for Computing the Distribution of Loads and Thickness in the Width Direction of a Strip

Rolled in Four-High Cold-Rolling Mills", Eng. Fract. Mech., Vol. 21, No. 4, pp. 853~859
 (5) Tozawa, Y., et al., 1982, "Predicting the Profile of Rolled Strip", Num. Meth. in Ind. For. Proc., Pineridge, pp. 787~796.
 (6) Tozawa, Y., 1984, "Analysis for Three-Dimensional Deformation in Strip Rolling Taken Deformation of Rolls into Consideration", Advanced Technology of Plasticity, Vol. II, pp. 1151~1160
 (7) Tozawa, Y., et al., 1984, "Reduction of Computing Time in Three-Dimensional Analysis for Strip Rolling", Proc. of 34th Joint Conf. Jap. Soc. Tech. Plasticity, Sendai, pp. 117~120

부 록

A1. 압연방향 상대변위

압연 방향의 상대 변위를 구해 보면,

$$V = \int_{x_n}^x d\epsilon_x dx \tag{a1}$$

가 되므로 $iX_n = (Ld - X_n)/dx, in = iX_n + 1$ 라 하면 압연축에서는

$$V = \sum_{i=1}^{iX_n} (d\epsilon_x(ii, j) dx + (Ld - X_n - iX_n dx) d\epsilon_x(in, j)) \tag{a1-1}$$

출구축에서는

$$V = - \sum_{i=iX_n+1}^i (d\epsilon_x(ii, j) dx + (-Ld + X_n + indx) d\epsilon_x(in, j)) \tag{a1-2}$$

A2. p_i', q_i' 계산

$$p_i' = pLd = -Ld / M \sum_{i=1}^M \sigma_x(i, j) \tag{a2}$$

$$q_i' = Cq \delta_v(j) \tag{a3}$$

여기서, $Cq = Pcal / (2w \sum_{k=1}^L \delta_v(k))$, $Pcal = 2w \sum_{j=1}^M p_j'$

A3. 로울 변형량 계산

$$\delta_r(k) = \sum_{j=1}^M A_r(k, j) p_j' \tag{a4}$$

$$\delta_v(k) = \sum_{j=1}^M A_v(k, j) p_j' \tag{a5}$$

$$\delta_s(k) = \sum_{j=1}^L A_s(k, j) q_j' \text{ (4 high mill)}$$

$$\delta_s(k) = \sum_{j=1}^M A_s(k, j) p_j' \text{ (2 high mill)} \tag{a6}$$

$$\delta_w(k) = \sum_{j=1}^N A_w(k, j) p_{j'} - \sum_{j=1}^L A_w(k, j) dq_{j'} \quad (a7)$$

여기서 $dq_{j'} = C \delta_s(j)$, $\delta_s(j) = \delta_s(j) - \delta_s(1)$

$$C = q' / \Delta = \pi / [E' \{-\ln E' + \ln(R_w + R_s) - \ln q' + \ln \pi - 1/3\}]$$

$$E' = (1 - \nu_s^2) / E_s + (1 - \nu_w^2) / E_w$$

따라서 로울 변형량은 (a4)와 (a7), (a6)로 4 단압연에

서는

$$\delta(k) = \sum_{j=1}^N A_r(k, j) p_{j'} + \sum_{j=1}^N A_w(k, j) p_{j'} - \sum_{j=1}^L A_w(k, j) dq_{j'} \quad (a8)$$

2 단압연에서는

$$\delta(k) = \sum_{j=1}^N A_r(k, j) p_{j'} + \sum_{j=1}^N A_w(k, j) p_{j'} \quad (a9)$$